풍산자
테스트북

중학수학

3-1

정답과 풀이

I. 제곱근과 실수

1. 제곱근과 실수

01. 제곱근의 뜻과 성질

소단원 테스트 [1회] 9~10쪽

01 ③	**02** ㄷ, ㅁ	**03** ⑤	**04** -2	**05** ④
06 2	**07** ③	**08** ⑤	**09** ①	**10** ③
11 ④	**12** ⑤	**13** 90	**14** ③	**15** ⑤
16 72	**17** ④	**18** 6	**19** ①	**20** $\sqrt{\frac{3}{4}}$

01 ①, ②, ④, ⑤ $\pm\sqrt{7}$
③ $\sqrt{7}$
따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

02 ㄱ. 제곱근 9는 $\sqrt{9}=3$이다.
ㄴ. $\sqrt{36}=6$의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$이다.
ㄷ. $\sqrt{(-4)^2}=4$의 제곱근은 $\pm\sqrt{4}=\pm2$이다.
ㄹ. $(-7)^2=49$의 제곱근은 $\pm\sqrt{49}=\pm7$이다.
ㅁ. 2의 제곱근은 $\pm\sqrt{2}$이므로 $-\sqrt{2}$는 2의 음의 제곱근이다.
따라서 옳은 것은 ㄷ, ㅁ이다.

03 ① 8.1의 제곱근은 $\pm\sqrt{8.1}$
② 10의 제곱근은 $\pm\sqrt{10}$
③ $\sqrt{1.44}=1.2$의 제곱근은 $\pm\sqrt{1.2}$
④ $\sqrt{64}=8$의 제곱근은 $\pm\sqrt{8}$
⑤ $\sqrt{625}=25$의 제곱근은 ±5
따라서 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수는 ⑤이다.

04 $(-2)^2=4$의 양의 제곱근은 $\sqrt{4}=2$이므로 $a=2$
16의 음의 제곱근은 $-\sqrt{16}=-4$이므로 $b=-4$
$\therefore a+b=2+(-4)=-2$

05 21의 제곱근이 a이므로 $a^2=21$
13의 제곱근이 b이므로 $b^2=13$
$\therefore a^2+b^2=21+13=34$

06 $\sqrt{25}-\sqrt{(-6)^2}+(-\sqrt{3})^2=5-6+3=2$

07 ① $\sqrt{25}+\sqrt{(-3)^2}=5+3=8$
② $(-\sqrt{6})^2-\sqrt{(-2)^2}=6-2=4$
③ $\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^2}\times(-\sqrt{36})=\frac{1}{3}\times(-6)=-2$
④ $(-\sqrt{10})^2\div\sqrt{5^2}=10\div5=2$
⑤ $-\sqrt{\frac{9}{16}}\div(-\sqrt{4})^2=-\frac{3}{4}\div4=-\frac{3}{16}$
따라서 옳은 것은 ③이다.

08 ① $a>0$이므로 $\sqrt{a^2}=a$
② $-a^2<0$이므로 $\sqrt{-a^2}$의 값은 없다.
③ $(-\sqrt{a})^2=a$
④ $-a<0$이므로 $\sqrt{(-a)^2}=-(-a)=a$

09 x가 a의 제곱근이면 $x^2=a$ 또는 $x=\pm\sqrt{a}$

10 $\sqrt{4a^2}=\sqrt{(2a)^2}$이고 $a<0$에서 $-3a>0,\ 2a<0$
$\therefore \sqrt{(-3a)^2}-\sqrt{4a^2}+\sqrt{a^2}=\sqrt{(-3a)^2}-\sqrt{(2a)^2}+\sqrt{a^2}$
$=(-3a)-(-2a)-a$
$=-2a$

11 $\sqrt{16x^2}=\sqrt{(4x)^2}$이고, $x>0$에서 $4x>0,\ -x<0$
$\therefore \sqrt{16x^2}+\sqrt{(-x)^2}-\sqrt{x^2}=4x-(-x)-x=4x$

12 $0<x<1$에서 $x+1>0,\ x-1<0$
$\therefore \sqrt{(x+1)^2}-\sqrt{(x-1)^2}=(x+1)-\{-(x-1)\}$
$=2x$

13 $\sqrt{360a}=\sqrt{2^3\times3^2\times5\times a}$가 자연수가 되려면
$a=2\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 큰 두 자리 자연수 a는
$2\times5\times3^2=90$이다.

14 $\sqrt{75a}=\sqrt{5^2\times3\times a}$가 자연수가 되려면 $a=3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 a는 3이다.

15 $2<\sqrt{2x}<5$에서 $2^2<(\sqrt{2x})^2<5^2$
$4<2x<25 \qquad \therefore 2<x<\frac{25}{2}$
따라서 자연수 x는 3, 4, 5, …, 12의 10개이다.

16 $\sqrt{\frac{1800}{n}}=\sqrt{\frac{2^3\times3^2\times5^2}{n}}$이 자연수가 되려면 n은 1800의 약수이면서 $2\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 큰 두 자리 자연수 n은
$2^3\times3^2=72$이다.

17 $\sqrt{5+x}$가 자연수가 되려면 $5+x$는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
이때 x가 자연수이므로 $5+x>5$에서
$5+x=9,\ 16,\ 25,\ \cdots$
x는 가장 작은 자연수이므로
$5+x=9 \qquad \therefore x=4$

18 $\sqrt{32-n}$이 정수가 되려면 $32-n$이 0 또는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

이때 n은 자연수이므로 $32-n<32$에서
$32-n=0, 1, 4, 9, 16, 25$
$\therefore n=32, 31, 28, 23, 16, 7$
따라서 구하는 자연수 n은 6개이다.

19 $4=\sqrt{16}$, $3=\sqrt{9}$이고
$\frac{3}{2}<5<9<10<16$이므로
$\sqrt{\frac{3}{2}}<\sqrt{5}<3<\sqrt{10}<4$
$\therefore -4<-\sqrt{10}<-3<-\sqrt{5}<-\sqrt{\frac{3}{2}}$
따라서 가장 큰 수는 $-\sqrt{\frac{3}{2}}$이다.

20 $\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$, $2=\sqrt{4}$, $\frac{5}{2}=\sqrt{\frac{25}{4}}$이고
$\frac{1}{4}<\frac{3}{4}<\frac{7}{3}<4<\frac{25}{4}$이므로 작은 것부터 차례대로 나열하면
$\frac{1}{2}, \sqrt{\frac{3}{4}}, \sqrt{\frac{7}{3}}, 2, \frac{5}{2}$
따라서 두 번째에 오는 수는 $\sqrt{\frac{3}{4}}$이다.

소단원 테스트 [2회] 11~12쪽

01 ④	**02** ㄷ, ㄹ	**03** ③	**04** ③	**05** 4
06 ④	**07** ③	**08** 0	**09** ②	**10** $3a$
11 $2a-3b$		**12** ②	**13** $x+3$	**14** ③
15 5	**16** 34	**17** ⑤	**18** ⑤	**19** -2
20 ⑤				

01 ④ 17의 제곱근은 $\pm\sqrt{17}$이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

02 ㄱ. 0의 제곱근은 0이다.
ㄴ. 제곱근 16은 $\sqrt{16}=4$이고 4의 제곱근은 ±2이다.

03 $\sqrt{16}=4$의 제곱근은 $\pm\sqrt{4}=\pm2$
3의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$
$\sqrt{121}=11$의 제곱근은 $\pm\sqrt{11}$
$(-7)^2=49$의 제곱근은 $\pm\sqrt{49}=\pm7$
25의 제곱근은 $\pm\sqrt{25}=\pm5$
따라서 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수는 3개이다.

04 100의 양의 제곱근은 $\sqrt{100}=10$이므로 $a=10$
$\sqrt{81}=9$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{9}=-3$이므로 $b=-3$
$\therefore a+b=10+(-3)=7$

05 $\sqrt{64}=8$의 양의 제곱근은 $\sqrt{8}$이므로 $a=\sqrt{8}$
$(-\sqrt{16})^2=16$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{16}=-4$이므로 $b=-4$
$\therefore a^2+b=(\sqrt{8})^2+(-4)=8-4=4$

06 ① $(\sqrt{5})^2=5$ ② $\sqrt{5^2}=5$
③ $(-\sqrt{5})^2=5$ ④ $-\sqrt{(-5)^2}=-5$
⑤ $\sqrt{(-5)^2}=5$
따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

07 ① $\sqrt{7^2}=7$ ② $(-\sqrt{8})^2=8$
④ $\sqrt{16}=4$ ⑤ $-\sqrt{12^2}=-12$

08 $5=\sqrt{25}$이므로 $\sqrt{11}<5$에서 $5-\sqrt{11}>0$, $\sqrt{11}-5<0$
$\therefore \sqrt{(5-\sqrt{11})^2}-\sqrt{(\sqrt{11}-5)^2}$
$=5-\sqrt{11}-\{-(\sqrt{11}-5)\}=0$

09 ② $(-\sqrt{3})^2+\sqrt{6^2}=3+6=9$
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

10 $a>0$에서 $-2a<0$
$\therefore \sqrt{a^2}+\sqrt{(-2a)^2}=a-(-2a)=3a$

11 $a-b>0$에서 $a>b$이고, $ab<0$에서 $a>0$, $b<0$이므로
$a>0$, $a-b>0$, $b-2a<0$, $-3b>0$
$\therefore \sqrt{a^2}-\sqrt{(a-b)^2}+\sqrt{(b-2a)^2}+\sqrt{(-3b)^2}$
$=a-(a-b)+\{-(b-2a)\}+(-3b)$
$=2a-3b$

12 $a>0$에서 $-2a<0$, $3a>0$
$\therefore \sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{(3a)^2}=2a-3a=-a$

13 $0<x<3$에서 $x-3<0$, $-x<0$
$\therefore \sqrt{(x-3)^2}+\sqrt{(-x)^2}+\sqrt{x^2}$
$=-(x-3)+\{-(-x)\}+x$
$=x+3$

14 $\sqrt{80a}=\sqrt{2^4\times5\times a}$가 자연수가 되려면 $a=5\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.
① $5=1^2\times5$ ② $20=2^2\times5$
③ $50=2\times5^2$ ④ $80=2^4\times5$
⑤ $500=2^2\times5^3$
따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ③이다.

15 $\sqrt{9}<\sqrt{13}<\sqrt{16}$이므로 $3<\sqrt{13}<4$
$\sqrt{13}$보다 작은 자연수는 1, 2, 3의 3개이다.
$\therefore a=3$
$\sqrt{64}<\sqrt{80}<\sqrt{81}$이므로 $8<\sqrt{80}<9$
$\sqrt{80}$보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8의 8개이다.
$\therefore b=8$
$\therefore b-a=8-3=5$

16 $\sqrt{9}=3$, $\sqrt{16}=4$, $\sqrt{25}=5$이므로
$f(11)=f(12)=\cdots=f(16)=3$
$f(17)=f(18)=f(19)=f(20)=4$
$\therefore f(11)+f(12)+f(13)+\cdots+f(20)$
$=3\times6+4\times4=34$

17 $\sqrt{\frac{540}{x}}=\sqrt{\frac{2^2\times3^3\times5}{x}}$가 자연수가 되려면 x는 540의 약수이면서 $3\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 x는
$3\times5=15$이다.

18 (직사각형의 넓이)$=4\times6=24$
넓이가 24인 정사각형의 한 변의 길이를 x라고 하면
$x^2=24 \quad \therefore x=\sqrt{24}\ (\because x>0)$
따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{24}$이다.

19 $2=\sqrt{4}$, $\frac{3}{2}=\sqrt{\frac{9}{4}}$이고
$\frac{9}{4}<3<\frac{23}{6}<4<\frac{17}{4}$이므로
$\frac{3}{2}<\sqrt{3}<\sqrt{\frac{23}{6}}<2<\sqrt{\frac{17}{4}}$
$\therefore a=\frac{3}{2}$, $b=\sqrt{\frac{17}{4}}$
$\therefore a^2-b^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(\sqrt{\frac{17}{4}}\right)^2=-2$

20 ① $\sqrt{5}<\sqrt{7}$
② $4=\sqrt{16}$이고 $\sqrt{8}<\sqrt{16}$이므로 $\sqrt{8}<4$
③ $-3=-\sqrt{9}$이고 $-\sqrt{9}<-\sqrt{6}$이므로 $-3<-\sqrt{6}$
④ $0.5=\sqrt{0.25}$이고 $\sqrt{0.25}<\sqrt{0.5}$이므로 $0.5<\sqrt{0.5}$
⑤ $\frac{1}{2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$이고, $\sqrt{\frac{2}{3}}>\sqrt{\frac{1}{4}}$이므로 $\sqrt{\frac{2}{3}}>\frac{1}{2}$
따라서 대소 관계가 옳은 것은 ⑤이다.

02. 무리수와 실수

소단원 테스트 [1회] 13쪽

01 ②, ③ **02** ④ **03** ㄱ, ㄴ, ㄷ **04** ⑤
05 6 **06** ③ **07** b **08** ④ **09** 2524
10 $\sqrt{10}-1$

01 ② $\sqrt{16}=4$
따라서 무리수가 아닌 것은 ②, ③이다.

02 ① 순환소수는 모두 유리수이다.
② 유리수는 유한소수와 순환소수로 이루어져 있다.
③ 순환소수는 무한소수이지만 유리수이다.
⑤ 유한소수는 모두 유리수이다.

03 ㄹ. 2에 가장 가까운 무리수는 찾을 수 없다.
ㅁ. 2와 3 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

04 ① 정사각형 ABCD의 넓이가 5이므로 $\overline{AD}=\sqrt{5}$
$\therefore \overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{5}$
② 정사각형 EFGH의 넓이가 10이므로 $\overline{EF}=\sqrt{10}$
$\therefore \overline{ES}=\overline{EF}=\sqrt{10}$
③ $\overline{AQ}=\overline{AB}=\overline{AD}=\sqrt{5}$이므로 $Q(-4+\sqrt{5})$
④ $\overline{ER}=\overline{EH}=\overline{EF}=\sqrt{10}$이므로 $R(2-\sqrt{10})$
⑤ $\overline{ES}=\sqrt{10}$이므로 $S(2+\sqrt{10})$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

05 $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{5}<3$이므로
$0<\sqrt{5}-2<1$
또 $2<\sqrt{5}<3$에서 $-3<-\sqrt{5}<-2$
$\therefore 3<6-\sqrt{5}<4$
따라서 $\sqrt{5}-2$와 $6-\sqrt{5}$ 사이에 있는 정수는 1, 2, 3이므로 구하는 합은
$1+2+3=6$

06 ① $5-(\sqrt{3}+4)=1-\sqrt{3}<0$
$\therefore 5<\sqrt{3}+4$
② $\sqrt{2}+\sqrt{3}-(\sqrt{2}+1)=\sqrt{3}-1>0$
$\therefore \sqrt{2}+\sqrt{3}>\sqrt{2}+1$
③ $\sqrt{17}-1-3=\sqrt{17}-4=\sqrt{17}-\sqrt{16}>0$
$\therefore \sqrt{17}-1>3$
④ $2-\sqrt{5}-(2-\sqrt{6})=-\sqrt{5}+\sqrt{6}>0$
$\therefore 2-\sqrt{5}>2-\sqrt{6}$
⑤ $\sqrt{7}+\sqrt{8}-(2+\sqrt{8})=\sqrt{7}-2=\sqrt{7}-\sqrt{4}>0$
$\therefore \sqrt{7}+\sqrt{8}>2+\sqrt{8}$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

07 $a-b=3-\sqrt{5}-1=2-\sqrt{5}=\sqrt{4}-\sqrt{5}<0$

$\therefore a<b$

$a-c=3-\sqrt{5}-(3-\sqrt{6})=-\sqrt{5}+\sqrt{6}>0$

$\therefore a>c$

$\therefore c<a<b$

따라서 가장 큰 수는 b이다.

08 $\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$, 즉 $1<\sqrt{2}<2$이고 $4=\sqrt{16}$이다.

① $2=\sqrt{4}$이므로 $\sqrt{2}<\sqrt{4}<\sqrt{16}$, 즉 $\sqrt{2}<2<4$

② $\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{5}<3$

③ $\sqrt{4}<\sqrt{6}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{6}<3$

④ $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$, 즉 $2<\sqrt{7}<3$이므로 $1<\sqrt{7}-1<2$

⑤ $3=\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{4}<\sqrt{9}<\sqrt{16}$, 즉 $2<3<4$

따라서 두 수 $\sqrt{2}$와 4 사이에 있는 수가 아닌 것은 ④이다.

09 $\sqrt{4.34}=2.083$이므로 $a=2.083$

$\sqrt{4.41}=2.1$이므로 $b=4.41$

$\therefore 1000a+100b=1000\times2.083+100\times4.41=2524$

10 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $\sqrt{5}$의 정수 부분은 2이다. $\therefore a=2$

$3<\sqrt{10}<4$이므로 $\sqrt{10}$의 정수 부분은 3, 소수 부분은 $\sqrt{10}-3$이다. $\therefore b=\sqrt{10}-3$

$\therefore a+b=2+(\sqrt{10}-3)=\sqrt{10}-1$

소단원 테스트 [2회] 14쪽

01 3개	**02** ⑤	**03** ②	**04** ⑤	**05** ②
06 ⑤	**07** ③	**08** ⑤	**09** 7011	**10** $\sqrt{3}-4$

01 $\sqrt{121}=11$, $-\sqrt{4}=-2$

따라서 무리수는 $1-\sqrt{3}$, $\sqrt{0.1}$, $\pi+0.1$의 3개이다.

02 ⑤ $\sqrt{3}$은 무리수이므로 $\dfrac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$의 꼴로 나타낼 수 없다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

03 ② 원주율 π는 무리수이므로 실수이다.

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

04 ① 정사각형 ABCD의 넓이가 15이므로 $\overline{BC}=\sqrt{15}$

$\therefore \overline{BQ}=\overline{BC}=\sqrt{15}$

② $\overline{BP}=\overline{BA}=\sqrt{15}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $1-\sqrt{15}$이다.

③ $\overline{BQ}=\sqrt{15}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $1+\sqrt{15}$이다.

④ 정사각형 ABCD의 넓이가 15이므로 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{15}$이다.

⑤ $-4<-\sqrt{15}$이므로 두 점 P, Q 사이에 -4에 대응하는 점은 없다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

05 $\sqrt{10}+1$, 4, $\sqrt{8}+1$은 양수이고, $-\sqrt{2}-1$, $-\sqrt{2}$는 음수이다.

$(\sqrt{10}+1)-4=\sqrt{10}-3=\sqrt{10}-\sqrt{9}>0$이므로

$\sqrt{10}+1>4$

$4-(\sqrt{8}+1)=3-\sqrt{8}=\sqrt{9}-\sqrt{8}>0$이므로

$4>\sqrt{8}+1$

$\therefore -\sqrt{2}-1<-\sqrt{2}<\sqrt{8}+1<4<\sqrt{10}+1$

따라서 수직선 위에 나타낼 때, 오른쪽에서 두 번째에 위치하는 수는 4이다.

06 ① $(\sqrt{12}-2)-3=\sqrt{12}-5=\sqrt{12}-\sqrt{25}<0$

$\therefore \sqrt{12}-2<3$

② $(2+\sqrt{7})-(\sqrt{10}+\sqrt{7})=2-\sqrt{10}=\sqrt{4}-\sqrt{10}<0$

$\therefore 2+\sqrt{7}<\sqrt{10}+\sqrt{7}$

③ $(\sqrt{6}-1)-(\sqrt{6}-\sqrt{2})=-1+\sqrt{2}>0$

$\therefore \sqrt{6}-1>\sqrt{6}-\sqrt{2}$

④ $(4-\sqrt{5})-(\sqrt{20}-\sqrt{5})=4-\sqrt{20}=\sqrt{16}-\sqrt{20}<0$

$\therefore 4-\sqrt{5}<\sqrt{20}-\sqrt{5}$

⑤ $(\sqrt{15}+2)-6=\sqrt{15}-4=\sqrt{15}-\sqrt{16}<0$

$\therefore \sqrt{15}+2<6$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

07 $a-b=(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}+1)=\sqrt{3}-1>0$

$\therefore a>b$

$c-a=(3+\sqrt{3})-(\sqrt{5}+\sqrt{3})=3-\sqrt{5}=\sqrt{9}-\sqrt{5}>0$

$\therefore c>a$

$\therefore b<a<c$

08 ⑤ $5=\sqrt{25}$이므로 $5>\sqrt{20}$

따라서 5는 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{20}$ 사이에 있는 수가 아니다.

09 $\sqrt{57.2}=7.563$이므로 $a=7.563$

$\sqrt{55.2}=7.43$이므로 $b=55.2$

$\therefore 1000a-10b=1000\times7.563-10\times55.2=7011$

10 $1<\sqrt{3}<2$이므로 $3<2+\sqrt{3}<4$

따라서 $2+\sqrt{3}$의 정수 부분은 3, 소수 부분은

$2+\sqrt{3}-3=\sqrt{3}-1$이므로 $a=3$, $b=\sqrt{3}-1$

$\therefore b-a=(\sqrt{3}-1)-3=\sqrt{3}-4$

중단원 테스트 [1회]

15~18쪽

01 ⑤	**02** ⑤	**03** ③	**04** 1	**05** ③
06 ④	**07** 5	**08** ④	**09** ③	
10 $-4x+1$		**11** 0	**12** 3	**13** ②
14 3, 12	**15** 5	**16** ④	**17** ④	**18** ⑤
19 ①	**20** ③	**21** 3	**22** 3	**23** $3+\sqrt{11}$
24 19	**25** 0.18	**26** 3	**27** $-2a+4$	
28 7	**29** 7	**30** 6		

01 ① 1.21의 제곱근은 $\pm\sqrt{1.21}=\pm1.1$
② $(-5)^2=25$의 제곱근은 $\pm\sqrt{25}=\pm5$
③ $\frac{25}{16}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{25}{16}}=\pm\frac{5}{4}$
④ 0.04의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.04}=\pm0.2$
⑤ 36의 제곱근은 $\pm\sqrt{36}=\pm6$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

02 음수의 제곱근은 없으므로 제곱근을 구할 수 없는 수는 ⑤이다.

03 ③ $\pm\sqrt{\frac{121}{36}}=\pm\frac{11}{6}$
따라서 주어진 수의 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수는 ③이다.

04 제곱근 64는 $\sqrt{64}=8$이므로 $A=8$
$(-7)^2=49$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{49}=-7$이므로 $B=-7$
$\therefore A+B=8+(-7)=1$

05 (마름모의 넓이)$=\frac{1}{2}\times6\times5=15(\mathrm{m}^2)$
넓이가 $15\ \mathrm{m}^2$인 정사각형의 한 변의 길이를 x m라고 하면
$x^2=15 \qquad \therefore x=\sqrt{15}\ (\because x>0)$
따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{15}$ m이다.

06 ① $-\sqrt{7^2}=-7$
② $-\sqrt{(-7)^2}=-7$
③ $-(\sqrt{7})^2=-7$
④ $(-\sqrt{7})^2=7$
⑤ $-(-\sqrt{7})^2=-7$
따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

07 $\sqrt{81}-\sqrt{(-5)^2}+\sqrt{2^4}-(-\sqrt{3})^2$
$=9-5+4-3=5$

08 ④ $\sqrt{(-2)^2}\times\sqrt{3^4}=2\times9=18$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

09 $\sqrt{4b^2}=\sqrt{(2b)^2}$이고 $a-b>0$에서 $a>b$이고 $ab<0$에서 $a>0,\ b<0$이므로
$2b<0,\ -3a<0,\ -b>0$
$\therefore \sqrt{a^2}-\sqrt{4b^2}-\sqrt{(-3a)^2}+\sqrt{(-b)^2}$
$=a-(-2b)-\{-(-3a)\}+(-b)$
$=-2a+b$

10 $0<x<3$에서 $x-4<0,\ x+1>0$
$\therefore \sqrt{(x-4)^2}-\sqrt{9(x+1)^2}=-(x-4)-3(x+1)$
$=-4x+1$

11 $3=\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{6}<3$에서 $3-\sqrt{6}>0,\ \sqrt{6}-3<0$
$\therefore \sqrt{(3-\sqrt{6})^2}-\sqrt{(\sqrt{6}-3)^2}$
$=(3-\sqrt{6})-\{-(\sqrt{6}-3)\}=0$

12 $5<\sqrt{3a}<6$에서 $5^2<(\sqrt{3a})^2<6^2$
$25<3a<36 \qquad \therefore \frac{25}{3}<a<12$
따라서 자연수 a는 9, 10, 11의 3개이다.

13 $\sqrt{120x}=\sqrt{2^3\times3\times5\times x}$가 자연수가 되려면
$x=2\times3\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
$\therefore x=2\times3\times5,\ 2^3\times3\times5,\ 2\times3^3\times5,\ \cdots$
$\sqrt{\frac{270}{x}}=\sqrt{\frac{2\times3^3\times5}{x}}$가 자연수가 되려면 x는 270의 약수이면서 $2\times3\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
$\therefore x=2\times3\times5,\ 2\times3^3\times5$
따라서 가장 작은 자연수 x는
$2\times3\times5=30$이다.

14 $\sqrt{13+x}$가 자연수가 되려면 $13+x$는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
이때 x가 자연수이므로 $13+x>13$에서
$13+x=16,\ 25,\ 36,\ \cdots$
$\therefore x=3,\ 12,\ 23,\ \cdots$
따라서 $1\le x\le20$인 자연수 x는 3, 12이다.

15 $3=\sqrt{9}$이고 $\sqrt{11}>\sqrt{9}$이므로 $-\sqrt{11}<-3$
$\sqrt{(-4)^2}=\sqrt{16}$이고 $14<16$이므로 $\sqrt{14}<\sqrt{(-4)^2}$
$\therefore -\sqrt{11}<-3<0<\sqrt{14}<\sqrt{(-4)^2}$
따라서 $a=\sqrt{(-4)^2}=4,\ b=-\sqrt{11}$이므로
$a^2-b^2=4^2-(-\sqrt{11})^2=5$

16 ① $\sqrt{0}=0$ ② $\sqrt{100}=10$
③ $-\sqrt{0.09}=-0.3$ ⑤ $\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$

17 ④ $\sqrt{7}$은 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

18 ① 순환소수는 모두 유리수이다.
② 근호 안의 수가 (유리수)^{2}의 꼴이면 유리수이다.
③ 순환소수는 무한소수이지만 유리수이다.
④ 0은 유리수이므로 무리수가 아니다.

19 정사각형 ABCD의 넓이가 2이므로 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이다. $\therefore \overline{AB}=\overline{AE}=\sqrt{2}$
따라서 점 E에 대응하는 수는 $4+\sqrt{2}$이다.

20 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
① $A(-1-\sqrt{2})$ ② $B(-2+\sqrt{2})$
④ $D(2-\sqrt{2})$ ⑤ $E(1+\sqrt{2})$

21 $3=\sqrt{9}$, $4=\sqrt{16}$이므로 3과 4 사이에 있는 수는
$\sqrt{10}$, $\sqrt{10.5}$, $\sqrt{\frac{50}{4}}$의 3개이다.

22 $\sqrt{4}<\sqrt{8}<\sqrt{9}$이므로 $2<\sqrt{8}<3$
$\therefore -3<-\sqrt{8}<-2$
$\sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}$이므로 $3<\sqrt{12}<4$
따라서 $-\sqrt{8}$과 $\sqrt{12}$ 사이에 있는 정수는 -2, -1, 0, 1, 2, 3이므로 구하는 합은 3이다.

23 $(\sqrt{5}+\sqrt{11})-(3+\sqrt{11})=\sqrt{5}-3=\sqrt{5}-\sqrt{9}<0$
$\therefore \sqrt{5}+\sqrt{11}<3+\sqrt{11}$
$(\sqrt{5}+\sqrt{11})-(\sqrt{5}+3)=\sqrt{11}-3=\sqrt{11}-\sqrt{9}>0$
$\therefore \sqrt{5}+\sqrt{11}>\sqrt{5}+3$
$\therefore \sqrt{5}+3<\sqrt{5}+\sqrt{11}<3+\sqrt{11}$
따라서 가장 큰 수는 $3+\sqrt{11}$이다.

24 $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$, $\sqrt{9}=3$이므로
$N(1)=N(2)=N(3)=1$
$N(4)=N(5)=N(6)=N(7)=N(8)=2$
$N(9)=N(10)=3$
$\therefore N(1)+N(2)+N(3)+\cdots+N(10)$
$=1\times3+2\times5+3\times2=19$

25 $\sqrt{5.73}=2.394$이므로 $a=5.73$
$\sqrt{5.91}=2.431$이므로 $b=5.91$
$\therefore b-a=5.91-5.73=0.18$

26 $\sqrt{4^2}=4$의 음의 제곱근은 -2이므로
$a=-2$ …… ❶
$\sqrt{81}=9$의 양의 제곱근은 3이므로
$b=3$ …… ❷
제곱근 4는 $\sqrt{4}=2$이므로
$c=2$ …… ❸
$\therefore a+b+c=-2+3+2=3$ …… ❹

채점 기준	배점
❶ a의 값 구하기	2점
❷ b의 값 구하기	1점
❸ c의 값 구하기	1점
❹ $a+b+c$의 값 구하기	1점

27 $a<b<2$에서
$a-2<0$, $a-b<0$, $2-b>0$ …… ❶
$\therefore \sqrt{(a-2)^2}+\sqrt{(a-b)^2}+\sqrt{(2-b)^2}$
$=-(a-2)+\{-(a-b)\}+2-b$ …… ❷
$=-2a+4$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $a-2$, $a-b$, $2-b$의 부호 구하기	1점
❷ 주어진 식을 근호를 사용하지 않고 나타내기	2점
❸ 주어진 식 간단히 하기	2점

28 $3<\sqrt{x-1}\le4$에서 $3^2<x-1\le4^2$
$9<x-1\le16$
$\therefore 10<x\le17$ …… ❶
따라서 자연수 x는 11, 12, 13, …, 17의 7개이다. …… ❷

채점 기준	배점
❶ x의 값의 범위 구하기	3점
❷ 자연수 x의 개수 구하기	2점

29 $\sqrt{23+m}$이 자연수가 되려면 $23+m$은 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
이때 m은 자연수이므로 $23+m>23$에서
$23+m=25, 36, 49, \cdots$
m은 가장 작은 자연수이므로
$23+m=25$ $\therefore m=2$ …… ❶
$m=2$일 때, $n=\sqrt{23+2}=\sqrt{25}=5$ …… ❷
$\therefore m+n=2+5=7$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ m의 값 구하기	2점
❷ n의 값 구하기	2점
❸ $m+n$의 값 구하기	1점

30 $0.3=\sqrt{0.09}$, $3=\sqrt{9}$이고
$0.09<0.9<5<9$이므로
$0.3<\sqrt{0.9}<\sqrt{5}<3$ …… ❶
따라서 $a=3$, $b=0.3$이므로 …… ❷
$a+10b=3+10\times0.3=6$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ 주어진 수의 대소 관계 알기	2점
❷ a, b의 값 각각 구하기	각 1점
❸ $a+10b$의 값 구하기	1점

중단원 테스트 [2회]

19~22쪽

01 ⑤	**02** ①, ⑤	**03** ②	**04** ②	**05** ②
06 $\frac{1}{2}$	**07** ①	**08** ②	**09** 0	**10** 9
11 ③	**12** ③	**13** ③	**14** ⑤	**15** ④
16 ③, ④	**17** ③	**18** ⑤	**19** ㄱ, ㄷ, ㄹ	

20 $\mathrm{P}(3+\sqrt{14})$, $\mathrm{Q}(3-\sqrt{14})$

21 $\mathrm{P}(-1-\sqrt{10})$, $\mathrm{Q}(-1+\sqrt{10})$ **22** ④

23 ④ **24** ⑤ **25** 4.722 **26** $2b-2c$

27 13 **28** 149 **29** 9 **30** $4a-b$

01 ① 제곱근 9는 $\sqrt{9}=3$이다.
② 1의 제곱근은 ±1이므로 -1은 1의 제곱근이다.
③ $\sqrt{25}=5$의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$이다.
④ $-\sqrt{4}=-2$는 음수이고, 음수의 제곱근은 없다.
⑤ 양수의 제곱근은 양수와 음수 2개이다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

02 ① 제곱근 3은 $\sqrt{3}$이고, 3의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$이므로 서로 다르다.
② 음수의 제곱근은 없다.
③ $\sqrt{4}=2$
④ 0의 제곱근은 0의 1개이다.
⑤ 0.01의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.01}=\pm0.1$의 2개이고 그 합은 $0.1+(-0.1)=0$이다.
따라서 옳은 것은 ①, ⑤이다.

03 36의 양의 제곱근은 $\sqrt{36}=6$이므로 $a=6$
$(-4)^2=16$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{16}=-4$이므로
$b=-4$
$\therefore a+b=6+(-4)=2$

04 $\frac{16}{25}$의 양의 제곱근은 $\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$이므로 $a=\frac{4}{5}$
$\sqrt{\frac{1}{81}}=\frac{1}{9}$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{\frac{1}{9}}=-\frac{1}{3}$이므로
$b=-\frac{1}{3}$
$\sqrt{(-4)^2}=4$의 양의 제곱근은 $\sqrt{4}=2$이므로 $c=2$
$\therefore \frac{ab}{c}=\frac{4}{5}\times\left(-\frac{1}{3}\right)\div2=-\frac{2}{15}$

05 ① $(\sqrt{11})^2=11$ ③ $\sqrt{(-10)^2}=10$
④ $(-\sqrt{0.2})^2=0.2$ ⑤ $\sqrt{8^2}=8$

06 $(-\sqrt{3})^2\div\sqrt{5^2\times(-2)^2}+\sqrt{\left(\frac{1}{5}\right)^2}=3\div10+\frac{1}{5}$
$=\frac{3}{10}+\frac{1}{5}=\frac{1}{2}$

07 $\sqrt{9b^2}=\sqrt{(3b)^2}$이고 $a>0$, $b<0$에서
$2a>0$, $-4a<0$, $3b<0$
$\therefore \sqrt{(2a)^2}-\sqrt{(-4a)^2}+\sqrt{9b^2}$
$=2a-\{-(-4a)\}+(-3b)$
$=-2a-3b$

08 $0<x<2$에서 $x-2<0$
$\therefore \sqrt{x^2}+\sqrt{(x-2)^2}=x+\{-(x-2)\}=2$

09 $2=\sqrt{4}$이므로 $2<\sqrt{7}$에서 $2-\sqrt{7}<0$, $\sqrt{7}-2>0$
$\therefore \sqrt{(2-\sqrt{7})^2}-\sqrt{(\sqrt{7}-2)^2}=-(2-\sqrt{7})-(\sqrt{7}-2)=0$

10 $\sqrt{3}<x<\sqrt{20}$에서 $3<x^2<20$
따라서 자연수 x는 2, 3, 4이므로 구하는 합은
$2+3+4=9$

11 $\sqrt{504x}=\sqrt{2^3\times3^2\times7\times x}$가 자연수가 되려면
$x=2\times7\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 x는
$2\times7=14$이다.

12 $\sqrt{\frac{24}{x}}=\sqrt{\frac{2^3\times3}{x}}$이 자연수가 되려면 x는 24의 약수이면서 $2\times3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 x는
$2\times3=6$이다.

13 $\sqrt{100+a}$가 자연수가 되려면 $100+a$는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
이때 a가 자연수이므로 $100+a>100$에서
$100+a=121, 144, 169, 196, 225, \cdots$
$\therefore a=21, 44, 69, 96, 125, \cdots$
따라서 두 자리 자연수 a는 21, 44, 69, 96의 4개이다.

14 ① $\sqrt{0.1^2}=0.1$ ② 0.02
③ $-\sqrt{0.04}=-0.2$ ④ $(-\sqrt{0.01})^2=0.01$
⑤ $\sqrt{(-0.2)^2}=0.2$
따라서 가장 큰 수는 ⑤이다.

15 ① $\sqrt{3}<\sqrt{5}$이므로 $-\sqrt{5}<-\sqrt{3}$
② $3=\sqrt{9}$이고 $\sqrt{6}<\sqrt{9}$이므로 $\sqrt{6}<3$
③ $6=\sqrt{36}$이고 $-\sqrt{35}>-\sqrt{36}$이므로 $-\sqrt{35}>-6$
④ $0.2=\sqrt{0.04}$이고 $\sqrt{0.4}>\sqrt{0.04}$이므로 $\sqrt{0.4}>0.2$
⑤ $\frac{1}{3}=\sqrt{\frac{1}{9}}$이고 $\sqrt{\frac{1}{9}}<\sqrt{\frac{1}{3}}$이므로 $\frac{1}{3}<\sqrt{\frac{1}{3}}$
따라서 옳은 것은 ④이다.

16 ① $\sqrt{\frac{144}{49}}=\frac{12}{7}$ ⇨ 유리수

② $1.\dot{3}=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$ ⇨ 유리수

⑤ $-\sqrt{25}=-5$ ⇨ 유리수

17 ② $0.101001000\cdots$은 순환하지 않는 무한소수이므로 무리수이다.

③ $\sqrt{1.21}=1.1$이므로 유리수이다.

⑤ $\sqrt{2}+\sqrt{9}=\sqrt{2}+3$이므로 무리수이다.

따라서 무리수가 아닌 것은 ③이다.

18 ① $\sqrt{11}$과 $\sqrt{13}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.

② $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.

③ 근호 안의 수가 (유리수)^{2}의 꼴이면 유리수이다.

④ 수직선은 유리수와 무리수에 대응하는 점들로 완전히 메울 수 있다.

19 ㄴ. 순환소수는 무한소수이지만 유리수이다.

20 정사각형 ABCD의 넓이가 14이므로 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{14}$이다. $\therefore \overline{AB}=\overline{AD}=\sqrt{14}$

따라서 점 P에 대응하는 수는 $3+\sqrt{14}$이고, 점 Q에 대응하는 수는 $3-\sqrt{14}$이다.

21 $\overline{AB}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$, $\overline{AD}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$

$\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{10}$이므로

점 P에 대응하는 수는 $-1-\sqrt{10}$

$\overline{AQ}=\overline{AD}=\sqrt{10}$이므로

점 Q에 대응하는 수는 $-1+\sqrt{10}$

22 ① $5=\sqrt{25}$이므로 $\sqrt{2}<\sqrt{25}$

$\therefore \sqrt{2}<5$

② $\frac{1}{2}=0.5=\sqrt{0.25}$이므로 $\sqrt{0.25}<\sqrt{0.64}$

$\therefore \frac{1}{2}<\sqrt{0.64}$

③ $12=\sqrt{144}$이므로 $\sqrt{144}>\sqrt{140}$

즉, $12>\sqrt{140}$이므로 $-12<-\sqrt{140}$

④ $\sqrt{3}-2-(\sqrt{3}-\sqrt{5})=-2+\sqrt{5}$

$=-\sqrt{4}+\sqrt{5}>0$

$\therefore \sqrt{3}-2>\sqrt{3}-\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{(-5)^2}=5$, $\sqrt{4^2}=4$이므로 $\sqrt{(-5)^2}>\sqrt{4^2}$

따라서 옳은 것은 ④이다.

23 $a-c=(\sqrt{7}+2)-3=\sqrt{7}-1>0$

$\therefore a>c$

$b-c=(\sqrt{21}-2)-3=\sqrt{21}-5=\sqrt{21}-\sqrt{25}<0$

$\therefore b<c$

$\therefore b<c<a$

24 $1<\sqrt{2}<2$이므로 $-2<-\sqrt{2}<-1$

$\therefore 2<4-\sqrt{2}<3$

따라서 $4-\sqrt{2}$의 정수 부분은 2, 소수 부분은

$4-\sqrt{2}-2=2-\sqrt{2}$이므로

$a=2$, $b=2-\sqrt{2}$

$\therefore a+(b-2)^2=2+(2-\sqrt{2}-2)^2=4$

25 $\sqrt{23.4}=4.837$이므로 $a=23.4$

$\sqrt{21.2}=4.604$이므로 $b=21.2$

$\therefore \sqrt{\frac{a+b}{2}}=\sqrt{\frac{23.4+21.2}{2}}=\sqrt{22.3}=4.722$

26 $c<a<b$에서

$c-a<0$, $a-b<0$, $b-c>0$이므로 …… ❶

$\sqrt{(c-a)^2}+\sqrt{(a-b)^2}+\sqrt{(b-c)^2}$

$=-(c-a)+\{-(a-b)\}+(b-c)$

$=-c+a-a+b+b-c$

$=2b-2c$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ $c-a$, $a-b$, $b-c$의 부호 구하기	2점
❷ 주어진 식을 간단히 하기	3점

27 $\sqrt{36}<\sqrt{39}<\sqrt{49}$이므로 $6<\sqrt{39}<7$

$\sqrt{39}$보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6개이다.

$\therefore a=6$ …… ❶

$\sqrt{49}<\sqrt{57}<\sqrt{64}$이므로 $7<\sqrt{57}<8$

$\sqrt{57}$보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7의 7개이다.

$\therefore b=7$ …… ❷

$\therefore a+b=6+7=13$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ a의 값 구하기	2점
❷ b의 값 구하기	2점
❸ $a+b$의 값 구하기	1점

28 $\sqrt{34-x}$가 정수가 되려면 $34-x$는 0 또는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

이때 x가 자연수이므로 $34-x<34$에서

$34-x=0, 1, 4, 9, 16, 25$

$\therefore x=34, 33, 30, 25, 18, 9$ …… ❶

따라서 모든 자연수 x의 값의 합은

$34+33+30+25+18+9=149$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ 자연수 x의 값 구하기	3점
❷ 모든 자연수 x의 값의 합 구하기	2점

29 $\sqrt{16}<\sqrt{19}<\sqrt{25}$이므로 $4<\sqrt{19}<5$

$\therefore -5<-\sqrt{19}<-4$ …… ❶

$\sqrt{4}<\sqrt{5}<\sqrt{9}$이므로 $2<\sqrt{5}<3$

$\therefore 4<2+\sqrt{5}<5$ …… ❷

따라서 $-\sqrt{19}$와 $2+\sqrt{5}$ 사이에 있는 정수는

$-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$의 9개이다. …… ❸

채점 기준	배점
❶ $-\sqrt{19}$의 범위 구하기	2점
❷ $2+\sqrt{5}$의 범위 구하기	2점
❸ $-\sqrt{19}$와 $2+\sqrt{5}$ 사이에 있는 정수의 개수 구하기	1점

30 $a-b>0$에서 $a>b$이고, $ab<0$에서 a, b의 부호가 다르므로

$a>0$, $b<0$, $-3a<0$ …… ❶

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{a^2}+\sqrt{(-3a)^2}+\sqrt{b^2}&=a+\{-(-3a)\}+(-b)\\&=a+3a-b\\&=4a-b\end{aligned}$$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ a, b, $-3a$의 부호 구하기	각 1점
❷ 주어진 식 간단히 하기	2점

2. 근호를 포함한 식의 계산

01. 근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈

소단원 테스트 [1회] 23~24쪽

01 ①	**02** 6	**03** ③	**04** $24\sqrt{2}$ cm	
05 320	**06** 35	**07** ④	**08** 45	**09** ①
10 a^2b	**11** ⑤	**12** ①	**13** ⑤	**14** 15
15 ④	**16** $\frac{8}{35}$	**17** $3\sqrt{2}$ cm		**18** ⑤
19 ③, ⑤	**20** ③			

01 $4\sqrt{3}\times2\sqrt{7}\times\left(-\sqrt{\frac{5}{3}}\right)$

$=\{4\times2\times(-1)\}\times\sqrt{3\times7\times\frac{5}{3}}$

$=-8\sqrt{35}$

02 $\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{a}=\sqrt{2\times3\times a}=\sqrt{6a}$

즉, $\sqrt{6a}=6$이므로

$6a=6^2 \qquad \therefore a=6$

03 ③ $-\sqrt{7}\div\frac{\sqrt{7}}{21}=-\sqrt{7}\times\frac{21}{\sqrt{7}}=-21$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

04 정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 x cm라고 하면

△BCD에서

$x^2+x^2=12^2$, $2x^2=144$

$x^2=72 \qquad \therefore x=6\sqrt{2}\ (\because x>0)$

따라서 □ABCD의 둘레의 길이는

$4\times6\sqrt{2}=24\sqrt{2}$ (cm)

05 $\sqrt{48}=\sqrt{4^2\times3}=4\sqrt{3}$이므로 $a=4$

$2\sqrt{5}=\sqrt{2^2\times5}=\sqrt{20}$이므로 $b=20$

$\sqrt{112}=\sqrt{4^2\times7}=4\sqrt{7}$이므로 $c=4$

$\therefore abc=4\times20\times4=320$

06 $\sqrt{\frac{5}{63}}=\sqrt{\frac{5}{3^2\times7}}=\frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{7}}{3\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{35}}{21}$이므로

$a=35$

07 $\sqrt{18}\times\sqrt{12}\times\sqrt{50}=\sqrt{(2\times3^2)\times(2^2\times3)\times(2\times5^2)}$

$=\sqrt{(2^2\times3\times5)^2\times3}$

$=60\sqrt{3}$

$\therefore a=60$

08 $\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{3\times\sqrt{10}}{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$이므로 $a=\frac{3}{10}$

$\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{14}}=\frac{2\sqrt{3}\times\sqrt{14}}{\sqrt{14}\times\sqrt{14}}=\frac{2\sqrt{42}}{14}=\frac{\sqrt{42}}{7}$이므로 $b=42$

$\therefore 10a+b=10\times\frac{3}{10}+42=45$

09 $\sqrt{28}+\sqrt{14}=\sqrt{2^2\times7}+\sqrt{2\times7}$
$=(\sqrt{2})^2\times\sqrt{7}+\sqrt{2}\times\sqrt{7}$
$=a^2b+ab=ab(a+1)$

10 $\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times3}=(\sqrt{2})^2\times\sqrt{3}=a^2b$

11 $\dfrac{\sqrt{52}}{\sqrt{84}\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{52}{84\times3}}=\sqrt{\dfrac{13}{63}}=\sqrt{\dfrac{13}{3^2\times7}}=\dfrac{\sqrt{13}}{3\sqrt{7}}$
즉, 분모를 유리화하기 위해 분자, 분모에 곱해야 할 가장 작은 무리수는 $\sqrt{7}$이다.

12 ① $\dfrac{8}{\sqrt{2}}=\dfrac{8\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{8\sqrt{2}}{2}=4\sqrt{2}$

13 ① $\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times3}=2\sqrt{3}$
② $\sqrt{45}=\sqrt{3^2\times5}=3\sqrt{5}$
③ $\sqrt{150}=\sqrt{5^2\times6}=5\sqrt{6}$
④ $3\sqrt{7}=\sqrt{3^2\times7}=\sqrt{63}$
⑤ $-9\sqrt{2}=-\sqrt{9^2\times2}=-\sqrt{162}$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

14 $\sqrt{90}\div\sqrt{\dfrac{2}{15}}\times\sqrt{10}=3\sqrt{10}\times\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{2}}\times\sqrt{10}$
$=\dfrac{30\sqrt{15}}{\sqrt{2}}=15\sqrt{30}$
$\therefore a=15$

15 $\dfrac{\sqrt{75}}{\sqrt{2}}\div\dfrac{\sqrt{32}}{\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{27}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}\times\dfrac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$
$=\dfrac{5\sqrt{3}}{6\sqrt{2}}=\dfrac{5\sqrt{6}}{12}$

16 $\sqrt{\dfrac{128}{49}}=\sqrt{\dfrac{8^2\times2}{7^2}}=\dfrac{8\sqrt{2}}{7}$이므로 $a=\dfrac{8}{7}$
$\sqrt{0.24}=\sqrt{\dfrac{24}{100}}=\sqrt{\dfrac{2^3\times3}{10^2}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{10}=\dfrac{\sqrt{6}}{5}$이므로 $b=\dfrac{1}{5}$
$\therefore ab=\dfrac{8}{7}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{8}{35}$

17 $\sqrt{12}\times\sqrt{20}\times$(높이)$=12\sqrt{30}$이므로
(높이)$=12\sqrt{30}\div\sqrt{12}\div\sqrt{20}$
$=12\sqrt{30}\times\dfrac{1}{2\sqrt{3}}\times\dfrac{1}{2\sqrt{5}}$
$=3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

18 ① $\sqrt{300}=\sqrt{3\times100}=10\sqrt{3}=10\times1.732=17.32$
② $\sqrt{3000}=\sqrt{30\times100}=10\sqrt{30}=10\times5.477=54.77$
③ $\sqrt{30000}=\sqrt{3\times10000}=100\sqrt{3}=100\times1.732=173.2$
④ $\sqrt{0.03}=\sqrt{\dfrac{3}{100}}=\dfrac{\sqrt{3}}{10}=\dfrac{1.732}{10}=0.1732$
⑤ $\sqrt{0.003}=\sqrt{\dfrac{30}{10000}}=\dfrac{\sqrt{30}}{100}=\dfrac{5.477}{100}=0.05477$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

19 ① $\sqrt{0.0005}=\sqrt{\dfrac{5}{10000}}=\dfrac{\sqrt{5}}{100}=\dfrac{2.236}{100}=0.02236$
② $\sqrt{0.05}=\sqrt{\dfrac{5}{100}}=\dfrac{\sqrt{5}}{10}=\dfrac{2.236}{10}=0.2236$
④ $\sqrt{500}=\sqrt{5\times100}=10\sqrt{5}=10\times2.236=22.36$

20 ① $\sqrt{0.0007}=\sqrt{\dfrac{7}{10000}}=\dfrac{\sqrt{7}}{100}=\dfrac{a}{100}$
② $\sqrt{0.007}=\sqrt{\dfrac{70}{10000}}=\dfrac{\sqrt{70}}{100}=\dfrac{b}{100}$
③ $\sqrt{0.7}=\sqrt{\dfrac{70}{100}}=\dfrac{\sqrt{70}}{10}=\dfrac{b}{10}$
④ $\sqrt{700}=\sqrt{7\times100}=10\sqrt{7}=10a$
⑤ $\sqrt{7000}=\sqrt{70\times100}=10\sqrt{70}=10b$
따라서 옳은 것은 ③이다.

소단원 테스트 [2회]

25~26쪽

01 ②	**02** ②	**03** ②	**04** $\dfrac{1}{5}$	**05** $\dfrac{1}{7}$
06 ③	**07** ③	**08** ④	**09** $8\sqrt{19}\ \text{cm}^2$	
10 $\dfrac{4}{5}ab$	**11** ⑤	**12** ②	**13** $-\dfrac{2}{3}$	**14** ①
15 ②	**16** $\dfrac{3}{10}$	**17** $8\sqrt{2}\pi$	**18** ④	**19** ③
20 217				

01 ① $\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=2\times2=4$
② $\sqrt{28}\div\sqrt{7}=\sqrt{\dfrac{28}{7}}=\sqrt{4}=2$
③ $\sqrt{\dfrac{12}{5}}\times\sqrt{\dfrac{10}{4}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}\times\dfrac{\sqrt{10}}{2}=\sqrt{6}$
④ $\sqrt{12}\div\sqrt{2}=\sqrt{\dfrac{12}{2}}=\sqrt{6}$
⑤ $\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{5}=\sqrt{2\times3\times5}=\sqrt{30}$
따라서 옳은 것은 ②이다.

02 $\sqrt{24}=\sqrt{2^3\times3}=2\sqrt{6}$이므로 $a=2$
$\sqrt{52}=\sqrt{2^2\times13}=2\sqrt{13}$이므로 $b=2$
$\therefore a+b=2+2=4$

03 $\sqrt{0.08}\times\sqrt{0.5}=\sqrt{0.08\times0.5}=\sqrt{0.04}=0.2$

04 $\sqrt{0.12}=\sqrt{\dfrac{12}{100}}=\sqrt{\dfrac{2^2\times3}{10^2}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{10}=\dfrac{\sqrt{3}}{5}$
$\therefore k=\dfrac{1}{5}$

05 $\dfrac{2}{3a}\sqrt{\dfrac{a}{b}}+\dfrac{1}{3b}\sqrt{\dfrac{b}{a}}=\dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{a}{b}\times\dfrac{1}{a^2}}+\dfrac{1}{3}\sqrt{\dfrac{b}{a}\times\dfrac{1}{b^2}}$
$=\dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{1}{ab}}+\dfrac{1}{3}\sqrt{\dfrac{1}{ab}}$ ...... ㉠

$ab=49$를 ㉠에 대입하면

(주어진 식)$=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{1}{49}}+\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{49}}$

$=\frac{2}{21}+\frac{1}{21}=\frac{1}{7}$

06 $\frac{\sqrt{80}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2^4\times5}}{2\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$이므로 $a=2$

$\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{15}}{3}$이므로 $b=2$

$\therefore b-a=2-2=0$

07 $\sqrt{10}\times\sqrt{15}=\sqrt{150}=\sqrt{5^2\times6}=5\sqrt{6}$이므로 $a=5$

08 $\sqrt{2000}=\sqrt{100\times20}=10\sqrt{20}=10a$

09 $\triangle ABC$에서

$\overline{BC}=\sqrt{(4\sqrt{10})^2-(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{38}\,(\mathrm{cm})$

$\therefore \square ABCD=2\sqrt{38}\times2\sqrt{2}=8\sqrt{19}\,(\mathrm{cm}^2)$

10 $\sqrt{0.54}+\frac{3}{\sqrt{6}}=\sqrt{\frac{54}{100}}+\frac{3\sqrt{6}}{6}=\frac{3\sqrt{6}}{10}+\frac{\sqrt{6}}{2}$

$=\frac{4\sqrt{6}}{5}=\frac{4}{5}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}$

$=\frac{4}{5}ab$

11 $\frac{a}{\sqrt{180}}=\frac{a}{\sqrt{2^2\times3^2\times5}}=\frac{a}{6\sqrt{5}}=\frac{a\sqrt{5}}{30}$

이므로 $\frac{a}{30}=\frac{1}{9}$

$9a=30 \qquad \therefore a=\frac{10}{3}$

12 $\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{10}}{10}=\frac{3.162}{10}=0.3162$

13 $\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{5}}\div\left(-\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times\left(-\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{6}}\right)$

$=-\frac{2}{\sqrt{3}}=-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\therefore a=-\frac{2}{3}$

14 $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{8}}\div\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}\times(-\sqrt{30})=\frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}}\times\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times(-\sqrt{30})$

$=-\sqrt{90}=-3\sqrt{10}$

15 $4\sqrt{6}\div2\sqrt{2}\times5\sqrt{3}=4\sqrt{6}\times\frac{1}{2\sqrt{2}}\times5\sqrt{3}=30$

16 $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{10}}{4}\div\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{12}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{10}}{4}\times\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$

$=\frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}=\frac{3\sqrt{15}}{10}$

$\therefore a=\frac{3}{10}$

17 (원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times(\sqrt{8})^2\times3\sqrt{2}=8\sqrt{2}\pi$

18 $\sqrt{0.03}+\sqrt{0.3}=\sqrt{\frac{3}{100}}+\sqrt{\frac{30}{100}}=\frac{\sqrt{3}}{10}+\frac{\sqrt{30}}{10}$

$=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{30}}{10}=\frac{a+b}{10}$

19 ① $\sqrt{320}=\sqrt{3.2\times100}=10\sqrt{3.2}=10a$

② $\sqrt{3200}=\sqrt{32\times100}=10\sqrt{32}=10b$

③ $\sqrt{32000}=\sqrt{3.2\times10000}=100\sqrt{3.2}=100a$

④ $\sqrt{0.32}=\sqrt{\frac{32}{100}}=\frac{\sqrt{32}}{10}=\frac{b}{10}$

⑤ $\sqrt{0.032}=\sqrt{\frac{3.2}{100}}=\frac{\sqrt{3.2}}{10}=\frac{a}{10}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

20 $14.73=10\times1.473=10\sqrt{2.17}$

$=\sqrt{2.17\times100}=\sqrt{217}$

$\therefore a=217$

02. 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈

소단원 테스트 [1회] 27~28쪽

01 ④ **02** ② **03** $\sqrt{3}+\sqrt{5}$ **04** 77.7049
05 ③ **06** ⑤ **07** $\sqrt{2}$ **08** $\frac{51\sqrt{2}}{10}$ **09** ③
10 $9+3\sqrt{6}$ **11** ④ **12** ⑤ **13** ⑤
14 6 **15** 4 **16** ② **17** ④ **18** ②
19 $c<b<a$ **20** ㄱ, ㄴ

01 ① $3\sqrt{7}-\sqrt{7}=2\sqrt{7}$

② $3\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{3}+5\sqrt{3}=7\sqrt{3}$

⑤ $\sqrt{10}+2\sqrt{10}-3\sqrt{10}=0$

02 $\sqrt{50}+\sqrt{32}-3\sqrt{2}=5\sqrt{2}+4\sqrt{2}-3\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

$\therefore a=6$

03 $\sqrt{45}-\sqrt{48}-\sqrt{20}+\sqrt{75}=3\sqrt{5}-4\sqrt{3}-2\sqrt{5}+5\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}+\sqrt{5}$

04 $\sqrt{0.06}=\sqrt{\frac{6}{100}}=\frac{\sqrt{6}}{10}=\frac{2.449}{10}=0.2449$

$\sqrt{6000}=\sqrt{60\times100}=10\sqrt{60}=10\times7.746=77.46$

$\therefore \sqrt{0.06}+\sqrt{6000}=0.2449+77.46=77.7049$

05 $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{21}}{3}+\frac{\sqrt{21}}{7}$

$=\frac{10\sqrt{21}}{21}$

06 $x=\frac{5-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}=\frac{5-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}-3}{6}$

$y=\sqrt{48}-2\sqrt{3}=4\sqrt{3}-2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

$\therefore x-y=\frac{5\sqrt{3}-3}{6}-2\sqrt{3}=\frac{5\sqrt{3}-3}{6}-\frac{12\sqrt{3}}{6}$

$=\frac{-3-7\sqrt{3}}{6}$

07 $\sqrt{2}(4-2\sqrt{3})-\sqrt{3}(\sqrt{6}-2\sqrt{2})$

$=4\sqrt{2}-2\sqrt{6}-3\sqrt{2}+2\sqrt{6}=\sqrt{2}$

08 $x=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$이므로

$y=\frac{1}{5\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{10}$

$\therefore x+y=5\sqrt{2}+\frac{\sqrt{2}}{10}=\frac{51\sqrt{2}}{10}$

09 $\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{2}{\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}=0$

10 $\sqrt{2}(3\sqrt{8}+\sqrt{12})-\frac{\sqrt{18}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$=12+2\sqrt{6}-\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$=12+2\sqrt{6}-(3-\sqrt{6})$

$=9+3\sqrt{6}$

11 $\sqrt{48}-2\sqrt{24}-\sqrt{3}\left(2-\frac{6}{\sqrt{18}}\right)$

$=4\sqrt{3}-4\sqrt{6}-2\sqrt{3}+\sqrt{6}$

$=2\sqrt{3}-3\sqrt{6}$

따라서 $a=2$, $b=-3$이므로

$a-b=2-(-3)=5$

12 $\frac{2\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}}-\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})=2+\sqrt{3}-2\sqrt{3}+2$

$=4-\sqrt{3}$

따라서 $a=4$, $b=-1$이므로

$a-b=4-(-1)=5$

13 $2\sqrt{6}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\sqrt{6}\right)-\frac{a}{\sqrt{2}}(3\sqrt{2}-2)$

$=2\sqrt{2}-12-3a+a\sqrt{2}$

$=-12-3a+(2+a)\sqrt{2}$

무리수가 되려면 $2+a\neq0$이어야 하므로 $a\neq-2$

14 $\sqrt{3}(5\sqrt{3}-6)-a(1-\sqrt{3})=15-6\sqrt{3}-a+a\sqrt{3}$

$=15-a+(a-6)\sqrt{3}$

유리수가 되려면 $a-6=0$이어야 하므로 $a=6$

15 $\sqrt{6}(\sqrt{8}-a\sqrt{2})+2\sqrt{3}\left(2+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$=\sqrt{48}-a\sqrt{12}+4\sqrt{3}+2$

$=4\sqrt{3}-2a\sqrt{3}+4\sqrt{3}+2$

$=2+(8-2a)\sqrt{3}$

유리수가 되려면 $8-2a=0$이어야 하므로 $2a=8$

$\therefore a=4$

16 넓이가 8 cm^2인 정사각형의 한 변의 길이는

$\sqrt{8}=2\sqrt{2}\text{ (cm)}$이므로 $\overline{AB}=2\sqrt{2}\text{ cm}$

넓이가 18 cm^2인 정사각형의 한 변의 길이는

$\sqrt{18}=3\sqrt{2}\text{ (cm)}$이므로 $\overline{BC}=3\sqrt{2}\text{ cm}$

$\therefore \overline{AC}=\overline{AB}+\overline{BC}=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}\text{ (cm)}$

17 정사각형 ABCD의 넓이가 2이므로 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이다. $\therefore \overline{AB}=\overline{AD}=\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AQ}=\overline{AD}=\sqrt{2}$, $\overline{AP}=\overline{AB}=\sqrt{2}$

$\therefore \overline{QP}=\overline{AQ}+\overline{AP}=\sqrt{2}+\sqrt{2}=2\sqrt{2}$

18 $a-b=(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(2+\sqrt{3})=\sqrt{5}-2=\sqrt{5}-\sqrt{4}>0$

$\therefore a>b$

$a-c=(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}+2)$

$=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$

$\therefore a<c$

$\therefore b<a<c$

19 $a-b=(3\sqrt{2}-\sqrt{5})-(2\sqrt{5}-\sqrt{8})$

$=3\sqrt{2}-\sqrt{5}-2\sqrt{5}+2\sqrt{2}$

$=5\sqrt{2}-3\sqrt{5}=\sqrt{50}-\sqrt{45}>0$

$\therefore a>b$

$b-c=(2\sqrt{5}-\sqrt{8})-(2\sqrt{5}-3)$

$=2\sqrt{5}-2\sqrt{2}-2\sqrt{5}+3$

$=-2\sqrt{2}+3=-\sqrt{8}+\sqrt{9}>0$

$\therefore b>c$

$\therefore c<b<a$

20 ㄱ. $(\sqrt{12}+1)-(2\sqrt{3}-4)=2\sqrt{3}+1-2\sqrt{3}+4$

$=5>0$

$\therefore \sqrt{12}+1>2\sqrt{3}-4$

ㄴ. $(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{27}=\sqrt{2}+\sqrt{3}-3\sqrt{3}$

$=\sqrt{2}-2\sqrt{3}=\sqrt{2}-\sqrt{12}<0$

$\therefore \sqrt{2}+\sqrt{3}<\sqrt{27}$

ㄷ. $(\sqrt{5}+\sqrt{28})-(\sqrt{45}-\sqrt{5})=\sqrt{5}+2\sqrt{7}-3\sqrt{5}+\sqrt{5}$

$=2\sqrt{7}-\sqrt{5}=\sqrt{28}-\sqrt{5}>0$

$\therefore \sqrt{5}+\sqrt{28}>\sqrt{45}-\sqrt{5}$

ㄹ. $\sqrt{48}-(\sqrt{32}-\sqrt{3})=4\sqrt{3}-4\sqrt{2}+\sqrt{3}=5\sqrt{3}-4\sqrt{2}$

$=\sqrt{75}-\sqrt{32}>0$

$\therefore \sqrt{48}>\sqrt{32}-\sqrt{3}$

따라서 두 실수의 대소 관계가 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

소단원 테스트 [2회] 29~30쪽

01 ④ **02** ② **03** -1 **04** $2\sqrt{35}+2$
05 ② **06** ② **07** -4 **08** $6\sqrt{5}-12$
09 $\frac{7\sqrt{6}}{2}-8$ **10** ⑤ **11** ③ **12** 8
13 ⑤ **14** ② **15** ④ **16** $2\sqrt{5}$
17 $3\sqrt{6}\,\text{cm}^2$ **18** ④ **19** 0
20 $B<A<C$

01 ④ $-\sqrt{5}-4\sqrt{5}=-5\sqrt{5}$

⑤ $\frac{\sqrt{13}}{2}+\frac{\sqrt{13}}{3}+\frac{\sqrt{13}}{6}=\left(\frac{3}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\right)\sqrt{13}=\sqrt{13}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

02 ② $\sqrt{8}-\sqrt{2}=2\sqrt{2}-\sqrt{2}=\sqrt{2}$

③ $\sqrt{24}+\sqrt{6}=2\sqrt{6}+\sqrt{6}=3\sqrt{6}$

④ $\sqrt{27}-\sqrt{3}=3\sqrt{3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

03 $2\sqrt{3}+\sqrt{45}-2\sqrt{48}+2\sqrt{5}$

$=2\sqrt{3}+3\sqrt{5}-8\sqrt{3}+2\sqrt{5}$

$=-6\sqrt{3}+5\sqrt{5}$

따라서 $a=-6$, $b=5$이므로

$a+b=-6+5=-1$

04 $\sqrt{7}A-\sqrt{5}B=\sqrt{7}(\sqrt{5}+\sqrt{7})-\sqrt{5}(\sqrt{5}-\sqrt{7})$

$=\sqrt{35}+7-5+\sqrt{35}$

$=2\sqrt{35}+2$

05 $\sqrt{6ab}+a\sqrt{\frac{b}{6a}}-\frac{\sqrt{6b}}{b\sqrt{a}}$

$=\sqrt{6ab}+\sqrt{\frac{b}{6a}\times a^2}-\sqrt{\frac{6b}{ab^2}}$

$=\sqrt{6ab}+\sqrt{\frac{ab}{6}}-\sqrt{\frac{6}{ab}}$ ...... ㉠

$ab=2$를 ㉠에 대입하면

(주어진 식)$=\sqrt{12}+\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}-\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

06 $\frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}-\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{6}-2}{2}-\frac{3\sqrt{6}+3}{3}$

$=\sqrt{6}-1-(\sqrt{6}+1)=-2$

07 $\sqrt{48}-2\sqrt{2}(\sqrt{2}+\sqrt{6})=4\sqrt{3}-4-4\sqrt{3}=-4$

08 $\sqrt{3}A-\sqrt{15}B=\sqrt{3}(\sqrt{15}+\sqrt{3})-\sqrt{15}(\sqrt{15}-\sqrt{3})$

$=3\sqrt{5}+3-15+3\sqrt{5}$

$=6\sqrt{5}-12$

09 $\frac{6}{\sqrt{2}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})-\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=3\sqrt{6}-6-2+\frac{\sqrt{6}}{2}$

$=\frac{7\sqrt{6}}{2}-8$

10 $\frac{4+2\sqrt{2}}{\sqrt{8}}=\frac{4+2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=\frac{(4+2\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$

$=\frac{4\sqrt{2}+4}{4}=\sqrt{2}+1$

따라서 $a=1$, $b=1$이므로

$a+b=1+1=2$

11 $\sqrt{(-2)^2}-\sqrt{2}(2-\sqrt{2})+2\sqrt{18}=2-2\sqrt{2}+2+6\sqrt{2}$

$=4+4\sqrt{2}$

12 $\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\div\frac{1}{\sqrt{6}}=3\sqrt{6}-(1-\sqrt{6})\times\sqrt{6}$

$=3\sqrt{6}-\sqrt{6}+6$

$=2\sqrt{6}+6$

따라서 $a=2$, $b=6$이므로

$a+b=2+6=8$

13 $\sqrt{27}-a\sqrt{3}+3\sqrt{12}-\sqrt{48}=3\sqrt{3}-a\sqrt{3}+6\sqrt{3}-4\sqrt{3}$

$=(5-a)\sqrt{3}$

유리수가 되려면 $5-a=0$이어야 하므로 $a=5$

14 $\sqrt{20}\left(\sqrt{10}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)-\frac{a}{\sqrt{2}}(4-\sqrt{8})$

$=\sqrt{200}-2-\frac{4a}{\sqrt{2}}+2a$

$=10\sqrt{2}-2-2a\sqrt{2}+2a$

$=-2+2a+(10-2a)\sqrt{2}$

유리수가 되려면 $10-2a=0$이어야 하므로 $2a=10$

$\therefore a=5$

15 $2\sqrt{5}-5a-3\sqrt{5}(\sqrt{5}+2a)=2\sqrt{5}-5a-15-6a\sqrt{5}$

$=-5a-15+(2-6a)\sqrt{5}$

유리수가 되려면 $2-6a=0$이어야 하므로 $a=\frac{1}{3}$

16 $\overline{AD}=\overline{AB}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

$\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{5}$, $\overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{5}$

$\therefore \overline{PQ}=\overline{AP}+\overline{AQ}=\sqrt{5}+\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

17 (사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{3}+\sqrt{12})\times\sqrt{8}$

$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{3}+2\sqrt{3})\times2\sqrt{2}$

$=\frac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times2\sqrt{2}=3\sqrt{6}\ (\text{cm}^2)$

18 정사각형의 한 변의 길이가 각각

$\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ (cm), $\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ (cm)이므로

$\overline{AB}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}+4\sqrt{2}$

$=7\sqrt{2}$ (cm)

19 $3\sqrt{2}-\sqrt{3}-(2\sqrt{3}-\sqrt{2})=4\sqrt{2}-3\sqrt{3}=\sqrt{32}-\sqrt{27}>0$

따라서 $3\sqrt{2}-\sqrt{3}>2\sqrt{3}-\sqrt{2}$이므로

$A=2\sqrt{3}-\sqrt{2}$, $B=3\sqrt{2}-\sqrt{3}$

$\therefore \frac{A}{\sqrt{2}}-\frac{B}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}A}{2}-\frac{\sqrt{3}B}{3}$

$=\frac{\sqrt{2}(2\sqrt{3}-\sqrt{2})}{2}-\frac{\sqrt{3}(3\sqrt{2}-\sqrt{3})}{3}$

$=\sqrt{6}-1-(\sqrt{6}-1)=0$

20 $A-B=(3+\sqrt{2})-3\sqrt{2}=3-2\sqrt{2}=\sqrt{9}-\sqrt{8}>0$

$\therefore A>B$

$C-A=(2+\sqrt{8})-(3+\sqrt{2})=2+2\sqrt{2}-3-\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}-1>0$

$\therefore C>A$

$\therefore B<A<C$

중단원 테스트 [1회] 31~34쪽

01 ④	**02** ②	**03** ①	**04** $\sqrt{10}$	**05** ②
06 ④	**07** 10	**08** ③	**09** ③	**10** $2\sqrt{10}$
11 ①	**12** $\frac{a}{10}+100b$		**13** ④	**14** ①
15 ③	**16** ②	**17** $7\sqrt{2}$	**18** $-\sqrt{2}-\sqrt{6}$	
19 ③	**20** $5\sqrt{3}$	**21** $\frac{1}{3}$	**22** $2+3\sqrt{2}$	
23 ③	**24** ③	**25** ①	**26** 1	**27** $\frac{8\sqrt{5}}{5}$
28 3	**29** $2\sqrt{5}$ cm		**30** 5	

01 ④ $2\sqrt{12}\div3\sqrt{6}=4\sqrt{3}\times\frac{1}{3\sqrt{6}}=\frac{4}{3\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

02 $\sqrt{96}=\sqrt{2^5\times3}=4\sqrt{6}$이므로 $a=4$, $b=6$

$\therefore a+b=4+6=10$

03 ㄷ. $2\sqrt{51}\div\frac{\sqrt{17}}{2}=2\sqrt{51}\times\frac{2}{\sqrt{17}}=4\sqrt{3}$

ㄹ. $\frac{2}{\sqrt{2}}\div\left(-\frac{3}{\sqrt{12}}\right)=\frac{2}{\sqrt{2}}\times\left(-\frac{\sqrt{12}}{3}\right)=-\frac{2\sqrt{6}}{3}$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

04 $\sqrt{800}=\sqrt{20^2\times2}=20\sqrt{2}$이므로 $a=20$

$\sqrt{0.75}=\sqrt{\frac{75}{100}}=\sqrt{\frac{5^2\times3}{10^2}}=\frac{5\sqrt{3}}{10}=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $b=\frac{1}{2}$

$\therefore \sqrt{ab}=\sqrt{20\times\frac{1}{2}}=\sqrt{10}$

05 $\sqrt{0.0012}=\sqrt{\frac{12}{10000}}=\sqrt{\frac{2^2\times3}{100^2}}=\frac{2\sqrt{3}}{100}=\frac{\sqrt{3}}{50}$이므로

$k=\frac{1}{50}$

06 $\sqrt{0.5}=\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{a}{2}$

07 $\sqrt{32}=\sqrt{4^2\times2}=4\sqrt{2}$이므로 $a=4$

$5\sqrt{3}=\sqrt{5^2\times3}=\sqrt{75}$이므로 $b=75$

$\sqrt{108}=\sqrt{6^2\times3}=6\sqrt{3}$이므로 $c=3$

$\therefore \sqrt{\frac{ab}{c}}=\sqrt{\frac{4\times75}{3}}=\sqrt{100}=10$

08 $\sqrt{\frac{18}{75}}=\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{75}}=\frac{\sqrt{3^2\times2}}{\sqrt{5^2\times3}}=\frac{3\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{6}}{15}=\frac{\sqrt{6}}{5}$이므로

$a=5$, $b=3$, $c=\frac{1}{5}$

$\therefore abc=5\times3\times\frac{1}{5}=3$

09 $4\sqrt{5}\div2\sqrt{18}\times3\sqrt{6}=4\sqrt{5}\times\frac{1}{6\sqrt{2}}\times3\sqrt{6}=2\sqrt{15}$

10 $4\sqrt{11}\div\sqrt{22}\times\sqrt{5}=4\sqrt{11}\times\frac{1}{\sqrt{22}}\times\sqrt{5}$

$=\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{10}}{2}=2\sqrt{10}$

11 $a=\sqrt{24}-2\sqrt{5}=2\sqrt{6}-2\sqrt{5}$

$b=\frac{3}{\sqrt{6}}-\sqrt{5}=\frac{\sqrt{6}}{2}-\sqrt{5}$

$\therefore \sqrt{5}a+\sqrt{6}b=\sqrt{5}(2\sqrt{6}-2\sqrt{5})+\sqrt{6}\left(\frac{\sqrt{6}}{2}-\sqrt{5}\right)$

$=2\sqrt{30}-10+3-\sqrt{30}=\sqrt{30}-7$

12 $\sqrt{0.0554}+\sqrt{554000}=\sqrt{\frac{5.54}{100}}+\sqrt{10000\times55.4}$

$=\frac{\sqrt{5.54}}{10}+100\sqrt{55.4}$

$=\frac{a}{10}+100b$

13 ④ $\frac{4\sqrt{5}}{3}+\frac{2\sqrt{5}}{3}=2\sqrt{5}$

⑤ $\frac{9\sqrt{6}}{7}-\frac{11\sqrt{6}}{14}=\frac{18\sqrt{6}}{14}-\frac{11\sqrt{6}}{14}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

14 $\sqrt{27}-\sqrt{3}(\sqrt{15}+7)+\sqrt{125}=3\sqrt{3}-3\sqrt{5}-7\sqrt{3}+5\sqrt{5}$

$=-4\sqrt{3}+2\sqrt{5}$

따라서 $a=-4$, $b=2$이므로

$a-b=-4-2=-6$

15 $a\sqrt{\frac{12b}{a}}+b\sqrt{\frac{3a}{b}}=\sqrt{a^2\times\frac{12b}{a}}+\sqrt{b^2\times\frac{3a}{b}}$

$=\sqrt{12ab}+\sqrt{3ab}$ ...... ㉠

$ab=3$을 ㉠에 대입하면

(주어진 식)$=\sqrt{36}+\sqrt{9}$

$=6+3=9$

16 $\sqrt{45}+\sqrt{a}-2\sqrt{125}=3\sqrt{5}+\sqrt{a}-10\sqrt{5}$

$=-7\sqrt{5}+\sqrt{a}$

$-7\sqrt{5}+\sqrt{a}=-5\sqrt{5}$이므로

$\sqrt{a}=2\sqrt{5}=\sqrt{20}$

$\therefore a=20$

17 $\frac{\sqrt{18}}{3}+\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}}+\sqrt{32}=\frac{3\sqrt{2}}{3}+\frac{6\sqrt{2}}{3}+4\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}+2\sqrt{2}+4\sqrt{2}=7\sqrt{2}$

18 $\sqrt{2}(2-\sqrt{12})+\sqrt{3}(\sqrt{2}-\sqrt{6})=2\sqrt{2}-2\sqrt{6}+\sqrt{6}-3\sqrt{2}$

$=-\sqrt{2}-\sqrt{6}$

19 $\sqrt{24}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\sqrt{3}\right)-\frac{2}{\sqrt{2}}(\sqrt{54}-2)$

$=2\sqrt{3}-6\sqrt{2}-6\sqrt{3}+2\sqrt{2}$

$=-4\sqrt{2}-4\sqrt{3}$

20 $x=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$이므로

$y=\frac{1}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{12}$

$\therefore x+12y=4\sqrt{3}+12\times\frac{\sqrt{3}}{12}=5\sqrt{3}$

21 $(3\sqrt{14}-1)a+14-\sqrt{14}$

$=3a\sqrt{14}-a+14-\sqrt{14}$

$=(-a+14)+(3a-1)\sqrt{14}$

유리수가 되려면 $3a-1=0$이어야 하므로 $3a=1$

$\therefore a=\frac{1}{3}$

22 $\overline{PA}=\overline{PQ}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 점 A에 대응하는 수는 $-1-\sqrt{2}$

$\overline{RB}=\overline{RS}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$이므로 점 B에 대응하는 수는 $1+2\sqrt{2}$

따라서 두 점 A, B 사이의 거리는

$(1+2\sqrt{2})-(-1-\sqrt{2})=2+3\sqrt{2}$

23 $A=(\sqrt{6})^2=6=\sqrt{36}$, $B=2\sqrt{5}=\sqrt{20}$, $C=3\sqrt{3}=\sqrt{27}$이므로

$\sqrt{20}<\sqrt{27}<\sqrt{36}$ $\quad\therefore 2\sqrt{5}<3\sqrt{3}<6$

$\therefore B<C<A$

24 ① $(2\sqrt{3}+1)-(3\sqrt{2}+1)=2\sqrt{3}-3\sqrt{2}$

$=\sqrt{12}-\sqrt{18}<0$

$\therefore 2\sqrt{3}+1<3\sqrt{2}+1$

② $(5\sqrt{3}-1)-(4\sqrt{5}-1)=5\sqrt{3}-4\sqrt{5}$

$=\sqrt{75}-\sqrt{80}<0$

$\therefore 5\sqrt{3}-1<4\sqrt{5}-1$

③ $(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})-(3\sqrt{2}-3\sqrt{3})=5\sqrt{3}-6\sqrt{2}$

$=\sqrt{75}-\sqrt{72}>0$

$\therefore 2\sqrt{3}-3\sqrt{2}>3\sqrt{2}-3\sqrt{3}$

④ $(\sqrt{15}+1)-5=\sqrt{15}-4=\sqrt{15}-\sqrt{16}<0$

$\therefore \sqrt{15}+1<5$

⑤ $(\sqrt{5}+\sqrt{7})-(2\sqrt{2}+\sqrt{5})=\sqrt{7}-2\sqrt{2}=\sqrt{7}-\sqrt{8}<0$

$\therefore \sqrt{5}+\sqrt{7}<2\sqrt{2}+\sqrt{5}$

따라서 부등호의 방향이 나머지 넷과 다른 하나는 ③이다.

25 (i) $(1+\sqrt{5})-3=-2+\sqrt{5}=-\sqrt{4}+\sqrt{5}>0$

$\therefore 1+\sqrt{5}>3$

(ii) $3-(4-\sqrt{2})=\sqrt{2}-1>0$

$\therefore 3>4-\sqrt{2}$

(iii) $(4-\sqrt{2})-(3-\sqrt{5})=1-\sqrt{2}+\sqrt{5}>0$

$\therefore 4-\sqrt{2}>3-\sqrt{5}$

(i)~(iii)에서 $3-\sqrt{5}<4-\sqrt{2}<3<1+\sqrt{5}$

따라서 $a=1+\sqrt{5}$, $b=3-\sqrt{5}$이므로

$a-b=(1+\sqrt{5})-(3-\sqrt{5})=1+\sqrt{5}-3+\sqrt{5}$

$=-2+2\sqrt{5}$

26 $\sqrt{2000}\div\sqrt{20}=\sqrt{100}=10$이므로 $\sqrt{2000}$은 $\sqrt{20}$의 10배이다. $\quad\therefore A=10$ ...... ❶

$\sqrt{0.3}\div\sqrt{30}=\sqrt{\frac{3}{10}}\times\frac{1}{\sqrt{30}}=\sqrt{\frac{3}{10}\times\frac{1}{30}}$

$=\sqrt{\frac{1}{100}}=\frac{1}{10}$

이므로 $\sqrt{0.3}$은 $\sqrt{30}$의 $\frac{1}{10}$배이다.

$\therefore B=\frac{1}{10}$ ...... ❷

$\therefore AB=10\times\frac{1}{10}=1$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ A의 값 구하기	2점
❷ B의 값 구하기	2점
❸ AB의 값 구하기	1점

27 (직각삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\sqrt{32}\times\sqrt{20}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times2\sqrt{5}$

$=4\sqrt{10}$ …… ❶

(직사각형의 넓이)$=\sqrt{50}\times x=5\sqrt{2}\times x$

$=5\sqrt{2}x$ …… ❷

직사각형의 넓이가 직각삼각형의 넓이의 2배이므로

$5\sqrt{2}x=2\times4\sqrt{10}$

$\therefore x=\frac{8\sqrt{10}}{5\sqrt{2}}=\frac{8\sqrt{5}}{5}$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ 직각삼각형의 넓이 구하기	2점
❷ 직사각형의 넓이 구하기	2점
❸ x의 값 구하기	1점

28 $\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)-\sqrt{3}\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$=1+\frac{\sqrt{6}}{3}+\frac{2\sqrt{6}}{3}+1=2+\sqrt{6}$

따라서 $a=2$, $b=1$이므로 …… ❶

$a+b=2+1=3$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ a, b의 값 구하기	각 2점
❷ $a+b$의 값 구하기	1점

29 한 변의 길이가 $2\sqrt{5}$ cm인 정사각형의 넓이는

$2\sqrt{5}\times2\sqrt{5}=20(\text{cm}^2)$ …… ❶

사다리꼴의 높이를 h cm라고 하면 사다리꼴의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(\sqrt{5}+\sqrt{45})\times h=\frac{1}{2}\times(\sqrt{5}+3\sqrt{5})\times h$

$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}\times h$

$=2\sqrt{5}h(\text{cm}^2)$ …… ❷

사다리꼴의 넓이와 정사각형의 넓이가 같으므로

$2\sqrt{5}h=20$

$\therefore h=\frac{20}{2\sqrt{5}}=2\sqrt{5}$

따라서 사다리꼴의 높이는 $2\sqrt{5}$ cm이다. …… ❸

채점 기준	배점
❶ 정사각형의 넓이 구하기	2점
❷ 사다리꼴의 넓이 구하기	2점
❸ 사다리꼴의 높이 구하기	1점

30 $\overline{PC}=\overline{AC}=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$이므로

$a=1-3\sqrt{2}$ …… ❶

$\overline{QE}=\overline{DE}=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$이므로

$b=3+2\sqrt{2}$ …… ❷

$\therefore a+\sqrt{2}b=(1-3\sqrt{2})+\sqrt{2}(3+2\sqrt{2})$

$=1-3\sqrt{2}+3\sqrt{2}+4$

$=5$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ a의 값 구하기	2점
❷ b의 값 구하기	2점
❸ $a+\sqrt{2}b$의 값 구하기	1점

중단원 테스트 [2회] 35~38쪽

01 ② **02** 10 **03** -43 **04** ② **05** ③
06 5 **07** ③ **08** -6 **09** ④ **10** ④
11 ⑤ **12** -3 **13** ② **14** ② **15** ⑤
16 ② **17** $-2\sqrt{2}+7\sqrt{3}$ **18** 2
19 $2+5\sqrt{2}$ **20** 5 **21** $-1+2\sqrt{2}$
22 3 **23** $\frac{15\sqrt{2}}{2}$ cm^2 **24** ⑤
25 $C<B<A$ **26** 0 **27** 1 **28** 53
29 $\frac{10}{3}$ **30** $34\sqrt{2}$ cm

01 ① $\sqrt{5}\times\sqrt{5}=5$

③ $\sqrt{\frac{18}{7}}\times\sqrt{\frac{7}{2}}=\sqrt{\frac{18}{7}\times\frac{7}{2}}=\sqrt{9}=3$

④ $\sqrt{21}\div\sqrt{3}=\sqrt{7}$

⑤ $2\sqrt{8}\div\frac{1}{\sqrt{8}}=2\sqrt{8}\times\sqrt{8}=16$

02 $\sqrt{405a}=\sqrt{9^2\times5\times a}=9\sqrt{5a}=b\sqrt{5}$

$\therefore b=9\sqrt{a}$

$a+b$의 값이 가장 작아야 하므로 $a=1$, $b=9$

$\therefore a+b=1+9=10$

03 $\sqrt{32}=\sqrt{4^2\times2}=4\sqrt{2}$이므로 $a=2$

$3\sqrt{5}=\sqrt{3^2\times5}=\sqrt{45}$이므로 $b=45$

$\therefore a-b=2-45=-43$

04 $\sqrt{700}=\sqrt{2^2\times5^2\times7}=2\times(\sqrt{5})^2\times\sqrt{7}=2a^2b$

05 $\sqrt{0.0612}+\sqrt{612000}=\sqrt{\frac{6.12}{100}}\times\sqrt{61.2\times10000}$

$=\frac{\sqrt{6.12}}{10}+100\sqrt{61.2}$

$=\frac{a}{10}+100b$

06 $\frac{3}{\sqrt{24}}=\frac{3}{2\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}}{4}$이므로 $a=\frac{1}{4}$

$\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{15}}{6}$이므로 $b=\frac{1}{6}$

$\therefore\ 120ab=120\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}=5$

07 $\frac{3\sqrt{a}}{2\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{a}\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{3\sqrt{6a}}{12}=\frac{\sqrt{6a}}{4}$이므로

$\frac{\sqrt{6a}}{4}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$, $\sqrt{6a}=3\sqrt{2}=\sqrt{18}$

$6a=18\qquad\therefore\ a=3$

08 $3\sqrt{5}\times\sqrt{\frac{128}{5}}\div(-4\sqrt{2})$

$=3\sqrt{5}\times\frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\times\left(-\frac{1}{4\sqrt{2}}\right)=-6$

09 $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\frac{2}{\sqrt{5}}\div\frac{3}{\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\frac{2}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{6}}{3}$

$=\frac{4}{\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$

10 $\sqrt{777}=\sqrt{7.77\times100}=10\sqrt{7.77}=10\times2.787=27.87$

11 ① $\sqrt{220}=\sqrt{2.2\times100}=10\sqrt{2.2}=10\times1.483=14.83$

② $\sqrt{2200}=\sqrt{22\times100}=10\sqrt{22}=10\times4.690=46.9$

③ $\sqrt{0.22}=\sqrt{\frac{22}{100}}=\frac{\sqrt{22}}{10}=\frac{4.690}{10}=0.469$

④ $\sqrt{0.022}=\sqrt{\frac{2.2}{100}}=\frac{\sqrt{2.2}}{10}=\frac{1.483}{10}=0.1483$

⑤ $\sqrt{0.0022}=\sqrt{\frac{22}{10000}}=\frac{\sqrt{22}}{100}=\frac{4.690}{100}=0.0469$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

12 $\sqrt{27}-\sqrt{12}-\sqrt{48}=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}-4\sqrt{3}=-3\sqrt{3}$

$\therefore\ k=-3$

13 $6\sqrt{3}+10\sqrt{2}-2\sqrt{27}+\sqrt{8}=6\sqrt{3}+10\sqrt{2}-6\sqrt{3}+2\sqrt{2}$

$=12\sqrt{2}$

14 $\sqrt{5}+\sqrt{20}-\sqrt{80}=\sqrt{5}+2\sqrt{5}-4\sqrt{5}=-\sqrt{5}$

$\therefore\ k=-1$

15 $a\sqrt{\frac{25b}{a}}-b\sqrt{\frac{9a}{b}}=\sqrt{a^2\times\frac{25b}{a}}-\sqrt{b^2\times\frac{9a}{b}}$

$=\sqrt{25ab}-\sqrt{9ab}$

$=5\sqrt{ab}-3\sqrt{ab}\qquad\cdots\cdots$ ㉠

$ab=9$를 ㉠에 대입하면

(주어진 식)$=5\sqrt{9}-3\sqrt{9}=15-9=6$

16 $\sqrt{2}\left(\sqrt{3}-\frac{4}{\sqrt{6}}\right)+\frac{\sqrt{32}+3}{\sqrt{3}}=\sqrt{6}-\frac{4\sqrt{3}}{3}+\frac{4\sqrt{6}}{3}+\sqrt{3}$

$=\frac{7\sqrt{6}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}$

따라서 $a=\frac{7}{3}$, $b=-\frac{1}{3}$이므로

$a+b=\frac{7}{3}+\left(-\frac{1}{3}\right)=2$

17 A를 B에 대입하면

$B=A\sqrt{2}+\sqrt{6}=(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{2}+\sqrt{6}$

$=4-\sqrt{6}+\sqrt{6}=4$

B를 C에 대입하면

$C=B\sqrt{2}-4\sqrt{3}=4\sqrt{2}-4\sqrt{3}$

$\therefore\ A+B\sqrt{3}-C=(2\sqrt{2}-\sqrt{3})+4\sqrt{3}-(4\sqrt{2}-4\sqrt{3})$

$=2\sqrt{2}-\sqrt{3}+4\sqrt{3}-4\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

$=-2\sqrt{2}+7\sqrt{3}$

18 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(8)$

$=(\sqrt{2}-\sqrt{1})+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots$

$+(\sqrt{9}-\sqrt{8})$

$=-\sqrt{1}+\sqrt{9}=-1+3=2$

19 $\sqrt{3}\left(2\sqrt{6}-\sqrt{\frac{1}{3}}\right)-(\sqrt{6}-\sqrt{27})\div\sqrt{3}$

$=2\sqrt{18}-1-\frac{\sqrt{6}-3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$=6\sqrt{2}-1-\sqrt{2}+3$

$=2+5\sqrt{2}$

20 $\sqrt{20}\left(\sqrt{10}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)-\frac{a}{\sqrt{2}}(4-\sqrt{8})$

$=10\sqrt{2}-2-2a\sqrt{2}+2a$

$=(10-2a)\sqrt{2}+(2a-2)$

유리수가 되려면 $10-2a=0$이어야 하므로

$2a=10\qquad\therefore\ a=5$

21 $\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 점 P에 대응하는 수는

$2-\sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{AQ}}=\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이므로 점 Q에 대응하는 수는

$1+\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{PQ}}=(1+\sqrt{2})-(2-\sqrt{2})=-1+2\sqrt{2}$

22 $\sqrt{3}(\sqrt{6}-\sqrt{3})-\sqrt{2}(a+3\sqrt{2})=3\sqrt{2}-3-a\sqrt{2}-6$

$=-9+(3-a)\sqrt{2}$

유리수가 되려면 $3-a=0$이어야 하므로 $a=3$

23 (사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{12}+\sqrt{27})\times\sqrt{6}$

$=\frac{1}{2}\times(2\sqrt{3}+3\sqrt{3})\times\sqrt{6}$

$=\frac{1}{2}\times5\sqrt{3}\times\sqrt{6}=\frac{15\sqrt{2}}{2}(\text{cm}^2)$

24 ① $(4\sqrt{5}-2)-(3\sqrt{5}+2)=\sqrt{5}-4=\sqrt{5}-\sqrt{16}<0$

$\therefore 4\sqrt{5}-2<3\sqrt{5}+2$

② $(2\sqrt{3}+4)-(\sqrt{11}+4)=2\sqrt{3}-\sqrt{11}=\sqrt{12}-\sqrt{11}>0$

$\therefore 2\sqrt{3}+4>\sqrt{11}+4$

③ $(8\sqrt{2}+1)-(3\sqrt{2}+7)=5\sqrt{2}-6=\sqrt{50}-\sqrt{36}>0$

$\therefore 8\sqrt{2}+1>3\sqrt{2}+7$

④ $(3\sqrt{5}-1)-(4\sqrt{3}-1)=3\sqrt{5}-4\sqrt{3}=\sqrt{45}-\sqrt{48}<0$

$\therefore 3\sqrt{5}-1<4\sqrt{3}-1$

⑤ $(2\sqrt{5}+\sqrt{7})-(\sqrt{7}+3\sqrt{2})=2\sqrt{5}-3\sqrt{2}$

$=\sqrt{20}-\sqrt{18}>0$

$\therefore 2\sqrt{5}+\sqrt{7}>\sqrt{7}+3\sqrt{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

25 $A-B=(5\sqrt{2}-2)-5=5\sqrt{2}-7=\sqrt{50}-\sqrt{49}>0$

$\therefore A>B$

$B-C=5-(4\sqrt{3}-2)=7-4\sqrt{3}=\sqrt{49}-\sqrt{48}>0$

$\therefore B>C$

$\therefore C<B<A$

26 $\sqrt{3}(\sqrt{54}-\sqrt{48})+\sqrt{6}\left(\frac{3}{\sqrt{3}}+\frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)$

$=\sqrt{3}(3\sqrt{6}-4\sqrt{3})+3\sqrt{2}+24$

$=9\sqrt{2}-12+3\sqrt{2}+24$

$=12+12\sqrt{2}$ …… ❶

따라서 $x=12$, $y=12$이므로 …… ❷

$x-y=12-12=0$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ 주어진 등식의 좌변 계산하기	2점
❷ x, y의 값 구하기	각 1점
❸ $x-y$의 값 구하기	1점

27 $\sqrt{150}-\sqrt{0.15}+\sqrt{0.6}$

$=\sqrt{1.5\times100}-\sqrt{\frac{15}{100}}+\sqrt{\frac{3}{5}}$

$=10\sqrt{1.5}-\frac{\sqrt{15}}{10}+\frac{\sqrt{15}}{5}$

$=10\sqrt{1.5}+\frac{\sqrt{15}}{10}$

$=10a+\frac{1}{10}b$ …… ❶

따라서 $p=10$, $q=\frac{1}{10}$이므로 …… ❷

$pq=10\times\frac{1}{10}=1$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ 주어진 등식의 좌변 계산하기	2점
❷ p, q의 값 구하기	각 1점
❸ pq의 값 구하기	1점

28 직사각형의 가로의 길이를 a cm라고 하면

$3\sqrt{15}\times a=240$

$\therefore a=\frac{240}{3\sqrt{15}}=\frac{80}{\sqrt{15}}=\frac{16\sqrt{15}}{3}$ …… ❶

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$2\times\left(3\sqrt{15}+\frac{16\sqrt{15}}{3}\right)=2\times\frac{25\sqrt{15}}{3}$

$=\frac{50}{3}\sqrt{15}$ …… ❷

이므로 $p=3$, $q=50$

$\therefore p+q=3+50=53$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ 직사각형의 가로의 길이 구하기	2점
❷ 직사각형의 둘레의 길이 구하기	2점
❸ $p+q$의 값 구하기	1점

29 $\sqrt{10}\left(\sqrt{2}-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\right)-\frac{a}{\sqrt{5}}(6\sqrt{5}+3)$

$=2\sqrt{5}-5-6a-\frac{3a}{5}\sqrt{5}$

$=(-5-6a)+\left(2-\frac{3a}{5}\right)\sqrt{5}$ …… ❶

유리수가 되려면 $2-\frac{3a}{5}=0$이어야 하므로

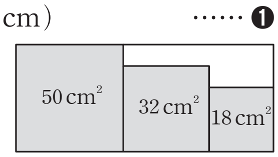
$10-3a=0 \quad \therefore a=\frac{10}{3}$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ 주어진 식 계산하기	3점
❷ 유리수 a의 값 구하기	2점

30 세 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{50}=5\sqrt{2}(\text{cm})$,

$\sqrt{32}=4\sqrt{2}(\text{cm})$, $\sqrt{18}=3\sqrt{2}\,(\text{cm})$ …… ❶

따라서 구하는 도형의 둘레의 길이는 오른쪽 그림의 큰 직사각형의 둘레의 길이와 같으므로



$(5\sqrt{2}+4\sqrt{2}+3\sqrt{2})\times2+5\sqrt{2}\times2$

$=24\sqrt{2}+10\sqrt{2}$

$=34\sqrt{2}(\text{cm})$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ 세 정사각형의 한 변의 길이 각각 구하기	3점
❷ 도형의 둘레의 길이 구하기	2점

대단원 테스트 [1회]

39~44쪽

01 ④	**02** -6	**03** ③	**04** ⑤	**05** ②
06 ②	**07** 12	**08** ②	**09** ④	**10** 6
11 $7-\sqrt{3}$		**12** ③	**13** 14	**14** ①
15 ③	**16** 10.49	**17** ④	**18** ④	**19** ④
20 ②	**21** ②	**22** $\sqrt{5}$	**23** ②	**24** ③
25 $8\sqrt{5}$ cm		**26** ④	**27** $4\sqrt{3}$	**28** $\frac{\sqrt{15}}{5}$
29 ③	**30** $\sqrt{2}-2$		**31** 6	**32** ②
33 3	**34** $C<B<A$		**35** ④	**36** ⑤
37 $a=10$, $b=2$		**38** ③	**39** ④	**40** 38
41 $\sqrt{a^2+b^2}$		**42** 24	**43** $6\sqrt{2}$ cm	
44 8	**45** $(24+24\sqrt{2})$ cm			

01 ① 9의 제곱근은 ±3이므로 -3은 9의 제곱근이다.
② 0의 제곱근은 0이다.
③ 제곱근 0.25는 $\sqrt{0.25}=0.5$이다.
④ $\sqrt{16}=4$의 제곱근은 $\pm\sqrt{4}=\pm2$이다.
⑤ $\frac{1}{4}$의 제곱근은 $\pm\frac{1}{2}$이므로 $\frac{1}{2}$은 $\frac{1}{4}$의 양의 제곱근이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

02 $\sqrt{81}=9$의 제곱근이 $\pm\sqrt{9}=\pm3$이므로 $a=3$
$4b=(-6)^2=36$이므로 $b=9$
$\therefore a-b=3-9=-6$

03 ① 2.5의 제곱근은 $\pm\sqrt{2.5}$
② $\sqrt{169}=13$의 제곱근은 $\pm\sqrt{13}$
③ $(-9)^2=81$의 제곱근은 $\pm\sqrt{81}=\pm9$
④ 0.4의 제곱근은 $\pm\sqrt{0.4}$
⑤ $\frac{27}{100}$의 제곱근은 $\pm\sqrt{\frac{27}{100}}$
따라서 제곱근을 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수는 ③이다.

04 $\sqrt{144}=12$의 양의 제곱근은 $\sqrt{12}$이므로 $a=\sqrt{12}$
$(-0.4)^2=0.16$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{0.16}=-0.4$이므로
$b=-0.4$
$\therefore a^2-10b=(\sqrt{12})^2-10\times(-0.4)=16$

05 $\sqrt{0.01}=0.1$, $\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$
따라서 무리수는 $\pi+1$, $-\sqrt{2}$, $5-\sqrt{5}$의 3개이다.

06 ② $3<\sqrt{10}<4$, $4<\sqrt{20}<5$이므로 $\sqrt{10}$과 $\sqrt{20}$ 사이에는 자연수 4가 있다.
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

07 $3\le\sqrt{3x}<4$에서 $3^2\le3x<4^2$
$9\le3x<16 \qquad \therefore 3\le x<\frac{16}{3}$
따라서 자연수 x는 3, 4, 5이므로 구하는 합은
$3+4+5=12$

08 ② 순환소수는 무한소수이지만 유리수이다.
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

09 ① $\sqrt{\frac{1}{9}}=\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2}=\frac{1}{3}$
② $\sqrt{\left(-\frac{1}{5}\right)^2}=\frac{1}{5}$
③ $\left(-\frac{1}{3}\right)^2=\frac{1}{9}$
④ $\left(-\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2=\frac{1}{2}$
⑤ $\sqrt{\left(\frac{1}{8}\right)^2}=\frac{1}{8}$
따라서 가장 큰 수는 ④이다.

10 $\sqrt{10+n}$이 자연수가 되려면 $10+n$은 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
이때 n이 자연수이므로 $10+n>10$에서
$10+n=16, 25, 36, \cdots$
n이 가장 작은 자연수이므로
$10+n=16 \qquad \therefore n=6$

11 $1<\sqrt{3}<2$이므로 $6<\sqrt{3}+5<7$
따라서 $\sqrt{3}+5$의 정수 부분은 $a=6$, 소수 부분은
$b=\sqrt{3}+5-6=\sqrt{3}-1$
$\therefore a-b=6-(\sqrt{3}-1)=7-\sqrt{3}$

12 $\sqrt{98}=\sqrt{2\times7^2}=\sqrt{2}\times(\sqrt{7})^2=ab^2$

13 $\sqrt{\frac{56}{a}}=\sqrt{\frac{2^3\times7}{a}}$이 자연수가 되려면 a는 56의 약수이면서 $2\times7\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
$\therefore a=2\times7,\ 2^3\times7$
$\sqrt{14a}=\sqrt{2\times7\times a}$가 자연수가 되려면
$a=2\times7\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
$\therefore a=2\times7,\ 2^3\times7,\ 2\times3^2\times7, \cdots$
따라서 가장 작은 자연수 a는
$2\times7=14$

14 $\sqrt{9a^2}=\sqrt{(3a)^2}$이고 $a<0$에서 $-3a>0$, $a-2<0$, $3a<0$
$\therefore \sqrt{(-3a)^2}-\sqrt{(a-2)^2}+\sqrt{9a^2}$
$=-3a-\{-(a-2)\}-3a=-5a-2$

15 $1<\sqrt{3}<2$이므로 $\sqrt{3}$의 정수 부분은 1, 소수 부분은
$\sqrt{3}-1$이다.
$\therefore a=\sqrt{3}-1$

$1<\sqrt{3}<2$이므로 $-2<-\sqrt{3}<-1$, $3<5-\sqrt{3}<4$

$5-\sqrt{3}$의 정수 부분은 3, 소수 부분은

$5-\sqrt{3}-3=2-\sqrt{3}$이다.

$\therefore b=2-\sqrt{3}$

$\therefore a+b=(\sqrt{3}-1)+(2-\sqrt{3})=1$

16 $\sqrt{110}=\sqrt{100\times1.1}=10\sqrt{1.1}$이고 $\sqrt{1.1}=1.049$이므로

$\sqrt{110}=10\times1.049=10.49$

17 ① $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

② $\dfrac{18}{\sqrt{18}}=\dfrac{18}{3\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$

③ $\dfrac{6}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$

④ $\dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}}=2\sqrt{3}$

⑤ $\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{6}}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

따라서 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

18 $-4<x<1$에서 $x+4>0$, $x-1<0$

$\therefore \sqrt{(x+4)^2}-\sqrt{(x-1)^2}=x+4-\{-(x-1)\}$

$=2x+3$

19 $\dfrac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}=\dfrac{2.449+1.414}{2}$

$=\dfrac{3.863}{2}=1.9315$

20 ① $\sqrt{600}=\sqrt{6\times100}=10\sqrt{6}=10\times2.550=25.5$

② $\sqrt{6000}=\sqrt{60\times100}=10\sqrt{60}$

③ $\sqrt{0.06}=\sqrt{\dfrac{6}{100}}=\dfrac{\sqrt{6}}{10}=\dfrac{2.550}{10}=0.255$

④ $\sqrt{60000}=\sqrt{6\times10000}=100\sqrt{6}=100\times2.550=255$

⑤ $\sqrt{0.0006}=\sqrt{\dfrac{6}{10000}}=\dfrac{\sqrt{6}}{100}=\dfrac{2.550}{100}=0.0255$

따라서 그 값을 구할 수 없는 것은 ②이다.

21 $a-b=(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}+1)=\sqrt{3}-1>0$

$\therefore a>b$

$a-c=(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(3+\sqrt{3})=\sqrt{5}-3=\sqrt{5}-\sqrt{9}<0$

$\therefore a<c$

$\therefore b<a<c$

22 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$이고,

큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이다.

점 A에 대응하는 수가 $-1-\sqrt{2}$이므로

점 B에 대응하는 수는 $-1+1+\sqrt{5}=\sqrt{5}$이다.

23 $\sqrt{2a}$가 자연수가 되려면 $a=2\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

따라서 $1\le a\le50$인 자연수 a는

2×1^2, 2×2^2, 2×3^2, 2×4^2, 2×5^2의 5개이다.

24 $9\sqrt{3}=\sqrt{81\times3}=\sqrt{243}$이므로 $3+8x=243$

$8x=240$ $\quad\therefore x=30$

25 (직사각형의 넓이)$=5\times4=20(\mathrm{cm}^2)$

정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면

$x^2=20$

이때 $x>0$이므로 $x=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

따라서 정사각형의 둘레의 길이는

$4\times2\sqrt{5}=8\sqrt{5}\,(\mathrm{cm})$

26 $\dfrac{\sqrt{b}}{b\sqrt{a}}+a\sqrt{\dfrac{b}{a}}=\sqrt{\dfrac{b}{a}\times\dfrac{1}{b^2}}+\sqrt{\dfrac{b}{a}\times a^2}$

$=\sqrt{\dfrac{1}{ab}}+\sqrt{ab}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

$ab=4$를 ㉠에 대입하면

(주어진 식)$=\sqrt{\dfrac{1}{4}}+\sqrt{4}=\dfrac{1}{2}+2=\dfrac{5}{2}$

27 $\sqrt{27}-\sqrt{12}+\dfrac{6}{\sqrt{3}}+\sqrt{3}=3\sqrt{3}-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}+\sqrt{3}$

$=4\sqrt{3}$

28 $3<\sqrt{15}<4$이므로 $\sqrt{15}$의 정수 부분은 3, 소수 부분은

$\sqrt{15}-3$이다.

따라서 $a=3$, $b=\sqrt{15}-3$이므로

$\dfrac{a}{b+3}=\dfrac{3}{\sqrt{15}-3+3}=\dfrac{3}{\sqrt{15}}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$

29 $1<\sqrt{2}<2$이므로 $2<4-\sqrt{2}<3$

$4-\sqrt{2}$의 정수 부분은 2이므로 $a=2$

$2<\sqrt{8}<3$이므로 $5<\sqrt{8}+3<6$

$\sqrt{8}+3$의 정수 부분은 5, 소수 부분은

$\sqrt{8}+3-5=\sqrt{8}-2$이므로 $b=\sqrt{8}-2$

$\therefore a+b=2+(\sqrt{8}-2)=\sqrt{8}$

30 $4<\sqrt{18}<5$이므로 $\sqrt{18}$의 정수 부분은 4

$\therefore f(18)=\sqrt{18}-4=3\sqrt{2}-4$

$2<\sqrt{8}<3$이므로 $\sqrt{8}$의 정수 부분은 2

$\therefore f(8)=\sqrt{8}-2=2\sqrt{2}-2$

$\therefore f(18)-f(8)=(3\sqrt{2}-4)-(2\sqrt{2}-2)$

$=\sqrt{2}-2$

31 $\sqrt{5}(a-2\sqrt{5})-\sqrt{20}(3-\sqrt{5})=a\sqrt{5}-10-6\sqrt{5}+10$

$=(a-6)\sqrt{5}$

유리수가 되려면 $a-6=0$이어야 하므로 $a=6$

32 $\sqrt{3}(2+\sqrt{18})-\dfrac{a\sqrt{3}+\sqrt{150}}{\sqrt{2}}$

$=2\sqrt{3}+3\sqrt{6}-\dfrac{a\sqrt{6}}{2}-5\sqrt{3}$

$=-3\sqrt{3}+\left(3-\dfrac{a}{2}\right)\sqrt{6}$

따라서 $b=-3$, $3-\frac{a}{2}=1$이므로

$\frac{a}{2}=2 \qquad \therefore a=4$

$\therefore a+b=4+(-3)=1$

33 $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{5}+2}{2}=\sqrt{5}+1$

$2<\sqrt{5}<3$이므로 $3<\sqrt{5}+1<4$

따라서 $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$의 정수 부분은 3이다.

34 $A-B=(2+\sqrt{6})-4=\sqrt{6}-2=\sqrt{6}-\sqrt{4}>0$

$\therefore A>B$

$B-C=4-(2\sqrt{6}-1)=5-2\sqrt{6}=\sqrt{25}-\sqrt{24}>0$

$\therefore B>C$

$\therefore C<B<A$

35 (밑넓이)$=(\sqrt{2}+2\sqrt{3})\times\sqrt{3}=\sqrt{6}+6$

(옆넓이)$=2\times\{(\sqrt{2}+2\sqrt{3})+\sqrt{3}\}\times3\sqrt{2}$

$=(2\sqrt{2}+6\sqrt{3})\times3\sqrt{2}$

$=12+18\sqrt{6}$

$\therefore$ (겉넓이)$=$(밑넓이)$\times2+$(옆넓이)

$=(\sqrt{6}+6)\times2+(12+18\sqrt{6})$

$=2\sqrt{6}+12+12+18\sqrt{6}$

$=24+20\sqrt{6}$

36 $\sqrt{108x}=\sqrt{2^2\times3^3\times x}$가 자연수가 되려면 $x=3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

이때 x가 가장 작은 두 자리 자연수이므로

$x=3\times2^2=12$

$\sqrt{290-y}$가 자연수가 되려면 $290-y$가 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

이때 y가 자연수이므로 $290-y<290$에서

$290-y=1, 4, 9, \cdots, 256, 289$

$\therefore y=289, 286, 281, \cdots, 34, 1$

y는 가장 작은 두 자리 자연수이므로 $y=34$

$\therefore y-x=34-12=22$

37 $\sqrt{\frac{40}{a}}=\sqrt{\frac{2^3\times5}{a}}$가 자연수가 되려면 a는 40의 약수이면서 $a=2\times5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수 a의 값은

$2\times5=10$

$\therefore b=\sqrt{\frac{40}{a}}=\sqrt{\frac{40}{10}}=\sqrt{4}=2$

38 $\sqrt{2n+1}$이 자연수가 되려면 $2n+1$은 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다. $2\le n\le12$이므로 $5\le2n+1\le25$에서

$2n+1=9, 16, 25$

(i) $2n+1=9$인 경우

$2n=8$, 즉 $n=4$이므로 합이 4가 되는 경우는 $(1, 3)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$의 3가지

(ii) $2n+1=16$인 경우

$2n=15$, 즉 $n=\frac{15}{2}$이므로 합이 $\frac{15}{2}$가 되는 경우는 없다.

(iii) $2n+1=25$인 경우

$2n=24$, 즉 $n=12$이므로 합이 12가 되는 경우는 $(6, 6)$의 1가지

(i)~(iii)에서 $\sqrt{2n+1}$이 자연수가 되는 경우의 수는

$3+1=4$

39 반지름의 길이가 1인 원의 둘레는

$2\pi\times1=2\pi$

점 P와 점 A 사이의 거리는 원의 둘레의 길이와 같으므로 점 A에 대응하는 수는

$-3+2\pi$이다.

40 (i) $\sqrt{2x}$가 유리수가 되려면 x는 $2\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 하므로

x는 2, 8, 18, 32, 50의 5개

(ii) $\sqrt{3x}$가 유리수가 되려면 x는 $3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 하므로

x는 3, 12, 27, 48의 4개

(iii) $\sqrt{5x}$가 유리수가 되려면 x는 $5\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 하므로

x는 5, 20, 45의 3개

(i)~(iii)에서 중복되는 경우는 없으므로 $\sqrt{2x}$, $\sqrt{3x}$, $\sqrt{5x}$가 모두 무리수가 되도록 하는 50 이하의 자연수 x의 개수는

$50-(5+4+3)=38$

41 $\sqrt{2}=a$, $\sqrt{3}=b$에서 $2=a^2$, $3=b^2$

$\therefore \sqrt{5}=\sqrt{2+3}=\sqrt{a^2+b^2}$

42 $\sqrt{108a}=\sqrt{6^2\times3\times a}=6\sqrt{3a}=b\sqrt{2}$

$\therefore b=\frac{6\sqrt{3a}}{\sqrt{2}}=3\sqrt{6a}$

$\sqrt{6a}$가 자연수가 되는 가장 작은 자연수 a는 6이므로

$b=3\sqrt{6\times6}=18$

따라서 $a+b$의 값 중에서 가장 작은 값은

$6+18=24$

43 색칠한 정사각형의 넓이는 큰 정사각형의 넓이의 $\frac{1}{2}$이므로

$144\times\frac{1}{2}=72\ (\mathrm{cm}^2)$

색칠한 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면

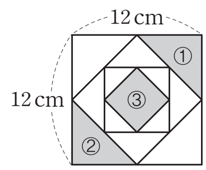
$x^2=72 \qquad \therefore x=6\sqrt{2}\ (\because x>0)$

44 $2<\sqrt{7}<3$이므로 $-3<-\sqrt{7}<-2$

$\therefore 3<6-\sqrt{7}<4$

$6-\sqrt{7}$의 정수 부분은 3이므로 $a=3$
이때 $0<b<1$이므로 $0<b^2<1$에서 $-1<-b^2<0$
$a=3$이므로 $a^2-b^2=9-b^2$
따라서 $8<a^2-b^2<9$이므로 $n=8$

45 ① 빗변의 길이가 $6\sqrt{2}$ cm인 직각이등변삼각형이므로 둘레의 길이는 $(12+6\sqrt{2})$ cm
② ①과 합동이므로 둘레의 길이는 $(12+6\sqrt{2})$ cm
③ 한 변의 길이가 $3\sqrt{2}$ cm인 정사각형이므로 둘레의 길이는 $12\sqrt{2}$ cm



따라서 색칠한 부분의 둘레의 길이의 합은
$2(12+6\sqrt{2})+12\sqrt{2}=24+24\sqrt{2}$ (cm)

대단원 테스트 [2회] 45~50쪽

01 ④	**02** 13	**03** ③	**04** ⑤	**05** $\frac{17}{5}$
06 ②	**07** ①, ③	**08** ②	**09** 6	**10** 38
11 -4	**12** ④	**13** ⑤	**14** ③	**15** 49
16 2	**17** ⑤	**18** 0	**19** ④	**20** ②
21 ①	**22** 8.944	**23** ⑤	**24** ②	**25** ⑤
26 ③	**27** ②	**28** 100	**29** $2+2\sqrt{5}$	
30 ③	**31** ②	**32** ③	**33** ④	**34** ⑤
35 $24\sqrt{5}-4\sqrt{15}$		**36** 7	**37** ②	**38** ②
39 $8\sqrt{2}-11$		**40** ③	**41** $\frac{14\sqrt{30}}{3}$ cm	
42 30	**43** ①	**44** 2 cm	**45** $3-\sqrt{6}$	

01 $(-6)^2=36$의 양의 제곱근은 $\sqrt{36}=6$이므로
$A=6$
$\sqrt{81}=9$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{9}=-3$이므로
$B=-3$
$\therefore A+B=6+(-3)=3$

02 $5<\sqrt{28}<6$이므로
$\sqrt{28}$보다 작은 자연수는 1, 2, 3, 4, 5의 5개이다.
$\therefore a=5$
$8<\sqrt{76}<9$이므로
$\sqrt{76}$보다 작은 자연수는 1, 2, 3, ⋯, 8의 8개이다.
$\therefore b=8$
$\therefore a+b=5+8=13$

03 ㄱ. 3.141592는 유리수이다.
ㄷ. $3<\sqrt{12}<4$, $3<\sqrt{15}<4$이므로 $\sqrt{12}$와 $\sqrt{15}$ 사이에는 자연수가 없다.
ㄹ. 서로 다른 두 무리수 사이에는 무수히 많은 무리수와 유리수가 있다.
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㅁ의 3개이다.

04 ⑤ $\sqrt{(-7)^2}=7$의 제곱근은 $\pm\sqrt{7}$이다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

05 $\sqrt{256}=16$의 양의 제곱근은 $\sqrt{16}=4$이므로 $a=4$
$\frac{9}{25}$의 음의 제곱근은 $-\sqrt{\frac{9}{25}}=-\frac{3}{5}$이므로 $b=-\frac{3}{5}$
$\therefore a+b=4+\left(-\frac{3}{5}\right)=\frac{17}{5}$

06 $\sqrt{1.96}=1.4$, $\frac{\sqrt{4}}{5}=\frac{2}{5}$
따라서 무리수는 $-\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\frac{\pi}{2}$의 2개이다.

07 x가 11의 제곱근이므로
$x^2=11$ 또는 $x=\pm\sqrt{11}$

08 $\sqrt{24}=\sqrt{2^3\times 3}=2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}=2ab$

09 $\sqrt{54x}=\sqrt{2\times 3^3\times x}$가 자연수가 되려면
$x=2\times 3\times$(자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수 x는 6이다.

10 $4\le\sqrt{2x+1}<5$에서 $4^2\le(\sqrt{2x+1})^2<5^2$
$16\le 2x+1<25$, $15\le 2x<24$
$\therefore \frac{15}{2}\le x<12$
따라서 자연수 x는 8, 9, 10, 11이므로 구하는 합은
$8+9+10+11=38$

11 $\overline{CA}=\overline{BD}=\overline{EF}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
$\overline{CP}=\overline{CA}=\sqrt{2}$이므로 점 P에 대응하는 수는
$-1-\sqrt{2}$ $\quad\therefore a=-1-\sqrt{2}$
$\overline{BE}=\overline{BD}=\sqrt{2}$이므로 점 E에 대응하는 수는 $-2+\sqrt{2}$
$\overline{EQ}=\overline{EF}=\sqrt{2}$이므로 점 Q에 대응하는 수는
$(-2+\sqrt{2})+\sqrt{2}=-2+2\sqrt{2}$ $\quad\therefore b=-2+2\sqrt{2}$
$\therefore 2a+b=2(-1-\sqrt{2})+(-2+2\sqrt{2})=-4$

12 $\frac{\sqrt{a}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{a}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3a}}{6}$
이때 $\frac{\sqrt{3a}}{6}=\frac{\sqrt{15}}{6}$이므로 $3a=15$
$\therefore a=5$

13 $0<a<3$에서 $a-3<0$
$\therefore \sqrt{(a-3)^2}+\sqrt{a^2}=-(a-3)+a$
$=-a+3+a=3$

14 ① $a<0$에서 $-a>0$이므로 $\sqrt{(-a)^2}=-a$
② $3<x<4$에서 $x-2>0$, $5-x>0$이므로
$\sqrt{(x-2)^2}+\sqrt{(5-x)^2}=x-2+5-x=3$
③ $\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$
⑤ $-6^2=-36$이고 음수의 제곱근은 없다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

15 $\sqrt{16}=4$, $\sqrt{25}=5$, $\sqrt{36}=6$이므로
$f(20)=f(21)=\cdots=f(25)=4$
$f(26)=f(27)=\cdots=f(30)=5$
$\therefore f(20)+f(21)+\cdots+f(30)$
$=4\times6+5\times5=49$

16 $\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{a}\times\sqrt{5}\times\sqrt{6}\times\sqrt{5a}=\sqrt{2\times3\times a\times5\times6\times5a}$
$=\sqrt{(30a)^2}=30a$
따라서 $30a=60$이므로 $a=2$

17 $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$이므로 $a=3$
$\sqrt{75}=5\sqrt{3}$이므로 $b=5$
$\therefore a+b=3+5=8$

18 $1<\sqrt{3}<2$이므로 $3<5-\sqrt{3}<4$
$5-\sqrt{3}$의 정수 부분은 3, 소수 부분은
$(5-\sqrt{3})-3=2-\sqrt{3}$이므로
$a=3$, $b=2-\sqrt{3}$
$\therefore a-(b-2)^2=3-(2-\sqrt{3}-2)^2$
$=3-(-\sqrt{3})^2$
$=3-3=0$

19 $\sqrt{252}=\sqrt{2^2\times3^2\times7}$
$=(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{3})^2\times\sqrt{7}$
$=3a^2b$

20 $\dfrac{8}{\sqrt{24}}=\dfrac{8}{2\sqrt{6}}=\dfrac{4}{\sqrt{6}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$ $\therefore a=\dfrac{2}{3}$
$\dfrac{\sqrt{60}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{15}}{2\sqrt{3}}=\sqrt{5}$ $\therefore b=1$
$\therefore 3a-b=3\times\dfrac{2}{3}-1=1$

21 $\sqrt{0.047}+\sqrt{4700}=\sqrt{\dfrac{4.7}{100}}+\sqrt{47\times100}$
$=\dfrac{\sqrt{4.7}}{10}+10\sqrt{47}$
$=\dfrac{a}{10}+10b$

22 $\sqrt{80}=\sqrt{4\times20}=2\sqrt{20}=2\times4.472=8.944$

23 $\dfrac{\sqrt{0.6}}{10}=\dfrac{1}{10}\sqrt{\dfrac{60}{100}}=\dfrac{\sqrt{60}}{100}=\dfrac{7.746}{100}=0.07746$

24 $\dfrac{4\sqrt{6}-3\sqrt{18}}{\sqrt{8}}=\dfrac{4\sqrt{6}-9\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=2\sqrt{3}-\dfrac{9}{2}$

25 $\dfrac{\sqrt{50}}{\sqrt{180}}=\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{18}}=\dfrac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{10}}{6}$이므로
$a=3$, $b=5$, $c=\dfrac{1}{6}$
$\therefore abc=3\times5\times\dfrac{1}{6}=\dfrac{5}{2}$

26 $\dfrac{2}{3\sqrt{10}}=\dfrac{2\sqrt{10}}{30}=\dfrac{\sqrt{10}}{15}$ $\therefore a=\dfrac{1}{15}$
$\dfrac{4}{\sqrt{12}}=\dfrac{4}{2\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ $\therefore b=\dfrac{2}{3}$
$\therefore a+b=\dfrac{1}{15}+\dfrac{2}{3}=\dfrac{11}{15}$

27 $4<\sqrt{18}<5$이므로 $\sqrt{18}$의 정수 부분은 4, 소수 부분은
$\sqrt{18}-4=3\sqrt{2}-4$이므로 $a=3\sqrt{2}-4$
$1<\sqrt{2}<2$이므로 $4<3+\sqrt{2}<5$
$3+\sqrt{2}$의 정수 부분은 4, 소수 부분은
$3+\sqrt{2}-4=\sqrt{2}-1$이므로 $b=\sqrt{2}-1$
$\therefore a+b=(3\sqrt{2}-4)+(\sqrt{2}-1)=-5+4\sqrt{2}$

28 $\sqrt{0.07}+\sqrt{7000}=\sqrt{\dfrac{7}{100}}+\sqrt{70\times100}$
$=\dfrac{\sqrt{7}}{10}+10\sqrt{70}=\dfrac{a}{10}+10b$
따라서 $p=\dfrac{1}{10}$, $q=10$이므로
$\dfrac{q}{p}=10\div\dfrac{1}{10}=100$

29 $2<\sqrt{7}<3$이므로 $6<4+\sqrt{7}<7$
$4+\sqrt{7}$의 정수 부분은 6이므로 $a=6$
$4<2\sqrt{5}=\sqrt{20}<5$이므로 $1<\sqrt{20}-3<2$
$\sqrt{20}-3$의 정수 부분은 1, 소수 부분은
$2\sqrt{5}-3-1=2\sqrt{5}-4$이므로 $b=2\sqrt{5}-4$
$\therefore a+b=6+(2\sqrt{5}-4)=2+2\sqrt{5}$

30 직사각형의 가로의 길이를 a cm라고 하면
$4\sqrt{3}\times a=120$
$\therefore a=\dfrac{120}{4\sqrt{3}}=\dfrac{30}{\sqrt{3}}=10\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$
따라서 직사각형의 둘레의 길이는
$2\times(10\sqrt{3}+4\sqrt{3})=2\times14\sqrt{3}=28\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

31 $\sqrt{12}\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)+\sqrt{3}\left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3}-\dfrac{3}{\sqrt{3}}\right)$
$=\sqrt{6}-2+\dfrac{2\sqrt{6}}{3}-3=\dfrac{5\sqrt{6}}{3}-5$
따라서 $a=\dfrac{5}{3}$, $b=-5$이므로
$ab=\dfrac{5}{3}\times(-5)=-\dfrac{25}{3}$

32 $f(x)=\sqrt{x}-\sqrt{x+2}$이므로

$f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(48)$

$=(\sqrt{1}-\sqrt{3})+(\sqrt{2}-\sqrt{4})+(\sqrt{3}-\sqrt{5})+\cdots$

$\qquad+(\sqrt{47}-\sqrt{49})+(\sqrt{48}-\sqrt{50})$

$=\sqrt{1}+\sqrt{2}-\sqrt{49}-\sqrt{50}$

$=1+\sqrt{2}-7-5\sqrt{2}$

$=-6-4\sqrt{2}$

33 $\sqrt{18}\left(\frac{1}{3}-\sqrt{6}\right)-\frac{6}{\sqrt{2}}(\sqrt{6}-2)$

$=3\sqrt{2}\left(\frac{1}{3}-\sqrt{6}\right)-3\sqrt{2}(\sqrt{6}-2)$

$=\sqrt{2}-6\sqrt{3}-6\sqrt{3}+6\sqrt{2}$

$=7\sqrt{2}-12\sqrt{3}$

따라서 $a=7$, $b=-12$이므로

$a+2b=7+2\times(-12)=-17$

34 $A-B=(3\sqrt{3}+2)-(2\sqrt{5}+2)=3\sqrt{3}-2\sqrt{5}$

$\qquad=\sqrt{27}-\sqrt{20}>0$

$\therefore A>B$

$B-C=(2\sqrt{5}+2)-5=2\sqrt{5}-3=\sqrt{20}-\sqrt{9}>0$

$\therefore B>C$

$\therefore C<B<A$

35 넓이가 45인 정사각형의 한 변의 길이는

$\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

겹쳐진 부분은 넓이가 15인 정사각형이므로 겹쳐진 부분의 한 변의 길이는 $\sqrt{15}$이다.

∴ (전체 도형의 둘레의 길이)

$=4\times3\sqrt{5}+4\times(3\sqrt{5}-\sqrt{15})$

$=12\sqrt{5}+12\sqrt{5}-4\sqrt{15}$

$=24\sqrt{5}-4\sqrt{15}$

36 $\sqrt{50-a}-\sqrt{30+b}$의 값이 가장 큰 자연수가 되려면 $\sqrt{50-a}$는 가장 큰 자연수가 되고, $\sqrt{30+b}$는 가장 작은 자연수가 되어야 한다.

$\sqrt{50-a}$가 자연수가 되려면 $50-a$는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

이때 a는 자연수이므로 $50-a<50$에서

$50-a=1, 4, 9, \cdots, 49$

$\sqrt{50-a}$가 가장 큰 자연수가 되는 것은

$50-a=49 \qquad \therefore a=1$

또 $\sqrt{30+b}$가 자연수가 되려면 $30+b$가 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

이때 b가 자연수이므로 $30+b>30$에서

$30+b=36, 49, 64, \cdots$

$\sqrt{30+b}$가 가장 작은 자연수가 되는 것은

$30+b=36 \qquad \therefore b=6$

$\therefore a+b=1+6=7$

37 $-\sqrt{2}+1$, -1, $-\sqrt{2}$는 음수이고 $\sqrt{2}$, $\sqrt{2}-1$은 양수이다.

$1<\sqrt{2}<2$이므로 $-2<-\sqrt{2}<-1$

$(-\sqrt{2}+1)-(-1)=-\sqrt{2}+2>0$이므로 $-\sqrt{2}+1>-1$

$\therefore -\sqrt{2}<-1<-\sqrt{2}+1<\sqrt{2}-1<\sqrt{2}$

따라서 크기가 작은 수부터 차례대로 나열하면 세 번째에 오는 수는 $-\sqrt{2}+1$이다.

38 ① $\sqrt{\frac{1}{a}}>1$ ② $\frac{1}{a}>1$ ③ $0<\sqrt{a}<1$

④ $0<a<1$ ⑤ $0<a^2<1$

이때 $\frac{1}{a}=\sqrt{\frac{1}{a^2}}$이고 $\frac{1}{a}<\frac{1}{a^2}$이므로 $\sqrt{\frac{1}{a}}<\frac{1}{a}$

따라서 $\frac{1}{a}$의 값이 가장 크다.

39 $7<\sqrt{50}<8$이므로

$f(50)=\sqrt{50}-7=5\sqrt{2}-7$

$4<\sqrt{18}<5$이므로

$f(18)=\sqrt{18}-4=3\sqrt{2}-4$

$\therefore f(50)+f(18)=(5\sqrt{2}-7)+(3\sqrt{2}-4)$

$\qquad=8\sqrt{2}-11$

40 $\sqrt{144xy}=\sqrt{2^4\times3^2\times x\times y}$가 자연수가 되려면 $x\times y$가 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

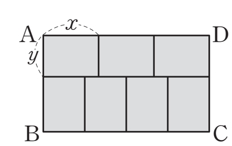
이를 만족시키는 x, y를 순서쌍 (x, y)로 나타내면

$(1, 1)$, $(1, 4)$, $(2, 2)$, $(3, 3)$, $(4, 1)$, $(4, 4)$, $(5, 5)$, $(6, 6)$의 8가지

따라서 구하는 확률은

$\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

41 작은 직사각형의 가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 y cm라고 하면



$7xy=280 \qquad \therefore xy=40$

$3x=4y$에서 $y=\frac{3}{4}x$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

㉠을 $xy=40$에 대입하면

$\frac{3}{4}x^2=40$, $x^2=\frac{160}{3}$

$\therefore x=\frac{\sqrt{160}}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{10}}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{30}}{3}$

$y=\frac{3}{4}\times\frac{4\sqrt{30}}{3}=\sqrt{30}$

따라서 작은 직사각형 1개의 둘레의 길이는

$2(x+y)=2\left(\frac{4\sqrt{30}}{3}+\sqrt{30}\right)=\frac{14\sqrt{30}}{3}$(cm)

42 $a>0,\ b>0$이고 $ab=36$이므로

$$a\sqrt{\frac{4b}{a}}+b\sqrt{\frac{9a}{b}}=\sqrt{a^2\times\frac{4b}{a}}+\sqrt{b^2\times\frac{9a}{b}}$$
$$=\sqrt{4ab}+\sqrt{9ab}$$
$$=2\sqrt{ab}+3\sqrt{ab}$$
$$=5\sqrt{ab}\quad\cdots\cdots\ ㉠$$

$ab=36$을 ㉠에 대입하면

(주어진 식)$=5\sqrt{36}=5\times6=30$

43 $\sqrt{2}-4,\ -3,\ 1-\sqrt{17}$은 음수이고 $5+3\sqrt{2},\ 5+\sqrt{17}$은 양수이다.

$(\sqrt{2}-4)-(-3)=\sqrt{2}-1>0$

$\therefore\ \sqrt{2}-4>-3$

$-3-(1-\sqrt{17})=-4+\sqrt{17}=-\sqrt{16}+\sqrt{17}>0$

$\therefore\ -3>1-\sqrt{17}$

$5+3\sqrt{2}-(5+\sqrt{17})=3\sqrt{2}-\sqrt{17}=\sqrt{18}-\sqrt{17}>0$

$\therefore\ 5+3\sqrt{2}>5+\sqrt{17}$

$\therefore\ 1-\sqrt{17}<-3<\sqrt{2}-4<5+\sqrt{17}<5+3\sqrt{2}$

따라서 크기가 작은 수부터 차례대로 나열하면 세 번째에 오는 수는 $\sqrt{2}-4$이다.

44 처음 정사각형의 넓이는 $8^2=64\ (\mathrm{cm}^2)$

[1단계], [2단계], [3단계], [4단계]에서 만들어지는 정사각형의 넓이는 각각

$64\times\frac{1}{2}=32\ (\mathrm{cm}^2),\ 32\times\frac{1}{2}=16\ (\mathrm{cm}^2),$

$16\times\frac{1}{2}=8\ (\mathrm{cm}^2),\ 8\times\frac{1}{2}=4\ (\mathrm{cm}^2)$

따라서 [4단계]에서 생기는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{4}=2\ (\mathrm{cm})$이다.

45 $6<\sqrt{37}<7$이므로 $\sqrt{37}$의 정수 부분은 6이다.

$\therefore\ a=6$

$2<\sqrt{6}<3$이므로 $-3<-\sqrt{6}<-2$

$\therefore\ 6<9-\sqrt{6}<7$

$9-\sqrt{6}$의 정수 부분은 6, 소수 부분은

$(9-\sqrt{6})-6=3-\sqrt{6}$이므로 $b=3-\sqrt{6}$

$$\therefore\ \sqrt{(8-a)^2}-\sqrt{(b-2)^2}$$
$$=\sqrt{(8-6)^2}-\sqrt{(3-\sqrt{6}-2)^2}$$
$$=\sqrt{2^2}-\sqrt{(1-\sqrt{6})^2}$$
$$=2-\{-(1-\sqrt{6})\}$$
$$=2+1-\sqrt{6}=3-\sqrt{6}$$

Ⅱ. 다항식의 곱셈과 인수분해

1. 다항식의 곱셈

01. 곱셈 공식

소단원 테스트 [1회] 53~54쪽

01 ②	**02** ④	**03** ②	**04** ③	**05** 20
06 2	**07** 6	**08** ④	**09** ④	**10** ②
11 2	**12** ①	**13** 4	**14** -22	**15** ⑤
16 7	**17** $10a^2-2ab+5b^2$	**18** 1	**19** ③	
20 ③				

01 $(x-y)(2x+y-3)=2x^2+xy-3x-2xy-y^2+3y$
$=2x^2-xy-y^2-3x+3y$

02 $(x-4)(x-6)=x^2-10x+24$이므로

$A=-10,\ B=24$

$\therefore\ A+B=-10+24=14$

03 $(2x-3)(3x+7)$을 전개한 식에서 x항은

$2x\times7+(-3)\times3x=14x-9x=5x$

따라서 x의 계수는 5이다.

04 $(2x+Ay)^2=4x^2+4Axy+A^2y^2$이므로

$4=B,\ 4A=-12,\ A^2=9$

따라서 $A=-3,\ B=4$이므로

$A+B=-3+4=1$

05 $(ax+2b)^2=a^2x^2+4abx+4b^2$이므로

$a^2=25,\ 4b^2=4,\ b^2=1$

이때 $a>0,\ b>0$이므로 $a=5,\ b=1$

따라서 x의 계수는

$4ab=4\times5\times1=20$

06 $(x+a)^2=x^2+2ax+a^2$이므로

$2a=-b,\ a^2=\frac{4}{9}$

이때 $a>0$이므로 $a=\frac{2}{3},\ b=-\frac{4}{3}$

$\therefore\ a-b=\frac{2}{3}-\left(-\frac{4}{3}\right)=2$

07 $\left(a-\frac{1}{5}x\right)\left(\frac{1}{5}x+a\right)=-\frac{1}{25}x^2+a^2$이므로

$a^2=36$

이때 $a>0$이므로 $a=6$

08 $(x+y)(x-y)=x^2-y^2$

① $-(x+y)(x-y)=-x^2+y^2$

② $(x+y)(-x-y)=-(x+y)^2=-x^2-2xy-y^2$

③ $(x+y)(-x+y)=-(x+y)(x-y)=-x^2+y^2$
④ $(-x+y)(-x-y)=x^2-y^2$
⑤ $(-x+y)(x-y)=-(x-y)^2=-x^2+2xy-y^2$
따라서 주어진 식과 전개식이 같은 것은 ④이다.

09 $(a-1)(a+1)(a^2+1)(a^4+1)$
$=(a^2-1)(a^2+1)(a^4+1)$
$=(a^4-1)(a^4+1)$
$=a^8-1$
따라서 k의 값은 8이다.

10 $(5x-8)(x-3)=5x^2-23x+24$이므로
$a=5$, $b=-23$, $c=24$
$\therefore a-b-c=5-(-23)-24=4$

11 $(Ax+1)(x+B)=Ax^2+(AB+1)x+B$이므로
$A=-2$, $AB+1=C$, $B=-3$
따라서 $A=-2$, $B=-3$, $C=7$이므로
$A+B+C=-2+(-3)+7=2$

12 $(2x+1)(x+2)-(x+1)(x-1)-(x+2)^2$
$=(2x^2+5x+2)-(x^2-1)-(x^2+4x+4)$
$=x-1$

13 $(2x-1)^2-(2x+1)(2x-3)$
$=(4x^2-4x+1)-(4x^2-4x-3)=4$

14 $(3x+a)(2x+5)=6x^2+(15+2a)x+5a$이므로
$15+2a=7$, $5a=-20$ $\quad\therefore a=-4$
바르게 곱하여 계산한 식은
$(3x-4)(5x+2)=15x^2-14x-8$
따라서 x의 계수는 -14, 상수항은 -8이므로 구하는 합은
$-14+(-8)=-22$

15 ① $(x+1)(x-5)=x^2-4x-5$ $\quad\therefore \square=-4$
② $(x-4y)^2=x^2-8xy+16y^2$ $\quad\therefore \square=-8$
③ $(-x+4)(-x-4)=x^2-16$ $\quad\therefore \square=-16$
④ $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=x^2-\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}$ $\quad\therefore \square=-\frac{5}{6}$
⑤ $(2x-5)(3x-2)=6x^2-19x+10$ $\quad\therefore \square=-19$
따라서 □ 안에 알맞은 수가 가장 작은 것은 ⑤이다.

16 $(2x-y+5)(x+4y+3)$을 전개한 식에서 xy항은
$2x\times4y+(-y)\times x=8xy-xy=7xy$
따라서 xy의 계수는 7이다.

17 한 변의 길이가 $a+2b$인 정사각형의 넓이는
$(a+2b)^2=a^2+4ab+4b^2$
한 변의 길이가 $3a-b$인 정사각형의 넓이는
$(3a-b)^2=9a^2-6ab+b^2$
따라서 구하는 넓이의 합은
$(a^2+4ab+4b^2)+(9a^2-6ab+b^2)$
$=10a^2-2ab+5b^2$

18 $(x+6)(x-7)$을 전개한 식에서 x항은
$x\times(-7)+6\times x=-7x+6x=-x$
따라서 x의 계수는 -1이므로 $a=-1$
$\left(x-\frac{2}{3}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right)$을 전개한 식에서 상수항은
$\left(-\frac{2}{3}\right)\times\frac{3}{2}=-1$
따라서 상수항은 -1이므로 $b=-1$
$\therefore ab=-1\times(-1)=1$

19 ① $(x-3y)^2=x^2-6xy+9y^2$
② $(x+4)(x-5)=x^2-x-20$
④ $(5x-3y)(3x+8y)=15x^2+31xy-24y^2$
⑤ $(-x+2y)(x+2y)=-x^2+4y^2$

20 $P+Q=(a+b)(a-b)$, $P+R=a^2-b^2$
이때 $Q=R$이므로 $P+Q=P+R$
$\therefore\ (a+b)(a-b)=a^2-b^2$

소단원 테스트 [2회] 55~56쪽

01 23	**02** ③	**03** ①	**04** 15	**05** ⑤
06 -15	**07** $x^4-\frac{1}{16}$		**08** ③	**09** ②
10 58	**11** ③	**12** 33	**13** 2	**14** ①
15 ④	**16** $-\frac{1}{4}$	**17** ④	**18** -3	**19** ⑤
20 ①				

01 $(x+7)(x+a)$를 전개한 식에서 상수항은
$7a=56$ $\quad\therefore a=8$
x의 계수는 $7+a=7+8=15$
따라서 구하는 합은 $8+15=23$

02 $(x+1)^2-(x-1)^2=(x^2+2x+1)-(x^2-2x+1)$
$=4x$

03 $\left(-\frac{1}{2}x-3y\right)^2=\left\{-\frac{1}{2}(x+6y)\right\}^2=\frac{1}{4}(x+6y)^2$

04 $(1-x^2)(1+x^2)(1+x^4)(1+x^8)$
$=(1-x^4)(1+x^4)(1+x^8)$
$=(1-x^8)(1+x^8)$
$=1-x^{16}$
따라서 $a=1$, $b=16$이므로
$b-a=16-1=15$

05 $(-3x-5y)(-3x+5y)=9x^2-25y^2$이므로
$A=9$, $B=-25$
$\therefore A-B=9-(-25)=34$

06 $(x+4)(x+A)=x^2+(4+A)x+4A$이므로
$4+A=1$, $4A=B$
따라서 $A=-3$, $B=-12$이므로
$A+B=-3+(-12)=-15$

07 $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)=\left(x^2-\frac{1}{4}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)$
$=x^4-\frac{1}{16}$

08 $2(x+4)(x-3)-(x-2)^2$
$=2(x^2+x-12)-(x^2-4x+4)$
$=x^2+6x-28$
따라서 x의 계수는 6이다.

09 ① $(x-2)(2x+1)=2x^2-3x-2$
⇨ x의 계수: -3
② $(x+3)(3x-2)=3x^2+7x-6$
⇨ x의 계수: 7
③ $(2x-5)(x-4)=2x^2-13x+20$
⇨ x의 계수: -13
④ $(3x+1)(2x+1)=6x^2+5x+1$
⇨ x의 계수: 5
⑤ $(4x-3)(2x+3)=8x^2+6x-9$
⇨ x의 계수: 6
따라서 x의 계수가 가장 큰 것은 ②이다.

10 $(ax+5)(5x+b)$를 전개한 식에서 x항은
$ax\times b+5\times 5x=(ab+25)x$이므로
$ab+25=46$ $\quad\therefore ab=21$
이때 a, b가 한 자리의 자연수이므로
$a=3$, $b=7$ 또는 $a=7$, $b=3$
$\therefore a^2+b^2=3^2+7^2=58$

11 ③ $(x-3)(x+2)=x^2-x-6$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

12 $(x+5y)(Ax+9y)=Ax^2+(9+5A)xy+45y^2$이므로
$A=4$, $9+5A=B$
따라서 $A=4$, $B=29$이므로
$A+B=4+29=33$

13 $(7x+a)(5x-2)$를 전개한 식에서 x항은
$7x\times(-2)+a\times 5x=(-14+5a)x$
상수항은 $-2a$
따라서 $-14+5a=-2a$이므로
$7a=14$ $\quad\therefore a=2$

14 ① $(2x-3y)^2=4x^2-12xy+9y^2$ $\quad\therefore \square=9$
② $(x+3)(x-2)=x^2+x-6$ $\quad\therefore \square=6$
③ $(-x+2y)^2=x^2-4xy+4y^2$ $\quad\therefore \square=4$
④ $(2x-1)(x+1)=2x^2+x-1$ $\quad\therefore \square=2$
⑤ $(2x+1)(2x-1)=4x^2-1$ $\quad\therefore \square=4$
따라서 □ 안에 알맞은 수가 가장 큰 것은 ①이다.

15 $(3x-5)(x+1)=3x^2-2x-5$이므로
$A=-2$
$(3x+2)(3x-2)=9x^2-4$이므로
$B=-4$
$\therefore A-B=-2-(-4)=2$

16 $\left(x-\frac{1}{8}\right)^2=x^2-\frac{1}{4}x+\frac{1}{64}$이므로
$a=-\frac{1}{4}$

17 $2(2x+y)^2-(x+4y)(4x-y)$
$=2(4x^2+4xy+y^2)-(4x^2+15xy-4y^2)$
$=4x^2-7xy+6y^2$

18 $(x-2y)^2-(3x+y)(3x-y)+4xy$
$=(x^2-4xy+4y^2)-(9x^2-y^2)+4xy$
$=-8x^2+5y^2$
따라서 x^2의 계수는 -8, y^2의 계수는 5이므로 구하는 합은
$-8+5=-3$

19 $(2x+A)(4x-5)=8x^2+(-10+4A)x-5A$이므로
$-10+4A=B$, $-5A=-15$
따라서 $A=3$, $B=2$이므로
$A+B=3+2=5$

20 $(a-b)^2+b^2=a^2-2ab+b^2+b^2$
$=a^2-2ab+2b^2$

02. 곱셈 공식의 활용

소단원 테스트 [1회] 57~58쪽

01 ⑤	**02** $x^2-2xy+y^2-1$			**03** 22
04 ③	**05** ④	**06** ㄷ, ㄹ	**07** ③	**08** ⑤
09 ④	**10** ⑤	**11** 840	**12** $\frac{4}{3}$	**13** 25
14 ④	**15** 79	**16** ②	**17** ②	**18** -13
19 $28-2\sqrt{7}$		**20** 33		

01 $-2x-1=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(-2x+y-1)(-2x-y-1)&=(A+y)(A-y)\\&=A^2-y^2\\&=(-2x-1)^2-y^2\\&=4x^2-y^2+4x+1\end{aligned}$$

02 $x-y=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(x-y+1)(x-y-1)&=(A+1)(A-1)\\&=A^2-1\\&=(x-y)^2-1\\&=x^2-2xy+y^2-1\end{aligned}$$

03 $3x+2=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(3x+2-\sqrt{3})(3x+2+\sqrt{3})&=(A-\sqrt{3})(A+\sqrt{3})\\&=A^2-3\\&=(3x+2)^2-3\\&=9x^2+12x+1\end{aligned}$$

따라서 $a=9$, $b=12$, $c=1$이므로

$a+b+c=9+12+1=22$

04
$$\begin{aligned}x(x+1)(x+2)(x+3)&=x(x+3)(x+1)(x+2)\\&=(x^2+3x)(x^2+3x+2)\end{aligned}$$

$x^2+3x=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(x^2+3x)(x^2+3x+2)&=A(A+2)\\&=A^2+2A\\&=(x^2+3x)^2+2(x^2+3x)\\&=x^4+6x^3+11x^2+6x\end{aligned}$$

따라서 $a=6$, $b=11$이므로

$a+b=6+11=17$

05 $202\times203=(200+2)(200+3)$이므로

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$를 이용하는 것이 가장 편리하다.

06 ㄱ. $1.01^2=(1+0.01)^2$

ㄴ. $91\times94=(90+1)(90+4)$

ㄷ. $4.98\times5.02=(5-0.02)(5+0.02)$

ㄹ. $67\times73=(70-3)(70+3)$

따라서 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하면 편리한 수의 계산은 ㄷ, ㄹ이다.

07 $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2+(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2-(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

$=(3+2\sqrt{6}+2)+(3-2\sqrt{6}+2)-(3-2)$

$=9$

08 $\dfrac{4}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}-\dfrac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}$

$=\dfrac{4(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{(\sqrt{6}-\sqrt{2})(\sqrt{6}+\sqrt{2})}-\dfrac{4(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})}$

$=\dfrac{4(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{6-2}-\dfrac{4(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{6-2}$

$=\sqrt{6}+\sqrt{2}-(\sqrt{6}-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$

09
$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}&=\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}\\&=\frac{3-2\sqrt{3}+1}{3-1}=\frac{4-2\sqrt{3}}{2}=2-\sqrt{3}\end{aligned}$$

따라서 $a=2$, $b=-1$이므로

$a+b=2+(-1)=1$

10 $\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{3-2\sqrt{2}}=\dfrac{3+2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})}=3+2\sqrt{2}$

$\therefore\ x+\dfrac{1}{x}=(3-2\sqrt{2})+(3+2\sqrt{2})=6$

11 $x^2+9x-10=0$에서 $x^2+9x=10$

$\therefore\ (x+3)(x+4)(x+5)(x+6)$

$=(x+3)(x+6)(x+4)(x+5)$

$=(x^2+9x+18)(x^2+9x+20)$

$=(10+18)(10+20)$

$=28\times30=840$

12
$$\begin{aligned}(2\sqrt{3}+3)(a\sqrt{3}-2)&=6a-4\sqrt{3}+3a\sqrt{3}-6\\&=6a-6+(3a-4)\sqrt{3}\end{aligned}$$

유리수가 되려면 $3a-4=0$이어야 하므로 $3a=4$

$\therefore\ a=\dfrac{4}{3}$

13
$$\begin{aligned}(x-y)^2&=(x+y)^2-4xy\text{이므로}\\&=7^2-4\times6=25\end{aligned}$$

14 $a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$이므로

$8=2^2+2ab$, $2ab=4$

$\therefore\ ab=2$

$\therefore\ \dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}=\dfrac{a^2+b^2}{ab}=\dfrac{8}{2}=4$

15 $a^2+\dfrac{1}{a^2}=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2-2=9^2-2=79$

16 $\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-4=6^2-4=32$

17 $x^2-5x+1=0$의 양변을 x로 나누면

$x-5+\dfrac{1}{x}=0\qquad\therefore\ x+\dfrac{1}{x}=5$

$$\begin{aligned}\therefore\ x^2+\frac{1}{x^2}&=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2\\&=5^2-2=23\end{aligned}$$

18 $x=\sqrt{3}-4$에서 $x+4=\sqrt{3}$

$(x+4)^2=(\sqrt{3})^2$, $x^2+8x+16=3$

$\therefore x^2+8x=-13$

19 $(x-y)^2-(x+y)(x-y)$

$=x^2-2xy+y^2-(x^2-y^2)$

$=-2xy+2y^2$

$=-2\times(1-\sqrt{7})\times\sqrt{7}+2\times(\sqrt{7})^2$

$=28-2\sqrt{7}$

20 $x=\dfrac{1}{2\sqrt{2}+\sqrt{7}}=2\sqrt{2}-\sqrt{7}$

$y=\dfrac{1}{2\sqrt{2}-\sqrt{7}}=2\sqrt{2}+\sqrt{7}$

$x+y=(2\sqrt{2}-\sqrt{7})+(2\sqrt{2}+\sqrt{7})=4\sqrt{2}$

$xy=(2\sqrt{2}-\sqrt{7})(2\sqrt{2}+\sqrt{7})=1$

$\therefore x^2+3xy+y^2=(x+y)^2+xy$

$=(4\sqrt{2})^2+1=33$

소단원 테스트 [2회] 59~60쪽

01 ⑤	**02** ③	**03** ②	**04** 35	**05** ④
06 10	**07** 7	**08** ②	**09** 2027	**10** ②
11 0	**12** ④	**13** 28	**14** ④	**15** 6
16 ②	**17** $4+\sqrt{10}$		**18** 62	**19** 17
20 6				

01 $2x+1=A$로 놓으면

$(2x+1+\sqrt{5})(2x+1-\sqrt{5})=(A+\sqrt{5})(A-\sqrt{5})$

$=A^2-5$

$=(2x+1)^2-5$

$=4x^2+4x-4$

따라서 $a=4$, $b=-4$이므로

$a-b=4-(-4)=8$

02 $x+\sqrt{3}=A$로 놓으면

$(x+1+\sqrt{3})(x-1+\sqrt{3})=(A+1)(A-1)$

$=A^2-1$

$=(x+\sqrt{3})^2-1$

$=x^2+2\sqrt{3}x+2$

따라서 x의 계수는 $2\sqrt{3}$이다.

03 $2x-y=A$로 놓으면

$(2x-y+3)(2x-y-1)-(2x-y+7)^2$

$=(A+3)(A-1)-(A+7)^2$

$=(A^2+2A-3)-(A^2+14A+49)$

$=-12A-52$

$=-12(2x-y)-52$

$=-24x+12y-52$

04 $x^2+5x-1=0$에서 $x^2+5x=1$

$\therefore (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$

$=(x+1)(x+4)(x+2)(x+3)$

$=(x^2+5x+4)(x^2+5x+6)$

$=(1+4)\times(1+6)$

$=35$

05 ① $99^2=(100-1)^2$

② $102^2=(100+2)^2$

③ $9.5\times10.5=(10-0.5)(10+0.5)$

④ $51\times52=(50+1)(50+2)$

⑤ $103\times97=(100+3)(100-3)$

따라서 $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$를 이용하여 계산하면 가장 편리한 것은 ④이다.

06 $\dfrac{1-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}+\dfrac{1+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$

$=\dfrac{(1-\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}+\dfrac{(1+\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}$

$=\dfrac{2-3\sqrt{3}+3}{4-3}+\dfrac{2+3\sqrt{3}+3}{4-3}$

$=5-3\sqrt{3}+5+3\sqrt{3}$

$=10$

07 $x=5\sqrt{2}-3$에서 $x+3=5\sqrt{2}$

$(x+3)^2=(5\sqrt{2})^2$, $x^2+6x+9=50$

$\therefore x^2+6x=41$

$\therefore \sqrt{x^2+6x+8}=\sqrt{41+8}=\sqrt{49}=7$

08 $x+y=1+\sqrt{3}+1-\sqrt{3}=2$

$xy=(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})=-2$

$\therefore \dfrac{y}{x}+\dfrac{x}{y}=\dfrac{x^2+y^2}{xy}+\dfrac{(x+y)^2-2xy}{xy}$

$=\dfrac{2^2-2\times(-2)}{-2}=-4$

09 $2027=x$라고 하면

$\dfrac{2026\times2028+1}{2027}=\dfrac{(x-1)(x+1)+1}{x}$

$=\dfrac{x^2}{x}=x=2027$

10 $x=\frac{1}{4-\sqrt{15}}=4+\sqrt{15}$에서 $x-4=\sqrt{15}$
$(x-4)^2=(\sqrt{15})^2$, $x^2-8x+16=15$
$\therefore x^2-8x=-1$
$\therefore x^2-8x+7=-1+7=6$

11 $(4-2\sqrt{3})(1+\sqrt{3})=-2+2\sqrt{3}$이므로
$a=-2$, $b=2$
$\therefore a+b=-2+2=0$

12 $\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{48}+\sqrt{49}}$
$=-(1-\sqrt{2})-(\sqrt{2}-\sqrt{3})-(\sqrt{3}-\sqrt{4})-\cdots-(\sqrt{48}-\sqrt{49})$
$=-1+\sqrt{2}-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{4}-\cdots-\sqrt{48}+\sqrt{49}$
$=-1+7=6$

13 $4x^2+y^2=(2x+y)^2-4xy$
$=6^2-4\times2=28$

14 $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy$
$=(-3)^2-4\times2=1$

15 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$이므로
$24=6^2-2xy$, $2xy=12$
$\therefore xy=6$

16 $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2$
$=5^2-2=23$

17 $\sqrt{9}<\sqrt{10}<\sqrt{16}$, 즉 $3<\sqrt{10}<4$이므로
$-4<-\sqrt{10}<-3$ $\therefore 3<7-\sqrt{10}<4$
따라서 $a=3$, $b=7-\sqrt{10}-3=4-\sqrt{10}$이므로
$\frac{2a}{b}=\frac{2\times3}{4-\sqrt{10}}=\frac{6(4+\sqrt{10})}{(4-\sqrt{10})(4+\sqrt{10})}$
$=\frac{6(4+\sqrt{10})}{6}=4+\sqrt{10}$

18 $x^2-8x+1=0$의 양변을 x로 나누면
$x-8+\frac{1}{x}=0$ $\therefore x+\frac{1}{x}=8$
$\therefore x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2$
$=8^2-2=62$

19 $x=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$, $y=\frac{1}{2-\sqrt{3}}=2+\sqrt{3}$이므로
$x+y=2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}=4$
$xy=(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=1$
$\therefore x^2+y^2+3xy=(x+y)^2+xy$
$=4^2+1=17$

20 $x=\sqrt{2}+1$에서 $x-1=\sqrt{2}$
$(x-1)^2=(\sqrt{2})^2$, $x^2-2x+1=2$
$\therefore x^2-2x-1=0$
$x^2-2x-1=0$의 양변을 x로 나누면
$x-2-\frac{1}{x}=0$ $\therefore x-\frac{1}{x}=2$
$\therefore x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2$
$=2^2+2=6$

중단원 테스트 [1회] 61~64쪽

01 ②	**02** ②, ③	**03** $3a^2+6a$		**04** a^2-1
05 2	**06** ③	**07** ②	**08** ④	**09** -21
10 ④	**11** ③	**12** $2x^2+13x-45$		
13 $6x^2+24x+22$		**14** x^4-17x^2+16		**15** 1
16 ①	**17** 12	**18** 3	**19** $-\sqrt{2}+\sqrt{5}$	
20 ②	**21** ①	**22** ②	**23** ⑤	**24** 22
25 47	**26** 18	**27** $6a^2-5ab+2b^2$		**28** $-40\sqrt{6}$
29 -1	**30** -1			

01 $(Ax-3)^2=A^2x^2-6Ax+9$이므로
$A^2=4$, $-6A=B$, $9=C$
이때 $A>0$이므로 $A=2$, $B=-12$, $C=9$
$\therefore A+B+C=2+(-12)+9=-1$

02 ㄱ, ㄹ. $(a+b)^2=(-a-b)^2=a^2+2ab+b^2$
ㄴ, ㄷ. $(a-b)^2=(-a+b)^2=a^2-2ab+b^2$
ㅁ. $-(a+b)^2=-a^2-2ab-b^2$
ㅂ. $-(a-b)^2=-a^2+2ab-b^2$
따라서 식을 전개한 식이 같은 것끼리 짝 지은 것은 ㄱ, ㄹ과 ㄴ, ㄷ이다.

03 $(2a+1)^2-(a-1)^2$
$=(4a^2+4a+1)-(a^2-2a+1)$
$=3a^2+6a$

04 $(-a-1)(-a+1)=a^2-1$

05 $\left(\frac{2}{3}a-\frac{3}{5}b\right)\left(\frac{2}{3}a+\frac{3}{5}b\right)=\frac{4}{9}a^2-\frac{9}{25}b^2$ ⋯⋯ ㉠
$a^2=45$, $b^2=50$을 ㉠에 대입하면
$\frac{4}{9}\times45-\frac{9}{25}\times50=20-18=2$

06 $(a-2b)(a+2b)(a^2+4b^2)(a^4+16b^4)$
$=(a^2-4b^2)(a^2+4b^2)(a^4+16b^4)$
$=(a^4-16b^4)(a^4+16b^4)$
$=a^8-256b^8$

07 $(x+A)(x-5)=x^2+(-5+A)x-5A$이므로
$-5+A=B$, $-5A=-10$
따라서 $A=2$, $B=-3$이므로
$A+B=2+(-3)=-1$

08 ④ $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{1}{4}\right)=x^2-\frac{3}{4}x+\frac{1}{8}$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

09 $(2x+a)(bx-6)=2bx^2+(-12+ab)x-6a$이므로
$2b=6$, $-12+ab=c$, $-6a=18$
따라서 $a=-3$, $b=3$, $c=-21$이므로
$a+b+c=-3+3+(-21)=-21$

10 ① $(x-1)^2=x^2-2x+1$ ⇨ x의 계수: -2
② $(x+3)(x-5)=x^2-2x-15$ ⇨ x의 계수: -2
③ $(x-8)(x+6)=x^2-2x-48$ ⇨ x의 계수: -2
④ $(x+1)(3x-1)=3x^2+2x-1$ ⇨ x의 계수: 2
⑤ $(2x+1)(4x-3)=8x^2-2x-3$ ⇨ x의 계수: -2
따라서 x의 계수가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

11 $(a+2b)(a-b)=a^2+ab-2b^2$

12 □ABFE는 정사각형이므로
$\overline{AE}=\overline{AB}=3x+4$
□EGHD도 정사각형이므로
$\overline{EG}=\overline{ED}=\overline{AD}-\overline{AE}=5x-1-(3x+4)=2x-5$
따라서 $\overline{GF}=\overline{EF}-\overline{EG}=3x+4-(2x-5)=x+9$
∴ □GFCH$=(2x-5)(x+9)=2x^2+13x-45$

13 $2\{(x+1)(x+2)+(x+2)(x+3)+(x+1)(x+3)\}$
$=2(x^2+3x+2+x^2+5x+6+x^2+4x+3)$
$=2(3x^2+12x+11)$
$=6x^2+24x+22$

14 $(x-1)(x-4)(x+1)(x+4)$
$=(x-1)(x+1)(x-4)(x+4)$
$=(x^2-1)(x^2-16)$
$=x^4-17x^2+16$

15 $(x+1)(x+4)(x-2)(x-5)$
$=(x+1)(x-2)(x+4)(x-5)$
$=(x^2-x-2)(x^2-x-20)$
$x^2-x=A$로 놓으면
$(x^2-x-2)(x^2-x-20)$
$=(A-2)(A-20)$
$=A^2-22A+40$
$=(x^2-x)^2-22(x^2-x)+40$
$=x^4-2x^3-21x^2+22x+40$
따라서 x^2의 계수는 -21, x의 계수는 22이므로 구하는 합은
$-21+22=1$

16 $y-z=A$로 놓으면
$(x+y-z)(x-y+z)+(y-z)^2$
$=\{x+(y-z)\}\{x-(y-z)\}+(y-z)^2$
$=(x+A)(x-A)+A^2$
$=x^2-A^2+A^2$
$=x^2$

17 $9998\times10002=(10000-2)(10000+2)$
$=(10^4-2)(10^4+2)$
$=10^8-4$
따라서 $m=8$, $n=4$이므로
$m+n=8+4=12$

18 $x=\sqrt{7}+3$에서 $x-3=\sqrt{7}$
$(x-3)^2=(\sqrt{7})^2$, $x^2-6x+9=7$
$\therefore x^2-6x=-2$
$\therefore x^2-6x+5=-2+5=3$

19 $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{5}}$
$=\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{4}}{(\sqrt{3}+\sqrt{4})(\sqrt{3}-\sqrt{4})}$
$+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{5}}{(\sqrt{4}+\sqrt{5})(\sqrt{4}-\sqrt{5})}$
$=-(\sqrt{2}-\sqrt{3})-(\sqrt{3}-\sqrt{4})-(\sqrt{4}-\sqrt{5})$
$=-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{3}+\sqrt{4}-\sqrt{4}+\sqrt{5}$
$=-\sqrt{2}+\sqrt{5}$

20 $(4\sqrt{5}+a)(2\sqrt{5}-3)$
$=40+(-12+2a)\sqrt{5}-3a$
$=40-3a+(2a-12)\sqrt{5}$
유리수가 되려면 $2a-12=0$이어야 하므로 $2a=12$
$\therefore a=6$

21 $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$
$=5^2+2\times3=31$

22 $x^2-3x+1=0$의 양변을 x로 나누면
$x-3+\frac{1}{x}=0$ $\qquad\therefore x+\frac{1}{x}=3$

$\therefore x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2$

$=3^2-2=7$

23 $\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-4$

$=3^2-4=5$

24 $x^2-x+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}=x^2+\dfrac{1}{x^2}-\left(x-\dfrac{1}{x}\right)$

$=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2-\left(x-\dfrac{1}{x}\right)$

$=5^2+2-5=22$

25 $a^2+\dfrac{1}{a^2}=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2-2=3^2-2=7$이므로

$a^4+\dfrac{1}{a^4}=\left(a^2+\dfrac{1}{a^2}\right)^2-2$

$=7^2-2=47$

26 $(ax+5)(3x-b)$

$=3ax^2+(-ab+15)x-5b$ ······ ❶

$3a=c$, $-ab+15=7$, $-5b=-10$이므로

$-5b=-10$에서 $b=2$

$15-ab=7$에서 $2a=8$ $\quad\therefore a=4$

$3a=c$에서 $c=12$ ······ ❷

$\therefore a+b+c=4+2+12=18$ ······ ❸

채점 기준	배점
❶ $(ax+5)(3x-b)$의 전개식 구하기	1점
❷ a, b, c의 값 구하기	각 1점
❸ $a+b+c$의 값 구하기	1점

27 $(2a-b)(3a-b)+b^2$ ······ ❶

$=(6a^2-5ab+b^2)+b^2$

$=6a^2-5ab+2b^2$ ······ ❷

채점 기준	배점
❶ 색칠한 부분의 넓이를 a, b로 나타내기	3점
❷ 식 계산하기	2점

28 $a=\dfrac{1}{5+2\sqrt{6}}=5-2\sqrt{6}$

$b=\dfrac{1}{5-2\sqrt{6}}=5+2\sqrt{6}$ ······ ❶

$\therefore a^2-b^2=(5-2\sqrt{6})^2-(5+2\sqrt{6})^2$

$=25-20\sqrt{6}+24-(25+20\sqrt{6}+24)$

$=-40\sqrt{6}$ ······ ❷

채점 기준	배점
❶ a, b의 분모를 유리화하기	3점
❷ a^2-b^2의 값 구하기	2점

29 $x=\dfrac{3}{3-\sqrt{6}}=3+\sqrt{6}$에서 $x-3=\sqrt{6}$ ······ ❶

$(x-3)^2=(\sqrt{6})^2$, $x^2-6x+9=6$

$\therefore x^2-6x=-3$ ······ ❷

$\therefore x^2-6x+2=-3+2=-1$ ······ ❸

채점 기준	배점
❶ x의 분모를 유리화하기	2점
❷ x^2-6x의 값 구하기	2점
❸ x^2-6x+2의 값 구하기	1점

30 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$이므로

$15=3^2-2xy$, $2xy=-6$

$\therefore xy=-3$ ······ ❶

$\therefore \dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{x+y}{xy}=\dfrac{3}{-3}=-1$ ······ ❷

채점 기준	배점
❶ xy의 값 구하기	3점
❷ $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}$의 값 구하기	2점

중단원 테스트 [2회]

65~68쪽

01 ⑤ **02** -2 **03** -4 **04** ③ **05** ②
06 10 **07** 7 **08** ㄴ, ㄹ **09** 8
10 x^2+x-14 **11** ④ **12** $15a^2+21a+6$
13 ④ **14** 0 **15** 37 **16** ② **17** 509
18 ③ **19** 5 **20** ④ **21** ① **22** 11
23 ⑤ **24** ⑤ **25** ② **26** $\dfrac{1}{4}$ **27** 6
28 8 **29** -2 **30** 1

01 $(2x+3)(x-6)=2x^2-9x-18$이므로

$A=2$, $B=-9$

$\therefore A-B=2-(-9)=11$

02 $(x-3y)(x+y-1)$을 전개한 식에서 xy항은

$x\times y+(-3y)\times x=xy-3xy=-2xy$

따라서 xy의 계수는 -2이다.

03 $(x-a)^2=x^2-2ax+a^2$이므로

$-2a=b$, $a^2=16$

이때 $a>0$이므로 $a=4$, $b=-8$

$\therefore a+b=4+(-8)=-4$

04 ① $(x+2)^2=x^2+4x+4$

② $(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$

④ $(-a-b)^2=a^2+2ab+b^2$

⑤ $(x-3y)^2=x^2-6xy+9y^2$

05 $(x+3)(x+A)=x^2+(A+3)x+3A$이므로
$A+3=2 \qquad \therefore A=-1$
따라서 상수항은
$3A=3\times(-1)=-3$

06 $(2x+3y)(2x-3y)-(x+4y)(x-4y)$
$=4x^2-9y^2-(x^2-16y^2)$
$=3x^2+7y^2$
따라서 $a=3$, $b=7$이므로
$a+b=3+7=10$

07 $(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)$
$=(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)$
$=(3^4-1)(3^4+1)$
$=3^8-1$
따라서 $a=8$, $b=-1$이므로
$a+b=8+(-1)=7$

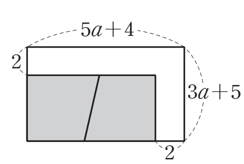
08 ㄱ. $(x+3)(2x-1)=2x^2+5x-3$
ㄷ. $(2y+1)(y-5)=2y^2-9y-5$

09 $(2x-1)(ax+2)=2ax^2+(4-a)x-2$이므로
$4-a=2\times(-2)$, $4-a=-4$
$\therefore a=8$

10 $(3x+2)(x-3)-2(x-2)^2$
$=(3x^2-7x-6)-2(x^2-4x+4)$
$=x^2+x-14$

11 $(x+3)(x-2)=x^2+x-6$

12 오른쪽 그림과 같이 폭이 일정한 길을 가장자리로 이동하면 색칠한 부분의 넓이는



$\{(5a+4)-2\}\{(3a+5)-2\}$
$=(5a+2)(3a+3)$
$=15a^2+21a+6$

13 $a-b=A$로 놓으면
$(a-b-1)(a-b-4)=(A-1)(A-4)$
$=A^2-5A+4$
$=(a-b)^2-5(a-b)+4$
$=a^2-2ab+b^2-5a+5b+4$
따라서 ab의 계수는 -2, 상수항은 4이므로 구하는 합은
$-2+4=2$

14 $x^2-2x-8=0$에서 $x^2-2x=8$
$\therefore (x+2)(x+4)(x-4)(x-6)$
$=(x+2)(x-4)(x+4)(x-6)$
$=(x^2-2x-8)(x^2-2x-24)$
$=0\times(8-24)=0$

15 $(x+1)(x+2)(x-4)(x-5)$
$=(x+1)(x-4)(x+2)(x-5)$
$=(x^2-3x-4)(x^2-3x-10)$
$x^2-3x=A$로 놓으면
$(x^2-3x-4)(x^2-3x-10)$
$=(A-4)(A-10)$
$=A^2-14A+40$
$=(x^2-3x)^2-14(x^2-3x)+40$
$=x^4-6x^3-5x^2+42x+40$
따라서 x^2의 계수는 -5, x의 계수는 42이므로 구하는 합은
$-5+42=37$

16 $97^2=(100-3)^2=100^2-2\times100\times3+3^2$이므로
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$을 이용하는 것이 가장 편리하다.

17 $122^2-125\times115$
$=(120+2)^2-(120+5)(120-5)$
$=120^2+2\times120\times2+2^2-(120^2-5^2)$
$=480+4+25$
$=509$

18 $\dfrac{5}{\sqrt{17}+2\sqrt{3}}=\dfrac{5(\sqrt{17}-2\sqrt{3})}{(\sqrt{17}+2\sqrt{3})(\sqrt{17}-2\sqrt{3})}$
$=\sqrt{17}-2\sqrt{3}$
따라서 $A=1$, $B=-2$이므로
$A+B=1-2=-1$

19 $(5+\sqrt{2})(a-\sqrt{2})=5a+(-5+a)\sqrt{2}-2$
$=5a-2+(-5+a)\sqrt{2}$
유리수가 되려면 $-5+a=0$이어야 하므로 $a=5$

20 $x=1+\sqrt{3}$에서 $x-1=\sqrt{3}$
$(x-1)^2=(\sqrt{3})^2$, $x^2-2x+1=3$
$\therefore x^2-2x=2$
$\therefore x^2-2x+4=2+4=6$

21 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$이므로
$15=3^2-2xy$, $2xy=-6$
$\therefore xy=-3$
$\therefore \dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{x^2+y^2}{xy}=\dfrac{15}{-3}=-5$

22 $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$
$=3^2+2\times1=11$

23 $\dfrac{4}{\sqrt{7}+\sqrt{3}}+\dfrac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$
$=\dfrac{4(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})}+\dfrac{4(\sqrt{7}+\sqrt{3})}{(\sqrt{7}-\sqrt{3})(\sqrt{7}+\sqrt{3})}$
$=\sqrt{7}-\sqrt{3}+\sqrt{7}+\sqrt{3}=2\sqrt{7}$

24 $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2=2^2-2=2$

25 $x^2+4x+2=0$의 양변을 x로 나누면

$x+4+\frac{2}{x}=0 \qquad \therefore x+\frac{2}{x}=-4$

$\therefore x^2+\frac{4}{x^2}=\left(x+\frac{2}{x}\right)^2-4$

$=(-4)^2-4=12$

26 $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)=\left(x^2-\frac{1}{4}\right)\left(x^2+\frac{1}{4}\right)$

$=x^4-\frac{1}{16}$ …… ❶

따라서 $a=4$, $b=\frac{1}{16}$이므로 …… ❷

$ab=4\times\frac{1}{16}=\frac{1}{4}$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ 주어진 등식의 좌변을 전개하기	2점
❷ a, b의 값 구하기	2점
❸ ab의 값 구하기	1점

27 직사각형의 가로의 길이는 $x-2$이고, 세로의 길이는 $x+3$이므로 이 직사각형의 넓이는

$(x-2)(x+3)=x^2+x-6$ …… ❶

이때 처음 정사각형의 넓이는 x^2이고 직사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이와 같으므로

$x^2+x-6=x^2$ …… ❷

$\therefore x=6$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ 직사각형의 넓이 구하기	2점
❷ 조건을 만족시키는 식 세우기	2점
❸ x의 값 구하기	1점

28 $x+2y=A$로 놓으면

$(x+2y-2)^2=(A-2)^2$

$=A^2-4A+4$

$=(x+2y)^2-4(x+2y)+4$

$=(x^2+4y^2+4xy)-(4x+8y)+4$

$=x^2+4y^2-4x-8y+4xy+4$ …… ❶

따라서 xy의 계수는 4, 상수항은 4이므로 …… ❷

구하는 합은

$4+4=8$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ 주어진 식 전개하기	2점
❷ xy의 계수와 상수항 구하기	2점
❸ 구하는 합 구하기	1점

29 $x=\frac{2}{\sqrt{3}+1}=\sqrt{3}-1$에서 $x+1=\sqrt{3}$ …… ❶

$(x+1)^2=(\sqrt{3})^2$, $x^2+2x+1=3$

$\therefore x^2+2x=2$ …… ❷

$\therefore x^2+2x-4=2-4=-2$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ x의 분모를 유리화하기	2점
❷ x^2+2x의 값 구하기	2점
❸ x^2+2x-4의 값 구하기	1점

30 $(x+6)(x+1)(x-1)(x-6)$

$=(x+6)(x-6)(x+1)(x-1)$

$=(x^2-36)(x^2-1)$

$=x^4-37x^2+36$ …… ❶

따라서 $a=0$, $b=-37$, $c=0$, $d=36$이므로 …… ❷

$a-b+c-d=0-(-37)+0-36=1$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ 주어진 등식의 좌변 전개하기	3점
❷ a, b, c, d의 값 구하기	1점
❸ $a-b+c-d$의 값 구하기	1점

2. 다항식의 인수분해

01. 인수분해 공식

소단원 테스트 [1회] 69~70쪽

01 ②	**02** ③	**03** ④	**04** ②, ⑤	**05** ②
06 ③	**07** 16	**08** $2x-5$		**09** ③
10 12	**11** $(4x+1)(x-5)$	**12** ②		**13** $2x+2$
14 ㄱ, ㄷ	**15** ③	**16** ④	**17** $x-1$	**18** 1
19 ④	**20** 1			

01 $2ax-4ay=2a(x-2y)$
따라서 인수가 아닌 것은 ②이다.

02 $y(x-1)+3(x-1)=(x-1)(y+3)$
따라서 인수인 것은 ③이다.

03 ① $x^4+x^2=x^2(x^2+1)$
② $2a^3-a^2=a^2(2a-1)$
③ $x^2y+xy^2-2x=x(xy+y^2-2)$
⑤ $a(a-1)+b(1-a)=a(a-1)-b(a-1)$
$=(a-b)(a-1)$

04 $x^2+(4k-2)x+9=x^2+2\times x\times(2k-1)+(\pm3)^2$
이므로
$2k-1=\pm3$
$2k=-2$ 또는 $2k=4$
$\therefore k=-1$ 또는 $k=2$

05 $(x-3)(x+1)+a=x^2-2x-3+a$에서
$-3+a=\left(\frac{-2}{2}\right)^2=1 \qquad \therefore a=4$

06 $-6x=2\times x\times b$이므로 $b=-3$
$a=b^2=(-3)^2=9$
$\therefore a+b=9+(-3)=6$

07 $x^2+6xy+Ay^2=x^2+2\times x\times 3y+Ay^2$이므로
$Ay^2=(3y)^2=9y^2 \qquad \therefore A=9$
$Bx^2+54xy+81y^2=Bx^2+2\times 3x\times 9y+(9y)^2$이므로
$Bx^2=(3x)^2=9x^2 \qquad \therefore B=9$
$(x-2)(x+6)+C=x^2+4x+(-12+C)$
$=x^2+2\times 2x+(-12+C)$
$2^2=-12+C \qquad \therefore C=16$
$\therefore A-B+C=9-9+16=16$

08 $2<x<3$에서 $x-2>0$, $x-3<0$
$\therefore \sqrt{x^2-4x+4}-\sqrt{x^2-6x+9}$
$=\sqrt{(x-2)^2}-\sqrt{(x-3)^2}$
$=x-2-\{-(x-3)\}=2x-5$

09 $-5<a<\frac{2}{3}$에서 $a-\frac{2}{3}<0$, $a+5>0$
$\therefore \sqrt{a^2-\frac{2}{3}a+\frac{4}{9}}+\sqrt{a^2+10a+25}$
$=\sqrt{\left(a-\frac{2}{3}\right)^2}+\sqrt{(a+5)^2}$
$=-\left(a-\frac{2}{3}\right)+(a+5)$
$=\frac{17}{3}$

10 $a>0$, $b>0$이므로
$25x^2-49=(5x)^2-7^2=(5x+7)(5x-7)$
따라서 $a=5$, $b=7$이므로
$a+b=5+7=12$

11 A는 x의 계수를 바르게 보았으므로
$(4x-7)(x-3)=4x^2-19x+21$에서
처음 이차식의 x의 계수는 -19
B는 상수항을 바르게 보았으므로
$(4x-1)(x+5)=4x^2+19x-5$에서
처음 이차식의 상수항은 -5이다.
따라서 처음 주어진 이차식은 $4x^2-19x-5$이므로
바르게 인수분해하면
$4x^2-19x-5=(4x+1)(x-5)$

12 ② $2x^2+4x=2x(x+2)$
따라서 인수분해한 것이 옳지 않은 것은 ②이다.

13 $x^2+2x-3=(x-1)(x+3)$
따라서 두 일차식은 $x-1$, $x+3$이므로 두 일차식의 합은
$(x-1)+(x+3)=2x+2$

14 ㄱ. $ax-bx+y(a-b)=x(a-b)+y(a-b)$
$=(a-b)(x+y)$
ㄴ. $x^2-9y^2=(x+3y)(x-3y)$
ㄷ. $x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$
ㄹ. $5x^2-2x-3=(5x+3)(x-1)$
ㅁ. $4x^2-20xy+25y^2=(2x-5y)^2$
따라서 인수분해한 것이 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

15 ① $x^2-4=(\underline{x+2})(x-2)$
② $x^2+3x+2=(x+1)(\underline{x+2})$
③ $x^2+x-6=(x-2)(x+3)$
④ $2x^2+3x-2=(\underline{x+2})(2x-1)$
⑤ $3x^2+7x+2=(\underline{x+2})(3x+1)$
따라서 나머지 넷과 같은 일차식을 인수로 갖지 않는 것은
③이다.

16 $4x^2-5x-6=(x-2)(4x+3)$

17 $x^2-4x+3=(\underline{x-1})(x-3)$

$2x^2-5x+3=(2x-3)(\underline{x-1})$
따라서 공통인수는 $x-1$이다.

18 $x^2+Ax-21=(x-3)(x+p)$(p는 상수)라고 하면
$x^2+Ax-21=x^2+(p-3)x-3p$
따라서 $p-3=A$, $-3p=-21$이므로
$p=7$, $A=4$
또 $2x^2-5x+B=(x-3)(2x+q)$(q는 상수)라고 하면
$2x^2-5x+B=2x^2+(q-6)x-3q$
따라서 $q-6=-5$, $B=-3q$이므로
$q=1$, $B=-3$
$\therefore A+B=4+(-3)=1$

19 $x^2+6x+a=(x+2)(x+b)$(b는 상수)라고 하면
$x^2+6x+a=x^2+(2+b)x+2b$
따라서 $2+b=6$, $2b=a$이므로
$b=4$, $a=8$

20 $5x^2-14x+a=(x-3)(5x+m)$(m은 상수)이라고 하면
$5x^2-14x+a=5x^2+(m-15)x-3m$
따라서 $m-15=-14$, $-3m=a$이므로
$m=1$, $a=-3$
$x^2+bx-21=(x-3)(x+n)$(n은 상수)이라고 하면
$x^2+bx-21=x^2+(n-3)x-3n$
따라서 $n-3=b$, $-3n=-21$이므로
$n=7$, $b=4$
$\therefore a+b=-3+4=1$

소단원 테스트 [2회] 71~72쪽

01 ④	**02** $x-2y$		**03** ②	**04** 3, -2
05 21	**06** 26	**07** $\frac{25}{4}$	**08** $(x-3)(x-6)$	
09 $x+2$	**10** ④	**11** $4x-3$	**12** ③	**13** $2a+b$
14 6	**15** ④	**16** ③	**17** 19	**18** 5
19 -9	**20** $(x-4)^2$			

01 $a^2x-b^2x=x(a+b)(a-b)$
따라서 인수가 아닌 것은 ④이다.

02 $x^2-2xy=x(\underline{x-2y})$
$xy-2y^2=y(\underline{x-2y})$
따라서 공통인수는 $x-2y$이다.

03 ② $4x^2+4xy+y^2=(2x+y)^2$
따라서 인수분해한 것이 옳지 않은 것은 ②이다.

04 $x^2+(4k-2)x+25=x^2+2\times x\times(2k-1)+(\pm5)^2$
이므로
$2k-1=\pm5$
$2k=-4$ 또는 $2k=6$
$\therefore k=-2$ 또는 $k=3$

05 $ax^2=(3x)^2=9x^2$이므로 $a=9$
$24x=2\times3x\times c$이므로 $c=4$
$b=c^2=4^2=16$
$\therefore a+b-c=9+16-4=21$

06 $x^2+8x+k-10=x^2+2\times x\times4+k-10$이므로
$k-10=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16 \qquad \therefore k=26$

07 $(x-1)(x+4)+k=x^2+3x-4+k$에서
$-4+k=\left(\frac{3}{2}\right)^2 \qquad \therefore k=\frac{25}{4}$

08 $x^2+ax+18=(x-3)(x+m)$ (m은 상수)이라고 하면
$x^2+ax+18=x^2+(m-3)x-3m$
따라서 $m-3=a$, $-3m=18$이므로
$m=-6$, $a=-9$
$x^2+3x+b=(x-3)(x+n)$ (n은 상수)이라고 하면
$x^2+3x+b=x^2+(n-3)x-3n$
따라서 $n-3=3$, $-3n=b$이므로
$n=6$, $b=-18$
$\therefore x^2+ax-b=x^2-9x+18=(x-3)(x-6)$

09 $2<x<4$에서 $x-2>0$, $x-4<0$
$$\begin{aligned}\therefore &\sqrt{x^2}+\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{x^2-8x+16}\\ &=\sqrt{x^2}+\sqrt{(x-2)^2}+\sqrt{(x-4)^2}\\ &=x+(x-2)-(x-4)\\ &=x+2\end{aligned}$$

10 $$\begin{aligned}-\frac{1}{36}x^2+\frac{25}{4}y^2&=-\left\{\left(\frac{1}{6}x\right)^2-\left(\frac{5}{2}y\right)^2\right\}\\ &=-\left(\frac{1}{6}x+\frac{5}{2}y\right)\left(\frac{1}{6}x-\frac{5}{2}y\right)\end{aligned}$$

11 $3x^2-11x-4=(3x+1)(x-4)$
따라서 두 일차식은 $3x+1$, $x-4$이므로 두 일차식의 합은
$3x+1+x-4=4x-3$

12 $$\begin{aligned}(\text{도형 } A\text{의 넓이})&=(2x+4)^2-3^2\\ &=\{(2x+4)+3\}\{(2x+4)-3\}\\ &=(2x+7)(2x+1)\end{aligned}$$
도형 B는 도형 A와 넓이가 같고, 세로의 길이가 $2x+1$이므로 가로의 길이는 $2x+7$이다.

13 (정사각형의 넓이)$=4a^2+4ab+b^2=(2a+b)^2$
따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $2a+b$이다.

14 $ax^2=x\times2x=2x^2$이므로 $a=2$

$-15=(-3)\times c$이므로 $c=5$
$bx=x\times c+(-3)\times 2x$이므로 $b=c-6=5-6=-1$
$\therefore a+b+c=2+(-1)+5=6$

15 $3x^2y^2-6x^2y-9x^2=3x^2(y^2-2y-3)$
$=3x^2(y+1)(y-3)$

16 $x^2-3x-18=\underline{(x+3)}(x-6)$
$3x^2+7x-6=\underline{(x+3)}(3x-2)$
따라서 공통인수는 $x+3$이다.

17 $x^2-100=(x+10)(x-10)$이므로 $a=10$
$2x^2-5x-7=(x+1)(2x-7)$이므로 $b=2$, $c=7$
$\therefore a+b+c=10+2+7=19$

18 $2x^2+ax-3=(x+3)(2x+b)$(b는 상수)라고 하면
$2x^2+ax-3=2x^2+(b+6)x+3b$
따라서 $6+b=a$, $3b=-3$이므로
$b=-1$, $a=5$

19 $3x^2+ax-6=(x-3)(3x+p)$(p는 상수)라고 하면
$3x^2+ax-6=3x^2+(p-9)x-3p$
따라서 $p-9=a$, $-3p=-6$이므로
$p=2$, $a=-7$
또 $x^2+bx-3=(x-3)(x+q)$(q는 상수)라고 하면
$x^2+bx-3=x^2+(q-3)x-3q$
따라서 $q-3=b$, $-3q=-3$이므로
$q=1$, $b=-2$
$\therefore a+b=-7+(-2)=-9$

20 A는 상수항을 바르게 보았으므로
$(x-2)(x-8)=x^2-10x+16$에서
처음 이차식의 상수항은 16이다.
B는 x의 계수를 바르게 보았으므로
$(x-2)(x-6)=x^2-8x+12$에서
처음 이차식의 x의 계수는 -8이다.
따라서 처음 주어진 이차식은 $x^2-8x+16$이므로
바르게 인수분해하면
$x^2-8x+16=(x-4)^2$

02. 인수분해 공식의 활용

소단원 테스트 [1회] 73~74쪽

01 ①	**02** ③	**03** ④	**04** $(x-1)(y+1)$	
05 ③	**06** $(x-z)(x+y)$	**07** ⑤	**08** -4	
09 ①	**10** ①	**11** ①	**12** ②	**13** $-\frac{1}{5}$
14 ④	**15** $4\sqrt{5}$	**16** $\frac{21}{40}$	**17** 10	**18** ④
19 3	**20** $-6x(x-10)$			

01 $2x-3=A$로 놓으면
$2(2x-3)^2+5(2x-3)-12$
$=2A^2+5A-12$
$=(A+4)(2A-3)$
$=(2x-3+4)\{2(2x-3)-3\}$
$=(2x+1)(4x-6-3)$
$=(2x+1)(4x-9)$

02 $x-3y=A$로 놓으면
$(x-3y)(x-3y-1)-6$
$=A(A-1)-6=A^2-A-6$
$=(A+2)(A-3)=(x-3y+2)(x-3y-3)$
따라서 $a=-3$, $b=2$, $c=1$이므로
$a+b+c=-3+2+1=0$

03 $x-1=A$로 놓으면
$(x-1)^2-3x+3-10$
$=(x-1)^2-3(x-1)-10$
$=A^2-3A-10$
$=(A+2)(A-5)$
$=(x-1+2)(x-1-5)$
$=(x+1)(x-6)$

04 $xy+x-y-1=x(y+1)-(y+1)$
$=(x-1)(y+1)$

05 a^3-a^2-4a+4
$=a^2(a-1)-4(a-1)$
$=(a-1)(a^2-4)$
$=(a-1)(a+2)(a-2)$
따라서 인수가 아닌 것은 ③이다.

06 $x^2-yz+xy-xz=(x^2-xz)+(xy-yz)$
$=x(x-z)+y(x-z)$
$=(x-z)(x+y)$

07 $x^2+y^2-z^2+2xy=(x^2+2xy+y^2)-z^2$
$=(x+y)^2-z^2$
$=(x+y+z)(x+y-z)$

따라서 두 일차식은 $x+y+z$, $x+y-z$이므로
두 일차식의 합은
$(x+y+z)+(x+y-z)=2x+2y$

08 $(x-2)(x-1)(x+4)(x+5)+9$
$=(x-2)(x+5)(x-1)(x+4)+9$
$=(x^2+3x-10)(x^2+3x-4)+9$
$x^2+3x=A$로 놓으면
$(A-10)(A-4)+9$
$=A^2-14A+49$
$=(A-7)^2$
$=(x^2+3x-7)^2$
따라서 $a=3$, $b=-7$이므로
$a+b=3+(-7)=-4$

09 $0.6\times53^2-0.6\times47^2$
$=0.6\times(53^2-47^2)$
$=0.6\times(53+47)\times(53-47)$
$=0.6\times100\times6=360$

10 $31.5^2-3\times31.5+1.5^2=(31.5-1.5)^2=30^2$이므로
$A=30$

11 $x=\dfrac{1}{\sqrt{5}+2}=\sqrt{5}-2$, $y=\dfrac{1}{\sqrt{5}-2}=\sqrt{5}+2$
$x+y=\sqrt{5}-2+\sqrt{5}+2=2\sqrt{5}$
$x-y=\sqrt{5}-2-(\sqrt{5}+2)=-4$
$\therefore x^2-y^2=(x+y)(x-y)$
$=2\sqrt{5}\times(-4)=-8\sqrt{5}$

12 $a^2+b^2-2ab-8a+8b=(a^2-2ab+b^2)-(8a-8b)$
$=(a-b)^2-8(a-b)$
$=(a-b)(a-b-8)$
$=12\times4=48$

13 $\dfrac{x+y+1}{x^2+4xy+3y^2+x+3y}$
$=\dfrac{x+y+1}{(x+y)(x+3y)+(x+3y)}$
$=\dfrac{x+y+1}{(x+3y)(x+y+1)}=\dfrac{1}{x+3y}$
$=\dfrac{1}{(4-3\sqrt{2})+3(\sqrt{2}-3)}=-\dfrac{1}{5}$

14 $x^2+x-6=0$에서 $x^2+x=6$
$\therefore \dfrac{x^3+x^2-6}{x-1}=\dfrac{x(x^2+x)-6}{x-1}=\dfrac{6x-6}{x-1}$
$=\dfrac{6(x-1)}{x-1}=6$

15 $x=\dfrac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}=\dfrac{2(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}=\sqrt{5}+\sqrt{3}$
$y=\dfrac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\dfrac{2(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\sqrt{5}-\sqrt{3}$
$x+y=(\sqrt{5}+\sqrt{3})+(\sqrt{5}-\sqrt{3})=2\sqrt{5}$
$xy=(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})=5-3=2$
$\therefore x^2y+xy^2=xy(x+y)=2\times2\sqrt{5}=4\sqrt{5}$

16 $\left(1-\dfrac{1}{2^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{3^2}\right)\left(1-\dfrac{1}{4^2}\right)\times\cdots\times\left(1-\dfrac{1}{20^2}\right)$
$=\left(1-\dfrac{1}{2}\right)\left(1+\dfrac{1}{2}\right)\left(1-\dfrac{1}{3}\right)\left(1+\dfrac{1}{3}\right)\left(1-\dfrac{1}{4}\right)\left(1+\dfrac{1}{4}\right)$
$\times\cdots\times\left(1-\dfrac{1}{20}\right)\left(1+\dfrac{1}{20}\right)$
$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{2}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{4}{3}\times\dfrac{3}{4}\times\dfrac{5}{4}\times\cdots\times\dfrac{19}{20}\times\dfrac{21}{20}$
$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{21}{20}=\dfrac{21}{40}$

17 $3<\sqrt{10}<4$이므로 $2<\sqrt{10}-1<3$
즉, $\sqrt{10}-1$의 정수 부분은 2, 소수 부분은
$(\sqrt{10}-1)-2=\sqrt{10}-3$이므로
$x=\sqrt{10}-3$
$x-1=A$로 놓으면
$(x-1)^2+8(x-1)+16=A^2+8A+16=(A+4)^2$
$=\{(x-1)+4\}^2=(x+3)^2$
$=(\sqrt{10}-3+3)^2$
$=(\sqrt{10})^2=10$

18 $x+2=A$, $x-1=B$로 놓으면
$(x+2)^2-(x-1)^2=A^2-B^2=(A+B)(A-B)$
$=(x+2+x-1)(x+2-x+1)$
$=3(2x+1)$

19 $89=A$로 놓으면
$\sqrt{89\times91+1}=\sqrt{A(A+2)+1}$
$=\sqrt{A^2+2A+1}$
$=\sqrt{(A+1)^2}$
$=A+1=90$
따라서 $10\times a^2=90$, $a^2=9$
이때 $a>0$이므로 $a=3$

20 $x+6=A$, $x-6=B$로 놓으면
$(x+6)^2-3(x+6)(x-6)-4(x-6)^2$
$=A^2-3AB-4B^2$
$=(A+B)(A-4B)$
$=\{(x+6)+(x-6)\}\{(x+6)-4(x-6)\}$
$=2x(-3x+30)$
$=-6x(x-10)$

소단원 테스트 [2회]

75~76쪽

01 ① **02** $4x+6$ **03** 3 **04** ④, ⑤
05 ③ **06** ② **07** $(x^2+3x-3)(x^2+3x+5)$
08 $2a-6$ **09** 10000 **10** 252
11 156 **12** 72 **13** ① **14** 40 **15** 3
16 ③ **17** ② **18** ④ **19** ②
20 $540\pi\ \text{cm}^3$

01 $x+1=A$로 놓으면
$3(x+1)^2+10(x+1)-25$
$=3A^2+10A-25$
$=(A+5)(3A-5)$
$=\{(x+1+5)\}\{3(x+1)-5\}$
$=(x+6)(3x-2)$

02 $2x-1=A$로 놓으면
$(2x-1)^2+8(2x-1)+12$
$=A^2+8A+12$
$=(A+6)(A+2)$
$=\{(2x-1)+6\}\{(2x-1)+2\}$
$=(2x+5)(2x+1)$
따라서 두 일차식은 $2x+5$, $2x+1$이므로 두 일차식의 합은
$(2x+5)+(2x+1)=4x+6$

03 $x+1=A$, $y-1=B$로 놓으면
$2(x+1)^2-(x+1)(y-1)-6(y-1)^2$
$=2A^2-AB-6B^2$
$=(2A+3B)(A-2B)$
$=\{2(x+1)+3(y-1)\}\{(x+1)-2(y-1)\}$
$=(2x+3y-1)(x-2y+3)$
따라서 $a=2$, $b=3$, $c=-2$이므로
$a+b+c=2+3+(-2)=3$

04 $4x^2+4x+1-y^2$
$=(2x+1)^2-y^2$
$=(2x+y+1)(2x-y+1)$
따라서 인수인 것은 ④, ⑤이다.

05 ㄱ. $2x^2-x-1=(2x+1)(x-1)$
ㄴ. $x^2-9=(x+3)(x-3)$
ㄷ. $xy-y+3x-3=y(x-1)+3(x-1)$
$=(y+3)(x-1)$
ㄹ. $x^2-3x-4=(x+1)(x-4)$
ㅁ. $6xy+1-9x^2-y^2=1-(9x^2-6xy+y^2)$
$=1-(3x-y)^2$
$=(1+3x-y)(1-3x+y)$
ㅂ. $x^2y^2-x^2-y^2+1=x^2(y^2-1)-(y^2-1)$
$=(x^2-1)(y^2-1)$
$=(x+1)(x-1)(y+1)(y-1)$
따라서 $x-1$을 인수로 갖는 다항식을 모두 고르면 ㄱ, ㄷ, ㅂ이다.

06 $a^2-2ab+4b-2a=a(a-2b)-2(a-2b)$
$=(a-2)(a-2b)$
따라서 인수인 것은 ②이다.

07 $x(x+1)(x+2)(x+3)-15$
$=x(x+3)(x+1)(x+2)-15$
$=(x^2+3x)(x^2+3x+2)-15$
$x^2+3x=A$로 놓으면
$(x^2+3x)(x^2+3x+2)-15$
$=A(A+2)-15$
$=A^2+2A-15$
$=(A-3)(A+5)$
$=(x^2+3x-3)(x^2+3x+5)$

08 $a^2-b^2-4c^2-6a+4bc+9$
$=(a^2-6a+9)-(b^2-4bc+4c^2)$
$=(a-3)^2-(b-2c)^2$
$=(a+b-2c-3)(a-b+2c-3)$
따라서 두 일차식은 $a+b-2c-3$, $a-b+2c-3$이므로 두 일차식의 합은
$(a+b-2c-3)+(a-b+2c-3)=2a-6$

09 $x^2-2xy+y^2=(x-y)^2$
$=(111-11)^2$
$=100^2=10000$

10 $251=x$로 놓으면
$251\times253+1=x(x+2)+1$
$=x^2+2x+1$
$=(x+1)^2$
$=(251+1)^2$
$=252^2$
$\therefore A=252$

11 $\dfrac{24^2-22^2+20^2-18^2+\cdots+8^2-6^2+4^2-2^2}{2}$
$=\dfrac{1}{2}\{(24+22)(24-22)+(20+18)(20-18)+\cdots$
$+(8+6)(8-6)+(4+2)(4-2)\}$
$=\dfrac{1}{2}\times2\times(24+22+20+18+\cdots+8+6+4+2)$
$=24+22+20+18+\cdots+8+6+4+2=156$

12 $2x^2-4xy+2y^2=2(x^2-2xy+y^2)=2(x-y)^2$
$=2(9.98-3.98)^2=2\times6^2=72$

13 $x+y=(2+\sqrt{2})+(2-\sqrt{2})=4$
$x-y=(2+\sqrt{2})-(2-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$
$\therefore x^2-2xy+y^2-2x-2y=(x-y)^2-2(x+y)$
$=(2\sqrt{2})^2-2\times 4$
$=8-8=0$

14 $\sqrt{58^2-42^2}=\sqrt{(58+42)(58-42)}$
$=\sqrt{100\times 16}$
$=\sqrt{1600}=40$

15 $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2=3^2=9$

16 $\dfrac{x+3y+1}{x^2+5xy+6y^2+x+2y}$
$=\dfrac{x+3y+1}{(x+2y)(x+3y)+x+2y}$
$=\dfrac{x+3y+1}{(x+2y)(x+3y+1)}=\dfrac{1}{x+2y}$
$=\dfrac{1}{(5+4\sqrt{2})+2(2-2\sqrt{2})}=\dfrac{1}{9}$

17 $x^2-y^2-6x+9=(x^2-6x+9)-y^2$
$=(x-3)^2-y^2$
$=(x+y-3)(x-y-3)$
$=(3+\sqrt{3}-3)(4-3)=\sqrt{3}$

18 $a^2+2ab+b^2-2a-2b-3$
$=(a+b)^2-2(a+b)-3$
$a+b=A$로 놓으면
$(a+b)^2-2(a+b)-3$
$=A^2-2A-3$
$=(A+1)(A-3)$
$=(a+b+1)(a+b-3)$
$=(5+1)(5-3)=12$

19 $\dfrac{a+b+1}{a^2+3ab+2b^2+a+2b}=\dfrac{a+b+1}{(a+2b)(a+b)+(a+2b)}$
$=\dfrac{a+b+1}{(a+2b)(a+b+1)}$
$=\dfrac{1}{a+2b}$
$=\dfrac{1}{(4-2\sqrt{3})+2(\sqrt{3}-3)}$
$=-\dfrac{1}{2}$

20 (구하는 입체도형의 부피)
=(큰 원기둥의 부피)−(작은 원기둥의 부피)
$=\pi\times 6.5^2\times 18-\pi\times 3.5^2\times 18$
$=18\pi(6.5^2-3.5^2)$
$=18\pi(6.5+3.5)(6.5-3.5)$
$=18\pi\times 10\times 3=540\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

중단원 테스트 [1회]

77~80쪽

01 ④	**02** ④	**03** ③	**04** ④	**05** $3x+2$
06 ③	**07** ①	**08** ①	**09** ②	**10** ①
11 16	**12** ③	**13** $(x-4)(2x-3)$		
14 ②	**15** ①	**16** ①	**17** ①	**18** 9
19 135	**20** ④	**21** ④	**22** ③	**23** 21
24 ③	**25** $x-3$	**26** 1	**27** 17	
28 $(x+6)(x-2)$				
29 $(x+1)(x+2)(x+5)(x-2)$				**30** 99

01 $-3a^2b+9ab^2=-3ab(a-3b)$
따라서 인수가 아닌 것은 ④이다.

02 $ax^2+16x+16=ax^2+2\times 2x\times 4+4^2$이므로
$ax^2=(2x)^2=4x^2$
$\therefore a=4$

03 $-Ax=2\times 5x\times(-B)$이므로 $A=10B$
$4=(-B)^2$이므로 $B=\pm 2$
이때 $B>0$이므로 $B=2$, $A=20$
$\therefore A+B=20+2=22$

04 $\dfrac{1}{3}x^2+Ax+\dfrac{1}{27}=\dfrac{1}{3}\left(x^2+3Ax+\dfrac{1}{9}\right)$
따라서 $B=\dfrac{1}{3}$, $A=2BC$, $BC^2=\dfrac{1}{27}$이므로
$B=\dfrac{1}{3}$
$3Ax=2\times x\times C$이므로 $A=\dfrac{2}{3}C$
$\dfrac{1}{9}=C^2$이므로 $C=\pm\dfrac{1}{3}$
이때 $C>0$이므로 $C=\dfrac{1}{3}$, $A=\dfrac{2}{9}$
$\therefore A+B+C=\dfrac{2}{9}+\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}=\dfrac{8}{9}$

05 (직사각형의 넓이)
$=2x^2+3x+1=(x+1)(2x+1)$
따라서 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 $x+1$, $2x+1$이므로 구하는 합은
$(x+1)+(2x+1)=3x+2$

06 $a^4-81=(a^2)^2-9^2$
$=(a^2+9)(a^2-9)$
$=(a^2+9)(a+3)(a-3)$

07 $3a+2=X$, $a-3=Y$로 놓으면
$(3a+2)^2-(a-3)^2=X^2-Y^2=(X+Y)(X-Y)$
$=\{(3a+2)+a-3\}\{3a+2-(a-3)\}$
$=(4a-1)(2a+5)$

따라서 $A=-1$, $B=5$이므로

$A-B=-1-5=-6$

08 $x^2-4=(\underline{x+2})(x-2)$

$x^2-2x-8=(\underline{x+2})(x-4)$

따라서 공통인수는 $x+2$이다.

09 ② $16x^2-x=x(16x-1)$

따라서 인수분해한 것이 옳지 않은 것은 ②이다.

10 $(x+3)(3x-2)-4=3x^2+7x-10$

$=(3x+10)(\underline{x-1})$

$x^2-3x+2=(\underline{x-1})(x-2)$

두 다항식의 공통인수가 $x-1$이므로

$6x^2+x+a$도 $x-1$을 인수로 갖는다.

$6x^2+x+a=(x-1)(6x+m)$(m은 상수)라고 하면

$6x^2+x+a=6x^2+(-6+m)x-m$

따라서 $-6+m=1$, $-m=a$이므로

$m=7$, $a=-7$

11 $3x^2-ax+10=(x-1)(3x+p)$(p는 상수)라고 하면

$3x^2-ax+10=3x^2+(p-3)x-p$

따라서 $p-3=-a$, $-p=10$이므로

$p=-10$, $a=13$

$4x^2+bx-7=(x-1)(4x+q)$(q는 상수)라고 하면

$4x^2+bx-7=4x^2+(q-4)x-q$

따라서 $q-4=b$, $-q=-7$이므로

$q=7$, $b=3$

$\therefore a+b=13+3=16$

12 ① $4x^2-1=(2x+1)(2x-1)$

② $4x^2+2x=2x(2x+1)$

③ $2x^2+5x-3=(x+3)(2x-1)$

④ $2x^2+15x+7=(x+7)(2x+1)$

⑤ $4x^2+4x+1=(2x+1)^2$

따라서 $2x+1$을 인수로 갖지 않는 것은 ③이다.

13 x의 계수는 바르게 보고 상수항은 3만큼 작게 보았으므로

$(2x-9)(x-1)+3=2x^2-11x+12$

따라서 처음 주어진 이차식은 $2x^2-11x+12$이므로 바르게 인수분해하면

$2x^2-11x+12=(x-4)(2x-3)$

14 $x+y=A$로 놓으면

$(x+y-2)(x+y+5)-30$

$=(A-2)(A+5)-30$

$=A^2+3A-40$

$=(A+8)(A-5)$

$=(x+y+8)(x+y-5)$

15 $a(a-b)-b(b-a)=a(a-b)+b(a-b)$

$=(a-b)(a+b)$

따라서 두 일차식은 $a-b$, $a+b$이므로 두 일차식의 합은

$a-b+a+b=2a$

16 $x^2-6x=A$로 놓으면

$(x^2-6x)^2-2(x^2-6x)-35$

$=A^2-2A-35$

$=(A+5)(A-7)$

$=(x^2-6x+5)(x^2-6x-7)$

$=(x-1)(x-5)(x+1)(x-7)$

따라서 네 일차식의 합은

$x-1+x-5+x+1+x-7=4x-12$

17 $x^2(x-2y)-9x+18y=x^2(x-2y)-9(x-2y)$

$=(x-2y)(x^2-9)$

$=(x-2y)(x+3)(x-3)$

따라서 인수인 것은 ①이다.

18 $x^2+2xy+y^2+2x+2y+1$

$=(x+y)^2+2(x+y)+1$

$=2^2+2\times2+1=9$

19 $\dfrac{456^2-321^2}{777}=\dfrac{(456+321)(456-321)}{777}$

$=\dfrac{777\times135}{777}=135$

20 $8^2-7^2+6^2-5^2+4^2-3^2+2^2-1^2$

$=(8+7)(8-7)+(6+5)(6-5)+(4+3)(4-3)$

$+(2+1)(2-1)$

$=8+7+6+5+4+3+2+1=36$

21 ① $256\times231-256\times235=256\times(231-235)$

② $535\times3.5^2-535\times2.5^2$

$=535\times(3.5^2-2.5^2)$

$=535\times(3.5+2.5)\times(3.5-2.5)$

③ $\dfrac{1001^2-1}{1000\times1001+1000}=\dfrac{(1001+1)\times(1001-1)}{1000\times(1001+1)}$

⑤ $537^2-2\times537\times437+437^2=(537-437)^2$

22 $25x^2-81y^2-10x+18y$

$=(5x+9y)(5x-9y)-2(5x-9y)$

$=12\times5-2\times5=50$

23 $x=\sqrt{3}-1$에서 $x+1=\sqrt{3}$

$\therefore 7x^2+14x+7=7(x^2+2x+1)$

$=7(x+1)^2$

$=7\times(\sqrt{3})^2=21$

24 (액자의 넓이)$=4a^2+20ab+25b^2$

$=(2a+5b)^2$

따라서 한 변의 길이는 $2a+5b$이므로 이 액자의 둘레의 길이는

$4(2a+5b)=8a+20b$

25 (도형 A의 넓이)$=(x-5)^2-2^2$

$=(x-5+2)(x-5-2)$

$=(x-3)(x-7)$

도형 B는 도형 A와 넓이가 같고, 세로의 길이가 $x-7$이므로 가로의 길이는 $x-3$이다.

26 $(3x+8)(x-1)+x+k$

$=3x^2+5x-8+x+k$

$=3x^2+6x+k-8$ …… ❶

$=3\left(x^2+2x+\frac{k-8}{3}\right)$

이므로 $\frac{k-8}{3}=1$

$k-8=3 \qquad \therefore k=11$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ 주어진 식 전개하기	2점
❷ k의 값 구하기	3점

27 $x^2+Ax-18=(x-2)(x+a)$(a는 상수)라고 하면

$x^2+Ax-18=x^2+(a-2)x-2a$

따라서 $a-2=A$, $-2a=-18$이므로

$a=9$, $A=7$ …… ❶

$3x^2-11x+B=(x-2)(3x+b)$(b는 상수)라고 하면

$3x^2-11x+B=3x^2+(b-6)x-2b$

따라서 $b-6=-11$, $-2b=B$이므로

$b=-5$, $B=10$ …… ❷

$\therefore A+B=7+10=17$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ A의 값 구하기	2점
❷ B의 값 구하기	2점
❸ $A+B$의 값 구하기	1점

28 A는 상수항을 바르게 보았으므로

$(x+3)(x-4)=x^2-x-12$에서

처음 이차식의 상수항은 -12이다.

B는 x의 계수를 바르게 보았으므로

$(x-3)(x+7)=x^2+4x-21$에서

처음 이차식의 x의 계수는 4이다.

따라서 처음 주어진 이차식은 $x^2+4x-12$ …… ❶

이므로 바르게 인수분해하면

$x^2+4x-12=(x+6)(x-2)$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ 처음 이차식 구하기	3점
❷ 처음 이차식을 바르게 인수분해하기	2점

29 $x^2+3x=A$로 놓으면

$(x^2+3x)^2-8(x^2+3x)-20$

$=A^2-8A-20$

$=(A+2)(A-10)$ …… ❶

$=(x^2+3x+2)(x^2+3x-10)$

$=(x+1)(x+2)(x+5)(x-2)$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ 치환하여 인수분해하기	2점
❷ 주어진 식 인수분해하기	3점

30 $\sqrt{99}+1=A$로 놓으면

$(\sqrt{99}+1)^2-2(\sqrt{99}+1)+1$

$=A^2-2A+1$

$=(A-1)^2$ …… ❶

$=(\sqrt{99}+1-1)^2$

$=(\sqrt{99})^2=99$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ 치환하여 인수분해하기	3점
❷ 답 구하기	2점

중단원 테스트 [2회]

81~84쪽

01 ⑤	**02** ①, ④	**03** ③	**04** ③	**05** 3
06 ④	**07** 3	**08** ②	**09** ③	**10** ②
11 ⑤	**12** ②	**13** $x-3$	**14** -3	**15** ⑤
16 ⑤	**17** ④	**18** 3	**19** $8\sqrt{5}$	**20** ④
21 ①	**22** ④	**23** ④	**24** ④	**25** $x+7$
26 2	**27** $(a+1)(a-1)(x+y)(x-y)$			
28 $2x-4$		**29** 10	**30** $2a-3b$	

01 ⑤ $2x^2+3xy$의 인수는 x, $2x+3y$ 이외에도 1, $2x^2+3xy$가 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

02 $-2a^2x+6a^2y=-2a^2(x-3y)$

따라서 인수인 것은 ①, ④이다.

03 ① $9x^2-6x+1=(3x-1)^2$

② $x^2+14x+49=(x+7)^2$

④ $4a^2-20ab+25b^2=(2a-5b)^2$

⑤ $\frac{1}{9}x^2-2x+9=\left(\frac{1}{3}x-3\right)^2$

04 $x^2+ax+\frac{1}{4}=x^2+2\times x\times\frac{a}{2}+\left(\pm\frac{1}{2}\right)^2$이므로

$\frac{a}{2}=\pm\frac{1}{2}$ $\therefore a=\pm1$

$x^2-8x+b=x^2-2\times x\times4+b$에서

$4^2=b$ $\therefore b=16$

$\therefore ab=(\pm1)\times16=\pm16$

05 $x^2+(6a+2)xy+100y^2$

$=x^2+2\times x\times(3a+1)y+(\pm10y)^2$

이므로

$(3a+1)y=\pm10y$

이때 $a>0$이므로 $3a+1=10$

$3a=9$ $\therefore a=3$

06 $(x-1)(x+3)+k=x^2+2x+k-3$이므로

$\left(\frac{2}{2}\right)^2=k-3$ $\therefore k=4$

07 $1<x<4$에서 $x-1>0$, $x-4<0$이므로

$\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{x^2-8x+16}$

$=\sqrt{(x-1)^2}+\sqrt{(x-4)^2}$

$=(x-1)-(x-4)=3$

08 $a^3-a=a(a^2-1)=a(a+1)(a-1)$

따라서 인수가 아닌 것은 ②이다.

09 ① $a^2-1=(a+1)(a-1)$

② $-x^2+y^2=-(x^2-y^2)=-(x+y)(x-y)$

③ $10x^2-40=10(x^2-4)=10(x+2)(x-2)$

④ $36a^2-25b^2=(6a+5b)(6a-5b)$

⑤ $ax^2-16ay^2=a(x^2-16y^2)=a(x+4y)(x-4y)$

따라서 인수분해한 것이 옳은 것은 ③이다.

10 $x^2-8x+12=(x-2)(x-6)$

따라서 두 일차식은 $x-2$, $x-6$이므로 두 일차식의 합은

$x-2+x-6=2x-8$

11 ⑤ $9xy^2-6xy+x=x(3y-1)^2$

따라서 인수분해한 것이 옳지 않은 것은 ⑤이다.

12 $9x^2-36y^2=9(x^2-4y^2)=9(x+2y)(\underline{x-2y})$

$3x^2-12xy+12y^2=3(x^2-4xy+4y^2)=3(\underline{x-2y})^2$

따라서 공통인수는 $x-2y$이다.

13 $2x^2-18=2(x^2-9)=2(x+3)(\underline{x-3})$

$6x^2-17x-3=(6x+1)(\underline{x-3})$

따라서 공통인수는 $x-3$이다.

14 $x^2+ax+21=x^2-(b+3)x+3b$

따라서 $-(b+3)=a$, $3b=21$이므로

$a=-10$, $b=7$

$\therefore a+b=-10+7=-3$

15 A는 상수항을 바르게 보았으므로

$(x+14)(x-2)=x^2+12x-28$에서

처음 이차식의 상수항은 -28이다.

B는 x의 계수를 바르게 보았으므로

$(x+5)(x-8)=x^2-3x-40$에서

처음 이차식의 x의 계수는 -3이다.

따라서 처음 주어진 이차식은 $x^2-3x-28$이므로 바르게 인수분해하면

$x^2-3x-28=(x+4)(x-7)$

16 $x^2(x+1)-4(x+1)=(x+1)(x^2-4)$

$=(x+1)(x+2)(x-2)$

이때

$(x+1)(x+2)(x-2)=(x+1)(x^2-4)$

$=(x^2+3x+2)(x-2)$

$=(x^2-x-2)(x+2)$

따라서 주어진 식의 인수가 아닌 것은 ⑤이다.

17 $\frac{8764\times8766-8765^2+8763}{8762}$

$=\frac{(8765-1)(8765+1)-8765^2+(8765-2)}{8762}$

$=\frac{8765^2-1-8765^2+8765-2}{8762}$

$=\frac{8762}{8762}=1$

18 $x=5+\sqrt{3}$에서 $x-5=\sqrt{3}$

$x+1=A$로 놓으면

$(x+1)^2-12(x+1)+36=A^2-12A+36$

$=(A-6)^2$

$=\{(x+1)-6\}^2$

$=(x-5)^2$

$=(\sqrt{3})^2=3$

19 $x=\frac{1}{\sqrt{5}-2}=\frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\sqrt{5}+2$

$y=\frac{1}{\sqrt{5}+2}=\frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{5}-2$

$x+y=(\sqrt{5}+2)+(\sqrt{5}-2)=2\sqrt{5}$

$x-y=(\sqrt{5}+2)-(\sqrt{5}-2)=4$

$\therefore x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

$=2\sqrt{5}\times4=8\sqrt{5}$

20 $x=\sqrt{2}-2$에서 $x+2=\sqrt{2}$

$x-1=A$로 놓으면

$(x-1)^2+6(x-1)+9=A^2+6A+9$

$=(A+3)^2$

$=(x-1+3)^2$

$=(x+2)^2=(\sqrt{2})^2=2$

21 $x^2-y^2+2x+2y$
$=(x+y)(x-y)+2(x+y)$
$=(1-\sqrt{3})(1+\sqrt{3})+2(1-\sqrt{3})$
$=-2+2-2\sqrt{3}=-2\sqrt{3}$

22 $x^2-2xy+y^2=(x-y)^2$
$=(x+y)^2-4xy$
$=6^2-4\times3=24$

23 $3a+3b-a^2b-ab^2=3(a+b)-ab(a+b)$
$=(a+b)(3-ab)$
$=4\times(3-2)=4$

24 (사다리꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\{(a+3)+(a+5)\}\times$(높이)
$=3a^2+10a-8$
$(a+4)\times$(높이)$=(a+4)(3a-2)$
$\therefore$ (높이)$=3a-2$

25 (도형 A의 넓이)$=(x+5)^2-2^2$
$=\{(x+5)-2\}\{(x+5)+2\}$
$=(x+3)(x+7)$
도형 B는 도형 A와 넓이가 같고, 세로의 길이가 $x+3$이므로 가로의 길이는 $x+7$이다.

26 $-3<x<-1$에서 $x+3>0$, $x+1<0$이므로 …… ❶
$\sqrt{x^2+6x+9}+\sqrt{x^2+2x+1}$
$=\sqrt{(x+3)^2}+\sqrt{(x+1)^2}$ …… ❷
$=(x+3)-(x+1)$
$=2$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $x+3$, $x+1$의 값의 범위 구하기	2점
❷ 주어진 식 인수분해하기	2점
❸ 주어진 식 간단히 하기	1점

27 $(a^2-1)x^2+(1-a^2)y^2$
$=(a^2-1)x^2-(a^2-1)y^2$ …… ❶
$=(a^2-1)(x^2-y^2)$
$=(a+1)(a-1)(x+y)(x-y)$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ 공통부분이 나타나도록 정리하기	2점
❷ 주어진 식 인수분해하기	3점

28 $x^2-y^2-4x+4=(x^2-4x+4)-y^2$
$=(x-2)^2-y^2$
$=(x+y-2)(x-y-2)$ …… ❶
따라서 두 일차식은 $x+y-2$, $x-y-2$이므로 두 일차식의 합은
$(x+y-2)+(x-y-2)=2x-4$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ 주어진 식 인수분해하기	3점
❷ 두 일차식의 합 구하기	2점

29 $\sqrt{28^2\times\frac{1}{3}-22^2\times\frac{1}{3}}$
$=\sqrt{(28^2-22^2)\times\frac{1}{3}}$
$=\sqrt{(28+22)\times(28-22)\times\frac{1}{3}}$ …… ❶
$=\sqrt{50\times6\times\frac{1}{3}}$
$=\sqrt{100}=10$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ 28^2-22^2을 인수분해하기	3점
❷ 주어진 식 계산하기	2점

30 (텃밭의 넓이)$=6a^2-7ab-3b^2$
$=(3a+b)(2a-3b)$ …… ❶
이 텃밭의 가로의 길이가 $3a+b$이므로 세로의 길이는 $2a-3b$이다. …… ❷

채점 기준	배점
❶ 텃밭의 넓이 인수분해하기	4점
❷ 텃밭의 세로의 길이 구하기	1점

대단원 테스트 [1회]
85~90쪽

01 ② **02** ③ **03** 7 **04** 10 **05** ④
06 ㄷ, ㅁ **07** -8 **08** ③ **09** ④ **10** 4
11 $15-2\sqrt{6}$ **12** ③ **13** ⑤ **14** 12
15 56 **16** ③ **17** $8x-11$ **18** 7
19 -72 **20** 16 **21** -3 **22** ⑤ **23** ⑤
24 ① **25** ② **26** ②
27 $(3x+2)(3x-10)$ **28** ② **29** ⑤
30 ③ **31** 64 **32** ④ **33** ⑤
34 $12x-4$ **35** ⑤ **36** ⑤ **37** 8
38 4 **39** $6-4\sqrt{3}$ **40** $2a$ **41** ③
42 $15\sqrt{13}$ **43** 47 **44** 2 **45** ⑤

01 $(x-y)(2x+y-5)$
$=2x^2+xy-5x-2xy-y^2+5y$
$=2x^2-y^2-xy-5x+5y$

02 $\left(2x-\frac{1}{2}\right)^2=\left\{\frac{1}{2}(4x-1)\right\}^2=\frac{1}{4}(4x-1)^2$

03 $(-x+3)^2-(x+2)(x-2)$
$=(x^2-6x+9)-(x^2-4)$
$=-6x+13$
따라서 x의 계수는 -6, 상수항은 13이므로 구하는 합은
$-6+13=7$

04 $(x+1)(x+A)=x^2+(A+1)x+A$이므로
$A+1=-4$, $A=-B$
따라서 $A=-5$, $B=5$이므로
$B-A=5-(-5)=10$

05 $x-z=A$로 놓으면
$(x+y-z)(x-y-z)$
$=(A+y)(A-y)$
$=A^2-y^2$
$=(x-z)^2-y^2$
$=x^2-y^2+z^2-2xz$

06 ㄱ. $(x+5)^2=x^2+10x+25$
ㄴ. $(2a-b)^2=4a^2-4ab+b^2$
ㄹ. $(x+3y)(x-2y)=x^2+xy-6y^2$
ㅂ. $(-x+2y)(4x-3y)=-4x^2+11xy-6y^2$

07 $x+1=A$로 놓으면
$(x-3y+1)(x+3y+1)$
$=(A-3y)(A+3y)$
$=A^2-9y^2$
$=(x+1)^2-9y^2$
$=x^2-9y^2+2x+1$
따라서 $a=-9$, $b=2$, $c=1$이므로
$a+b-c=-9+2-1=-8$

08 $x^2+3x-10=0$에서 $x^2+3x=10$
$\therefore (x+5)(x+6)(x-2)(x-3)$
$=(x+5)(x-2)(x+6)(x-3)$
$=(x^2+3x-10)(x^2+3x+18)$
$=(10-10)\times(10-18)$
$=0\times(-8)=0$

09 ① $57^2=(60-3)^2$
⇨ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
② $102^2=(100+2)^2$
⇨ $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
③ $98\times102=(100-2)(100+2)$
⇨ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
⑤ $193\times197=(200-7)(200-3)$
⇨ $(x-a)(x-b)=x^2-(a+b)x+ab$

10 $(2\sqrt{2}-\sqrt{7})(2\sqrt{2}+\sqrt{7})(4+2\sqrt{3})(4-2\sqrt{3})$
$=\{(2\sqrt{2})^2-(\sqrt{7})^2\}\{4^2-(2\sqrt{3})^2\}$
$=(8-7)\times(16-12)=4$

11 $\frac{1}{x}=\frac{1}{5+2\sqrt{6}}=\frac{5-2\sqrt{6}}{(5+2\sqrt{6})(5-2\sqrt{6})}=5-2\sqrt{6}$
$\therefore x+\frac{2}{x}=5+2\sqrt{6}+2(5-2\sqrt{6})$
$=5+2\sqrt{6}+10-4\sqrt{6}$
$=15-2\sqrt{6}$

12 $x=\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=7-4\sqrt{3}$에서 $x-7=-4\sqrt{3}$
$(x-7)^2=(-4\sqrt{3})^2$, $x^2-14x+49=48$
$\therefore x^2-14x=-1$
$\therefore x^2-14x+5=-1+5=4$

13 $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$
$=(-3)^2+2\times11=31$

14 $x^2-4x+1=0$의 양변을 x로 나누면
$x-4+\frac{1}{x}=0$ $\therefore x+\frac{1}{x}=4$
$\therefore \left(x-\frac{1}{x}\right)^2=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4$
$=4^2-4=12$

15 $-32x=2\times2x\times b$이므로 $b=-8$
$a=b^2=(-8)^2=64$
$\therefore a+b=64+(-8)=56$

16 $4x^2+20xy+ay^2=(2x)^2+2\times2x\times5y+ay^2$에서
$ay^2=(5y)^2$이므로 $a=5^2=25$
$x^2+bx+\frac{25}{4}=x^2+2\times x\times\frac{5}{2}+\left(\pm\frac{5}{2}\right)^2$에서
$bx=2\times x\times\left(\pm\frac{5}{2}\right)$이므로 $b=\pm5$
이때 $b>0$이므로 $b=5$
$\therefore a+b=25+5=30$

17 (평행사변형의 넓이)$=64x^2-121$
$=(8x+11)(8x-11)$
밑변의 길이가 $8x+11$이므로 평행사변형의 높이는
$8x-11$이다.

18 $-6<a<1$에서 $a-1<0$, $a+6>0$
$\therefore \sqrt{a^2-2a+1}+\sqrt{a^2+12a+36}$
$=\sqrt{(a-1)^2}+\sqrt{(a+6)^2}$
$=-(a-1)+a+6=7$

19 $(3x+2)^2(3x-2)^2=\{(3x+2)(3x-2)\}^2$
$=(9x^2-4)^2$
$=81x^4-72x^2+16$
따라서 x^2의 계수는 -72이다.

20 $5x^2+mx+3=(5x+a)(x+b)$
$=5x^2+(a+5b)x+ab$
따라서 $a+5b=m$, $ab=3$이므로 곱이 3인 두 정수는
$(1, 3)$, $(-1, -3)$, $(3, 1)$, $(-3, -1)$
이때 m의 값이 될 수 있는 가장 큰 수는
$1+5\times3=16$

21 $(2x-1)^2-9x^2=\{(2x-1)-3x\}\{(2x-1)+3x\}$
$=(-x-1)(5x-1)$
$=(x+1)(-5x+1)$
따라서 $a=1$, $b=-5$이므로
$2a+b=2\times1+(-5)=-3$

22 ① $(3+y)(3-y)=9-y^2$ $\quad\therefore \square=9$
② $(x+2y)^2=x^2+4xy+4y^2$ $\quad\therefore \square=4$
③ $(4x-y)^2=16x^2-8xy+y^2$ $\quad\therefore \square=8$
④ $x^2+2xy-8y=(x-2y)(x+4y)$ $\quad\therefore \square=-2$
⑤ $-6x^2+13x-6=(-3x+2)(2x-3)$
$\therefore \square=-3$
따라서 □ 안에 알맞은 수가 가장 작은 것은 ⑤이다.

23 ⑤ $3x^2-14x+8=(x-4)(3x-2)$
따라서 인수분해한 것이 옳지 않은 것은 ⑤이다.

24 $4x^2-4x-15=(2x+3)(2x-5)$
따라서 $a=2$, $b=-5$, $c=2$, $d=3$이므로
$abcd=2\times(-5)\times2\times3=-60$

25 $x^2+Ax-14=(x-2)(x+p)$ (p는 상수)라고 하면
$x^2+Ax-14=x^2+(p-2)x-2p$
따라서 $p-2=A$, $-2p=-14$이므로
$p=7$, $A=5$
$2x^2-3x+B=(x-2)(2x+q)$ (q는 상수)라고 하면
$2x^2-3x+B=2x^2+(q-4)x-2q$
따라서 $q-4=-3$, $-2q=B$이므로
$q=1$, $B=-2$
$\therefore A+B=5+(-2)=3$

26 $Ax=x\times(-2)+B\times x$이므로 $A=B-2$
$18=-2B$이므로 $B=-9$
따라서 $A=-11$, $B=-9$이므로
$A+B=-11+(-9)=-20$

27 A는 상수항을 바르게 보았으므로
$(3x+4)(3x-5)=9x^2-3x-20$에서 처음 이차식의 상수항은 -20이다.
B는 x의 계수를 바르게 보았으므로
$(3x-4)^2=9x^2-24x+16$에서 처음 이차식의 x의 계수는 -24이다.
따라서 처음 주어진 이차식은 $9x^2-24x-20$이므로 바르게 인수분해하면
$9x^2-24x-20=(3x+2)(3x-10)$

28 $(x+2)(x-12)=x^2-10x-24$이므로
A의 상수항은 -24
$(x+6)(x-8)=x^2-2x-48$이므로
A의 x의 계수는 -2
따라서 $A=x^2-2x-24$이므로
$x^2-2x-24=(x+4)(x-6)$

29 $a^2-a+b-b^2=a^2-b^2-a+b$
$=(a+b)(a-b)-(a-b)$
$=(\underline{a+b-1})(a-b)$
$a^2-b^2+2b-1=a^2-(b^2-2b+1)$
$=a^2-(b-1)^2$
$=(\underline{a+b-1})(a-b+1)$
따라서 공통인수는 $a+b-1$이다.

30 $x^3+x^2-x-1=x^2(x+1)-(x+1)$
$=(x^2-1)(x+1)$
$=(x+1)^2(x-1)$
이때
$(x+1)^2(x-1)=(x^2+2x+1)(x-1)$
따라서 인수가 아닌 것은 ③이다.

31 $x+y=(4+\sqrt{2})+(4-\sqrt{2})=8$
$x-y=(4+\sqrt{2})-(4-\sqrt{2})=2\sqrt{2}$
$\therefore x^3-x^2y-xy^2+y^3=x^2(x-y)-y^2(x-y)$
$=(x^2-y^2)(x-y)$
$=(x-y)^2(x+y)$
$=(2\sqrt{2})^2\times8=64$

32 $a+b=(\sqrt{2}+1)+(\sqrt{2}-1)=2\sqrt{2}$
$a-b=(\sqrt{2}+1)-(\sqrt{2}-1)=2$
$\therefore a^2-b^2=(a+b)(a-b)=2\sqrt{2}\times2=4\sqrt{2}$

33 $-x^2y+xy^2=-xy(x-y)=-4\times3=-12$

34 (종이의 넓이)$=8x^2-2x-3$
$=(4x-3)(2x+1)$
가로의 길이가 $4x-3$이므로 세로의 길이는 $2x+1$이다.
따라서 둘레의 길이는
$2\{(4x-3)+(2x+1)\}=12x-4$

35 (직사각형의 넓이)$=x^2+3x+2$
$=(x+1)(x+2)$

따라서 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 $x+1$, $x+2$이므로 둘레의 길이는
$2\{(x+1)+(x+2)\}=4x+6$

36 $0<a<1$에서 $\frac{1}{a}>1$, $0<2a<2$, $\frac{3}{a}>3$이므로
$2a+\frac{3}{a}>0$, $2a-\frac{3}{a}<0$

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{\left(2a-\frac{3}{a}\right)^2+24}+\sqrt{\left(2a+\frac{3}{a}\right)^2-24}&=\sqrt{\left(2a+\frac{3}{a}\right)^2}+\sqrt{\left(2a-\frac{3}{a}\right)^2}\\&=2a+\frac{3}{a}+\left\{-\left(2a-\frac{3}{a}\right)\right\}=\frac{6}{a}\end{aligned}$$

37 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)=13$
이때 a, b는 자연수이므로 $a-b=1$, $a+b=13$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $a=7$, $b=6$
$\therefore 2a-b=2\times7-6=8$

38 둘레의 길이의 합이 80이므로 $4a+4b=80$
$a+b=20$
넓이의 차가 80이므로 $a^2-b^2=80$
$(a+b)(a-b)=80$, $20(a-b)=80$
$\therefore a-b=4$
따라서 두 정사각형의 한 변의 길이의 차는 4이다.

39 $1<\sqrt{3}<2$이므로 $x=\sqrt{3}-1$
$x+2=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(x+2)^2-6(x+2)+8&=A^2-6A+8\\&=(A-2)(A-4)\\&=x(x-2)\\&=(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}-3)\\&=6-4\sqrt{3}\end{aligned}$$

40 $-1<a<0$에서 $\frac{1}{a}<-1$이므로
$a+\frac{1}{a}<0$, $a-\frac{1}{a}>0$

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-4}-\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+4}&=\sqrt{\left(a-\frac{1}{a}\right)^2}-\sqrt{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2}\\&=a-\frac{1}{a}-\left\{-\left(a+\frac{1}{a}\right)\right\}=2a\end{aligned}$$

41 $x^2-x+1=0$에서 $x^2=x-1$
양변을 제곱하면 $(x^2)^2=(x-1)^2$
$x^4=x^2-2x+1$

$$\begin{aligned}\therefore x^4+x&=(x^2-2x+1)+x\\&=x^2-x+1=0\end{aligned}$$

42 $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=5^2-4\times3=13$이고
$a>b$에서 $a-b>0$이므로 $a-b=\sqrt{13}$

$$\begin{aligned}\therefore a^3b-ab^3&=ab(a^2-b^2)\\&=ab(a+b)(a-b)\\&=3\times5\times\sqrt{13}=15\sqrt{13}\end{aligned}$$

43 $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a-\frac{1}{a}\right)^2+2=1^2+2=3$
$a^4+\frac{1}{a^4}=\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)^2-2=3^2-2=7$
이므로
$a^8+\frac{1}{a^8}=\left(a^4+\frac{1}{a^4}\right)^2-2=7^2-2=47$

44
$$\begin{aligned}2xy-2x-y+1&=2x(y-1)-(y-1)\\&=(2x-1)(y-1)=5\end{aligned}$$
x, y가 자연수이므로
(i) $2x-1=1$, $y-1=5$인 경우
$x=1$, $y=6$이므로 $(1, 6)$
(ii) $2x-1=5$, $y-1=1$인 경우
$x=3$, $y=2$이므로 $(3, 2)$
(i), (ii)에서 주어진 식을 만족시키는 순서쌍 (x, y)는 2개이다.

45 밑변의 길이의 합이 10이므로
$x+y=10$
두 이등변삼각형의 넓이가 각각 $\frac{1}{2}x^2$, $\frac{1}{2}y^2$이고 넓이의 차가 20이므로
$\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}y^2=20$
$\frac{1}{2}(x+y)(x-y)=20$, $\frac{1}{2}\times10\times(x-y)=20$
$\therefore x-y=4$

대단원 테스트 [2회] 91~96쪽

01 ①	**02** ③	**03** 3	**04** $25a^2-9b^2$	
05 ①	**06** 21	**07** ⑤	**08** ②	**09** 15
10 ③	**11** ②	**12** -1	**13** ①	**14** 5008
15 ⑤	**16** 2	**17** ②	**18** 21	**19** ①
20 ⑤	**21** $2x-1$		**22** ②	**23** ④
24 ①	**25** $x-2y$		**26** ⑤	**27** ②
28 $4(x+1)(x+3)$			**29** ③, ⑤	**30** ④
31 99	**32** ⑤	**33** ③	**34** 3	**35** ①
36 11	**37** 2	**38** $-a^2+3ab-2b^2$		
39 ⑤	**40** ③	**41** ③	**42** 85	**43** -10
44 ①	**45** 26			

01 $(2x+1)(y-A)=2xy-2Ax+y-A$에서 x의 계수가 y의 계수의 4배이므로

$-2A=4\quad \therefore A=-2$

따라서 상수항은 $-A=-(-2)=2$이다.

02 ① $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$

② $(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$

④ $(-x-y)^2=(x+y)^2$

⑤ $-(x+y)^2=-(-x-y)^2$

03 $(ax+2)^2=a^2x^2+4ax+4$이므로

$a^2=\frac{1}{9}$, $4a=-b$, $4=c$

이때 $b>0$이므로 $a=-\frac{1}{3}$, $b=\frac{4}{3}$, $c=4$

$\therefore 3a+6b-c=3\times\left(-\frac{1}{3}\right)+6\times\frac{4}{3}-4=3$

04 $(5a-3b)(5a+3b)=(5a)^2-(3b)^2$

$=25a^2-9b^2$

05 $(x-2)(x+2)(x^2+4)(x^4+16)$

$=(x^2-4)(x^2+4)(x^4+16)$

$=(x^4-16)(x^4+16)$

$=x^8-256$

따라서 $a=8$, $b=-256$이므로

$\frac{b}{a}=\frac{-256}{8}=-32$

06 $(x+1)(x-8)$을 전개한 식에서 x항은

$x\times(-8)+x=-7x$

따라서 x의 계수는 -7이므로 $a=-7$

$(x-4)(x-7)$을 전개한 식에서 상수항은

$(-4)\times(-7)=28$

따라서 상수항은 28이므로 $b=28$

$\therefore a+b=-7+28=21$

07 $(x+a)(x+4)-2(x-1)^2$

$=\{x^2+(4+a)x+4a\}-(2x^2-4x+2)$

$=-x^2+(a+8)x+4a-2$

상수항이 10이므로

$4a-2=10\quad \therefore a=3$

따라서 x의 계수는

$a+8=3+8=11$

08 $(Ax-2)(2x+B)=2Ax^2+(AB-4)x-2B$

이므로

$2A=6$, $AB-4=11$, $-2B=C$

따라서 $A=3$, $B=5$, $C=-10$이므로

$A+B+C=3+5+(-10)=-2$

09 $(4x-y)(x+3y)-(2x+3y)(2x-5y)$

$=(4x^2+11xy-3y^2)-(4x^2-4xy-15y^2)$

$=15xy+12y^2$

따라서 xy의 계수는 15이다.

10 ③ $\left(a-\frac{2}{5}\right)\left(-a-\frac{2}{5}\right)=-\left(a-\frac{2}{5}\right)\left(a+\frac{2}{5}\right)$

$=-a^2+\frac{4}{25}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

11 $2x-3=A$로 놓으면

$(2x+6y-3)(2x-6y-3)$

$=(A+6y)(A-6y)$

$=A^2-36y^2$

$=(2x-3)^2-36y^2$

$=4x^2-36y^2-12x+9$

12 $x-2=A$로 놓으면

$(x-2+\sqrt{5})(x-2-\sqrt{5})$

$=(A+\sqrt{5})(A-\sqrt{5})$

$=A^2-5$

$=(x-2)^2-5$

$=x^2-4x-1$

따라서 상수항은 -1이다.

13 $x^2-3x-2=0$에서 $x^2-3x=2$

$\therefore (x-4)(x-2)(x-1)(x+1)$

$=(x-4)(x+1)(x-2)(x-1)$

$=(x^2-3x-4)(x^2-3x+2)$

$=(2-4)\times(2+2)=-8$

14 48^2+52^2

$=(50-2)^2+(50+2)^2$

$=(50^2-2\times50\times2+2^2)+(50^2+2\times50\times2+2^2)$

$=5008$

15 $x-\frac{4}{x}=\frac{2}{2\sqrt{2}-\sqrt{7}}-\frac{4(2\sqrt{2}-\sqrt{7})}{2}$

$=2(2\sqrt{2}+\sqrt{7})-2(2\sqrt{2}-\sqrt{7})$

$=4\sqrt{2}+2\sqrt{7}-4\sqrt{2}+2\sqrt{7}=4\sqrt{7}$

16 $\frac{2}{1+\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}+\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}+\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{9}}$

$=\frac{2(1-\sqrt{3})}{(1+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})}+\frac{2(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{3}-\sqrt{5})}$

$+\frac{2(\sqrt{5}-\sqrt{7})}{(\sqrt{5}+\sqrt{7})(\sqrt{5}-\sqrt{7})}+\frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{9})}{(\sqrt{7}+\sqrt{9})(\sqrt{7}-\sqrt{9})}$

$=-(1-\sqrt{3})-(\sqrt{3}-\sqrt{5})-(\sqrt{5}-\sqrt{7})-(\sqrt{7}-\sqrt{9})$

$=-1+\sqrt{9}=2$

17 $(2\sqrt{6}+3)(a\sqrt{6}-1)=12a-3+(3a-2)\sqrt{6}$
유리수가 되려면 $3a-2=0$이어야 하므로 $3a=2$
$\therefore a=\frac{2}{3}$

18 $x=\frac{1}{\sqrt{5}+2}=\frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{5}-2$
$y=\frac{1}{\sqrt{5}-2}=\frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\sqrt{5}+2$
$x+y=(\sqrt{5}-2)+(\sqrt{5}+2)=2\sqrt{5}$
$xy=(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)=1$
$\therefore x^2+3xy+y^2=(x+y)^2+xy$
$=(2\sqrt{5})^2+1=21$

19 $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$이므로
$10=(-4)^2+2xy,\ 2xy=-6$
$\therefore xy=-3$
$\therefore \frac{2}{x}-\frac{2}{y}=\frac{2y-2x}{xy}=\frac{-2(x-y)}{xy}$
$=\frac{-2\times(-4)}{-3}=-\frac{8}{3}$

20 $x^2+3x+1=0$의 양변을 x로 나누면
$x+3+\frac{1}{x}=0 \qquad \therefore x+\frac{1}{x}=-3$
$\therefore x^2+x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+\left(x+\frac{1}{x}\right)$
$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2+\left(x+\frac{1}{x}\right)$
$=(-3)^2-2+(-3)=4$

21 $(x+4)(x-2)-3(x+4)$
$=(x+4)(x-2-3)$
$=(x+4)(x-5)$
따라서 두 일차식은 $x+4,\ x-5$이므로 두 일차식의 합은
$(x+4)+(x-5)=2x-1$

22 $9x^2+(a-3)xy+16y^2=(3x)^2+(a-3)xy+(4y)^2$
에서
$a-3=\pm2\times3\times4=\pm24$
$a-3=24$ 또는 $a-3=-24$
$\therefore a=27$ 또는 $a=-21$
이때 $a>0$이므로 $a=27$

23 $-2<x<-1$에서 $x+2>0,\ 5x-2<0$
$\therefore \sqrt{x^2+4x+4}+\sqrt{25x^2-20x+4}$
$=\sqrt{(x+2)^2}+\sqrt{(5x-2)^2}$
$=(x+2)-(5x-2)$
$=-4x+4$

24 $a^4-1=(a^2+1)(a^2-1)$
$=(a^2+1)(a+1)(a-1)$
따라서 인수가 아닌 것은 ①이다.

25 $x^2+xy-6y^2=(x+3y)(\underline{x-2y})$
$x^2-6xy+8y^2=(\underline{x-2y})(x-4y)$
따라서 공통인수는 $x-2y$이다.

26 $(3a-1)x=3x\times b+2\times x$이므로 $3a-1=3b+2$
$-12=2\times b$이므로 $b=-6$
따라서 $a=-5,\ b=-6$이므로
$a-b=-5-(-6)=1$

27 ① $x^2-4x+4=(x-2)^2 \qquad \therefore \square=2$
② $9x^2+6x+1=(3x+1)^2 \qquad \therefore \square=9$
③ $36x^2-1=(6x+1)(6x-1) \qquad \therefore \square=6$
④ $2x^2+x-6=(2x-3)(x+2) \qquad \therefore \square=-6$
⑤ $6x^2-5x+1=(3x-1)(2x-1) \qquad \therefore \square=2$
따라서 □ 안에 알맞은 수가 가장 큰 것은 ②이다.

28 $x+1=A$로 놓으면
$4(x+1)^2+8x+8$
$=4(x+1)^2+8(x+1)$
$=4A^2+8A$
$=4A(A+2)$
$=4(x+1)\{(x+1)+2\}$
$=4(x+1)(x+3)$

29 $(x+1)(x+2)(x-1)(x-2)-40$
$=(x+1)(x-1)(x+2)(x-2)-40$
$=(x^2-1)(x^2-4)-40$
$x^2=A$로 놓으면
$(x^2-1)(x^2-4)-40$
$=(A-1)(A-4)-40$
$=A^2-5A-36$
$=(A-9)(A+4)$
$=(x^2-9)(x^2+4)$
$=(x+3)(x-3)(x^2+4)$
따라서 인수가 아닌 것은 ③, ⑤이다.

30 $x^2+9y^2-z^2+6xy+2z-1$
$=(x^2+6xy+9y^2)-(z^2-2z+1)$
$=(x+3y)^2-(z-1)^2$
$=(x+3y+z-1)(x+3y-z+1)$
따라서 $a=3,\ b=3,\ c=-1,\ d=1$이므로
$a+b+c+d=3+3+(-1)+1=6$

31 $\frac{96^2-1}{98^2-1}\times\frac{99^2}{95}=\frac{(96+1)(96-1)}{(98+1)(98-1)}\times\frac{99^2}{95}$
$=\frac{97\times95}{99\times97}\times\frac{99^2}{95}=99$

32 $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$이므로
$24=3(a+b) \qquad \therefore a+b=8$

33 $x^2y+xy^2+2(x+y)=xy(x+y)+2(x+y)$

$=(xy+2)(x+y)$

$=8(x+y)=48$

$\therefore x+y=6$

$\therefore x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=36-12=24$

34 $x^2-xy-2x+2y=(x^2-2x)-(xy-2y)$

$=x(x-2)-y(x-2)$

$=(x-y)(x-2)$

$x^2+xy-4x-2y+4=(x^2-4x+4)+(xy-2y)$

$=(x-2)^2+y(x-2)$

$=(x-2)(x+y-2)$

$\therefore \dfrac{x^2-xy-2x+2y}{x^2+xy-4x-2y+4}=\dfrac{(x-y)(x-2)}{(x-2)(x+y-2)}$

$=\dfrac{x-y}{x+y-2}$

$=\dfrac{3\sqrt{5}}{(\sqrt{5}+2)-2}$

$=\dfrac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=3$

35 (사다리꼴의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times\{(2x+1)+(4x+1)\}\times$(높이)

$=9x^2-3x-2$

$(3x+1)\times$(높이)$=(3x+1)(3x-2)$

$\therefore$ (높이)$=3x-2$

36 서영이는 $(x+A)(x+5)$를 전개하였으므로

$(x+A)(x+5)=x^2+(A+5)x+5A$

따라서 $A+5=B$, $5A=10$이므로

$A=2$, $B=7$

주호는 $(2x-1)(Cx+1)$을 전개하였으므로

$(2x-1)(Cx+1)=2Cx^2+(2-C)x-1$

따라서 $2-C=0$이므로 $C=2$

$\therefore A+B+C=2+7+2=11$

37 $(x+y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$

$=\dfrac{1}{4}(x-y)(x+y)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$

$=\dfrac{1}{4}(x^2-y^2)(x^2+y^2)(x^4+y^4)$

$=\dfrac{1}{4}(x^4-y^4)(x^4+y^4)$

$=\dfrac{1}{4}(x^8-y^8)$

따라서 $a=\dfrac{1}{4}$, $b=8$이므로

$ab=\dfrac{1}{4}\times 8=2$

38 $\overline{BF}=\overline{AB}=b$이므로 $\overline{FC}=\overline{BC}-\overline{BF}=a-b$

$\overline{DG}=\overline{HG}=\overline{FC}=a-b$이므로

$\overline{GC}=b-(a-b)=2b-a$

$\therefore \square HFCG=(a-b)(2b-a)$

$=-a^2+3ab-2b^2$

39 $\sqrt{15}+\sqrt{5}=A$, $\sqrt{3}-1=B$로 놓으면

$(\sqrt{15}+\sqrt{5}+\sqrt{3}-1)^2-(\sqrt{15}+\sqrt{5}-\sqrt{3}+1)^2$

$=(A+B)^2-(A-B)^2$

$=(A+B+A-B)(A+B-A+B)$

$=2A\times 2B=4AB=4(\sqrt{15}+\sqrt{5})(\sqrt{3}-1)$

$=4\sqrt{5}(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)$

$=4\sqrt{5}\times 2=8\sqrt{5}$

40 $4\times 10\times 82=(3+1)(3^2+1)(3^4+1)$

$=\dfrac{1}{2}(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)$

$=\dfrac{1}{2}(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)$

$=\dfrac{1}{2}(3^4-1)(3^4+1)$

$=\dfrac{1}{2}(3^8-1)$

따라서 $a=8$, $b=1$이므로

$a+b=8+1=9$

41 $ax^2+8x+1=(Ax+1)(Bx+1)$(A, B는 자연수)이라고 하면 $A+B=8$을 만족시키는 자연수 A, B의 순서쌍 (A, B)는 $(1, 7)$, $(2, 6)$, $(3, 5)$, $(4, 4)$, $(5, 3)$, $(6, 2)$, $(7, 1)$

이때 $a=AB$이므로 a의 값 중에서

가장 큰 수는 $4\times 4=16$이므로 $M=16$

가장 작은 수는 $1\times 7=7$이므로 $m=7$

$\therefore M-m=16-7=9$

42 $(x-3)(y+3)=xy+3(x-y)-9$이므로

$24=12+3(x-y)-9$

$3(x-y)=21 \qquad \therefore x-y=7$

$\therefore x^2+xy+y^2=(x-y)^2+3xy$

$=7^2+3\times 12=85$

43 x에 대하여 내림차순으로 정리하면

$x^2-4xy+3y^2-6x+2y-16$

$=x^2-(4y+6)x+3y^2+2y-16$

$=x^2-(4y+6)x+(y-2)(3y+8)$

$$\begin{array}{llll} 1 & \searrow\!\!\!\!\nearrow & -(y-2) \longrightarrow & -(y-2) \\ 1 & & -(3y+8) \longrightarrow & \underline{-(3y+8)}\,(+ \\ & & & -4y-6 \end{array}$$

$=\{x-(y-2)\}\{x-(3y+8)\}$

$=(x-y+2)(x-3y-8)$

따라서 $a=-1$, $b=2$, $c=-3$, $d=-8$ 또는
$a=-3$, $b=-8$, $c=-1$, $d=2$이므로
$a+b+c+d=-10$

44 $5^4-81=5^4-3^4$
$=(5^2+3^2)(5^2-3^2)$
$=(5^2+3^2)(5+3)(5-3)$
$=34\times8\times2$
$=2^5\times17$
따라서 5^4-81의 약수의 개수는
$(5+1)\times(1+1)=12$

45 $13^4-1=(13^2+1)(13^2-1)$
$=(13^2+1)(13+1)(13-1)$
따라서 13^4-1은 $13+1$과 $13-1$, 즉 14와 12로 나누어떨어지므로 구하는 합은
$14+12=26$

Ⅲ. 이차방정식

1. 이차방정식

01. 이차방정식의 풀이

소단원 테스트 [1회] 99~100쪽

01 ③, ⑤	**02** $a\neq6$	**03** -15	**04** ④	**05** ①
06 ⑤	**07** ⑤	**08** ⑤	**09** ③	**10** ②
11 ②	**12** ④	**13** ③	**14** ④	**15** ④
16 ①	**17** ⑤	**18** ③	**19** 5	**20** ④

01 ① $x^2=2x+3$에서 $x^2-2x-3=0$
② $x(x-1)=0$에서 $x^2-x=0$
③ $x^2+x=2x^3$에서 $2x^3-x^2-x=0$
④ $2x^2=6$에서 $2x^2-6=0$
⑤ $x(2x+1)-3=2x(x-2)$에서
$2x^2+x-3=2x^2-4x$
$\therefore 5x-3=0$
따라서 x에 대한 이차방정식이 아닌 것은 ③, ⑤이다.

02 $(2x-1)(3x+1)=x(ax-5)$에서
$(6-a)x^2+4x-1=0$
이 방정식이 x에 대한 이차방정식이 되려면 $6-a\neq0$이어야 하므로 $a\neq6$

03 $(x+3)(x-5)=0$에서 $x=-3$ 또는 $x=5$
따라서 $\alpha=-3$, $\beta=5$ 또는 $\alpha=5$, $\beta=-3$
$\therefore \alpha\beta=-15$

04 ① $-1^2=4\times1-5$
② $(-3)^2+4\times(-3)+3=0$
③ $(-6+6)\times(-6-7)=0$
④ $(4-4)\times(3\times4-1)\neq4$
⑤ $-4\times(-4+2)-2\times(-4)\times(-4+3)=0$
따라서 [ ] 안의 수가 이차방정식의 해가 아닌 것은 ④이다.

05 $x=3$을 $4x^2-8x+a=0$에 대입하면
$4\times3^2-8\times3+a=0$ $\quad\therefore a=-12$

06 $x=a$를 $x^2-3x+1=0$에 대입하면
$a^2-3a+1=0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
① ㉠에서 $a^2-3a=-1$
② $3-3a+a^2=3+(-3a+a^2)=3+(-1)=2$
③ $3a-a^2+1=-(-3a+a^2)+1=-(-1)+1=2$

④ $a\neq0$이므로 ㉠의 양변을 a로 나누면

$a-3+\frac{1}{a}=0$　　$\therefore a+\frac{1}{a}=3$

⑤ $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2=3^2-2=7$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

07 $3x^2+2x-1=5(2x-1)$에서 $3x^2+2x-1=10x-5$

$3x^2-8x+4=0$, $(3x-2)(x-2)=0$

$\therefore x=\frac{2}{3}$ 또는 $x=2$

08 $x^2+2x-8=0$에서 $(x+4)(x-2)=0$

$\therefore x=-4$ 또는 $x=2$

이때 $a>b$이므로 $a=2$, $b=-4$

$\therefore a-b=2-(-4)=6$

09 $x=-3$을 $x^2+ax-3=0$에 대입하면

$(-3)^2+a\times(-3)-3=0$, $-3a=-6$

$\therefore a=2$

즉 주어진 이차방정식은 $x^2+2x-3=0$이므로

$(x+3)(x-1)=0$　　$\therefore x=-3$ 또는 $x=1$

따라서 $b=1$이므로

$a-b=2-1=1$

10 $x=-2$를 $(a-1)x^2+3ax-(a-10)=0$에 대입하면

$(a-1)\times(-2)^2+3a\times(-2)-(a-10)=0$

$3a=6$　　$\therefore a=2$

즉 주어진 이차방정식은 $x^2+6x+8=0$이므로

$(x+4)(x+2)=0$　　$\therefore x=-4$ 또는 $x=-2$

따라서 $b=-4$이므로

$a+b=2+(-4)=-2$

11 $x^2-x-6=0$에서 $(x+2)(x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$

즉 $2x^2-5x+3a-4=0$의 한 근이 $x=3$이므로

$2\times3^2-5\times3+3a-4=0$

$3a=1$　　$\therefore a=\frac{1}{3}$

12 $3x^2-7x+2=0$에서 $(3x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=\frac{1}{3}$ 또는 $x=2$

$2x^2-x-6=0$에서 $(2x+3)(x-2)=0$

$\therefore x=-\frac{3}{2}$ 또는 $x=2$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=2$이다.

13 $x^2-2x-15=0$에서 $(x+3)(x-5)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=5$

$x^2-9=0$에서 $(x+3)(x-3)=0$

$\therefore x=-3$ 또는 $x=3$

따라서 두 이차방정식의 공통이 아닌 두 근은 각각 $x=5$, $x=3$이므로 구하는 합은

$5+3=8$

14 ① $x^2-3x+2=0$에서 $(x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=2$

② $x^2-6x-7=0$에서 $(x+1)(x-7)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=7$

③ $2x^2+7x+6=0$에서 $(x+2)(2x+3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=-\frac{3}{2}$

④ $(x-2)^2=8(x-4)$에서 $x^2-4x+4=8x-32$

$x^2-12x+36=0$, $(x-6)^2=0$

$\therefore x=6$

⑤ $(x-2)(x-3)=3x-6$에서 $x^2-5x+6=3x-6$

$x^2-8x+12=0$, $(x-2)(x-6)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=6$

따라서 중근을 갖는 것은 ④이다.

15 $x^2+6x+2+k=0$이 중근을 가지므로

$2+k=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$　　$\therefore k=7$

16 $x^2-(a+2)x+(3a-3)=0$이 중근을 가지므로

$3a-3=\left(-\frac{a+2}{2}\right)^2$, $(a+2)^2=4(3a-3)$

$a^2+4a+4=12a-12$, $a^2-8a+16=0$

$(a-4)^2=0$　　$\therefore a=4$

즉 주어진 이차방정식은 $x^2-6x+9=0$이므로

$(x-3)^2=0$　　$\therefore x=3$

따라서 $b=3$이므로

$a+b=4+3=7$

17 $2(x+a)^2=60$에서 $(x+a)^2=30$

$x+a=\pm\sqrt{30}$　　$\therefore x=-a\pm\sqrt{30}$

따라서 $a=2$, $b=30$이므로

$ab=2\times30=60$

18 $(x+1)(x-3)=2$에서 $x^2-2x-3=2$

$x^2-2x=5$, $x^2-2x+1=5+1$

$\therefore (x-1)^2=6$

따라서 $a=-1$, $b=6$이므로

$a+b=(-1)+6=5$

19 $2(x-1)^2=10k$에서 $(x-1)^2=5k$

$x-1=\pm\sqrt{5k}$, $x=1\pm\sqrt{5k}$

서로 다른 두 근이 모두 정수가 되려면 $5k$는 0 또는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

$5k=0, 1, 4, 9, 16, 25, \cdots$

$\therefore k=0, \frac{1}{5}, \frac{4}{5}, \frac{9}{5}, \frac{16}{5}, 5, \cdots$

따라서 가장 작은 자연수 k의 값은 5이다.

20 $x^2+10x-k=0$에서 $x^2+10x=k$

$x^2+10x+25=k+25$, $(x+5)^2=k+25$

$x+5=\pm\sqrt{k+25}$ $\therefore x=-5\pm\sqrt{k+25}$

해가 모두 정수가 되려면 $k+25$가 0 또는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

이때 k는 두 자리 자연수이므로

$25<k+25<125$에서

$k+25=36, 49, 64, 81, 100, 121$

$\therefore k=11, 24, 39, 56, 75, 96$

따라서 두 자리 자연수 k는 11, 24, 39, 56, 75, 96의 6개이다.

소단원 테스트 [2회] 101~102쪽

01 ㄱ, ㄴ, ㄹ		**02** ㄷ, ㄹ	**03** 1	**04** 3
05 ④	**06** $-\frac{5}{2}$	**07** 7	**08** $x=3$	**09** $-\frac{7}{2}$
10 3	**11** 36	**12** 4	**13** 8	**14** 9
15 $\frac{31}{4}$	**16** ⑤	**17** ④	**18** ⑤	**19** ③
20 30				

01 ㄴ. $2x^2+3x=1-x^2$에서 $3x^2+3x-1=0$

ㄷ. $x^2-3=x(x-1)$에서 $x^2-3=x^2-x$

$\therefore x-3=0$

따라서 이차방정식은 ㄱ, ㄴ, ㄹ이다.

02 ㄱ. $(-1)^2\neq 2$

ㄴ. $(-1-1)^2\neq 0$

ㄷ. $(-1)^2-2\times(-1)-3=0$

ㄹ. $(-1-1)\times(-1+1)=0$

따라서 $x=-1$을 근으로 갖는 이차방정식은 ㄷ, ㄹ이다.

03 $x=1$을 $x^2+ax-2a=0$에 대입하면

$1^2+a\times1-2a=0$ $\therefore a=1$

04 $(2x+1)(5x-2)=4x-1$에서 $10x^2+x-2=4x-1$

$10x^2-3x-1=0$, $(5x+1)(2x-1)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{5}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

이때 $a>b$이므로 $a=\frac{1}{2}$, $b=-\frac{1}{5}$

$\therefore 2a-10b=2\times\frac{1}{2}-10\times\left(-\frac{1}{5}\right)=3$

05 $x=3$을 $3x^2-6x+a=0$에 대입하면

$3\times3^2-6\times3+a=0$ $\therefore a=-9$

즉 주어진 이차방정식은 $3x^2-6x-9=0$이므로

$x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

따라서 $b=-1$이므로

$b-a=-1-(-9)=8$

06 $x=2$를 $2x^2-3x+a=0$에 대입하면

$2\times2^2-3\times2+a=0$ $\therefore a=-2$

즉 주어진 이차방정식은 $2x^2-3x-2=0$이므로

$(2x+1)(x-2)=0$ $\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$

따라서 $b=-\frac{1}{2}$이므로

$a+b=-2+\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{5}{2}$

07 $x=-3$을 $x^2+5x-2a=0$에 대입하면

$(-3)^2+5\times(-3)-2a=0$, $2a=-6$

$\therefore a=-3$

즉 $x^2+5x+6=0$이므로

$(x+3)(x+2)=0$ $\therefore x=-3$ 또는 $x=-2$

$x^2-3x+b=0$의 한 근이 $x=-2$이므로

$(-2)^2-3\times(-2)+b=0$ $\therefore b=-10$

$\therefore a-b=-3-(-10)=7$

08 $x^2-4x+3=0$에서 $(x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

$x^2-x-6=0$에서 $(x+2)(x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=3$이다.

09 $x^2+(a+2)x+(a+1)=0$에서

$(x+a+1)(x+1)=0$

$\therefore x=-a-1$ 또는 $x=-1$

$x^2-(a+1)x+a=0$에서 $(x-a)(x-1)=0$

$\therefore x=a$ 또는 $x=1$

두 이차방정식이 공통인 해를 가지므로

$-a-1=1$ 또는 $-a-1=a$ 또는 $a=-1$이다.

(i) $-a-1=1$일 때, $a=-2$

(ii) $-a-1=a$일 때, $2a=-1$ $\therefore a=-\frac{1}{2}$

따라서 모든 유리수 a의 값의 합은

$-2+\left(-\frac{1}{2}\right)+(-1)=-\frac{7}{2}$

10 ㄱ. $x^2=4(x-1)$에서 $x^2=4x-4$

$x^2-4x+4=0$, $(x-2)^2=0$

$\therefore x=2$

ㄴ. $5x(5x+2)+1=0$에서 $25x^2+10x+1=0$

$(5x+1)^2=0 \quad \therefore x=-\frac{1}{5}$

ㄷ. $3(x+1)(x-1)=6$에서 $3(x^2-1)=6$

$3x^2-3=6,\ 3x^2=9$

$x^2=3 \quad \therefore x=\pm\sqrt{3}$

ㄹ. $x^2(x-1)=x^3-4x+3$에서 $x^3-x^2=x^3-4x+3$

$x^2-4x+3=0,\ (x-1)(x-3)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=3$

ㅁ. $2(x+1)(x-2)=x^2-2x-4$에서

$2x^2-2x-4=x^2-2x-4$

$x^2=0 \quad \therefore x=0$

따라서 중근을 갖는 이차방정식은 ㄱ, ㄴ, ㅁ의 3개이다.

11 $x^2+12x+k=0$이 중근을 가지므로

$k=\left(\frac{12}{2}\right)^2=36$

12 $(x-2a)(x-3a)=-4$에서

$x^2-5ax+6a^2+4=0$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$6a^2+4=\left(\frac{-5a}{2}\right)^2,\ 25a^2=4(6a^2+4)$

$25a^2=24a^2+16,\ a^2-16=0$

$(a+4)(a-4)=0 \quad \therefore a=-4$ 또는 $a=4$

따라서 양수 a의 값은 4이다.

13 $2(x-3)^2=10$에서 $(x-3)^2=5$

$x-3=\pm\sqrt{5} \quad \therefore x=3\pm\sqrt{5}$

따라서 $p=3,\ q=5$이므로

$p+q=3+5=8$

14 $(x-2)^2=a$에서 $x-2=\pm\sqrt{a}$

$\therefore x=2\pm\sqrt{a}$

두 근의 차가 6이므로

$2+\sqrt{a}-(2-\sqrt{a})=6$

$2\sqrt{a}=6,\ \sqrt{a}=3$

$\therefore a=9$

15 $x(x+5)+1=0$에서 $x^2+5x+1=0$

$x^2+5x=-1,\ x^2+5x+\frac{25}{4}=-1+\frac{25}{4}$

$\therefore \left(x+\frac{5}{2}\right)^2=\frac{21}{4}$

따라서 $a=\frac{5}{2},\ b=\frac{21}{4}$이므로

$a+b=\frac{5}{2}+\frac{21}{4}=\frac{31}{4}$

16 $a(x-3)^2=2$에서 $(x-3)^2=\frac{2}{a}$

$x-3=\pm\sqrt{\frac{2}{a}} \quad \therefore x=3\pm\sqrt{\frac{2}{a}}$

따라서 $b=3,\ \frac{2}{a}=3$이므로 $a=\frac{2}{3}$

$\therefore b-3a=3-3\times\frac{2}{3}=1$

17 $x^2-8x-3k=0$에서 $x^2-8x=3k$

$x^2-8x+16=3k+16,\ (x-4)^2=3k+16$

$x-4=\pm\sqrt{3k+16} \quad \therefore x=4\pm\sqrt{3k+16}$

해가 모두 정수가 되려면 $3k+16$은 0 또는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

이때 k는 30 이하의 자연수이므로 $16<3k+16\le 106$에서

$3k+16=25,\ 49,\ 64,\ 100$

$\therefore k=3,\ 11,\ 16,\ 28$

따라서 30 이하의 자연수 k는 3, 11, 16, 28의 4개이다.

18 $3x^2-5x+2=2x^2+4x$에서 $x^2-9x+2=0$

$x=a$를 $x^2-9x+2=0$에 대입하면

$a^2-9a+2=0 \quad \therefore a^2-9a=-2$

$bx^2-7x+3=3x^2$에서 $(b-3)x^2-7x+3=0$

이 방정식이 x에 대한 이차방정식이 아니므로

$b-3=0 \quad \therefore b=3$

$\therefore b(a^2-9a)=3\times(-2)=-6$

19 $x^2-(k+5)x+k^2=0$이 중근을 가지므로

$k^2=\left(-\frac{k+5}{2}\right)^2,\ 4k^2=(k+5)^2$

$3k^2-10k-25=0,\ (3k+5)(k-5)=0$

$\therefore k=-\frac{5}{3}$ 또는 $k=5$

즉 $x^2+(a-4)x+a^2-29=0$의 한 근이 $x=5$이므로

$5^2+5(a-4)+a^2-29=0$

$a^2+5a-24=0,\ (a+8)(a-3)=0$

$\therefore a=-8$ 또는 $a=3$

따라서 양수 a의 값은 3이다.

20 $x^2-6x=2-k$에서 $x^2-6x+9=11-k$

$(x-3)^2=11-k \quad \therefore x=3\pm\sqrt{11-k}$

해가 모두 정수가 되려면 $11-k$가 0 또는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

이때 k가 자연수이므로 $11-k<11$에서

$11-k=0,\ 1,\ 4,\ 9$

$\therefore k=11,\ 10,\ 7,\ 2$

따라서 구하는 자연수 k의 값의 합은

$11+10+7+2=30$

02. 이차방정식의 활용

소단원 테스트 [1회] 103~104쪽

01 ①	**02** ⑤	**03** $2+\sqrt{3}$	**04** ①
05 ⑤	**06** ④	**07** ⑤ **08** 10	**09** 2
10 ④	**11** ①	**12** $x=1$ 또는 $x=5$	**13** ③
14 ①	**15** ②	**16** 1초 또는 5초	**17** ②
18 ③	**19** ③	**20** 62	

01 $2x^2-4x+a=0$에서

$x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-2\times a}}{2}=\dfrac{2\pm\sqrt{4-2a}}{2}$

따라서 $4-2a=10$이므로

$2a=-6 \qquad \therefore a=-3$

02 $\dfrac{1}{12}x^2-\dfrac{5}{6}x-\dfrac{7}{4}=0$의 양변에 12를 곱하면

$x^2-10x-21=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-1\times(-21)}}{1}=5\pm\sqrt{46}$

따라서 $\sqrt{36}<\sqrt{46}<\sqrt{49}$이므로 $6<\sqrt{46}<7$에서

$11<5+\sqrt{46}<12$

또 $-7<-\sqrt{46}<-6$이므로 $-2<5-\sqrt{46}<-1$

따라서 두 근 사이에 있는 정수는 $-1, 0, 1, \cdots, 11$의 13개이다.

03 a, b, c가 유리수이고 $\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$이므로 다른 한 근은 $2+\sqrt{3}$이다.

04 $0.3x^2-0.9x-1.5=0$의 양변에 10을 곱하면

$3x^2-9x-15=0$, $x^2-3x-5=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(-5)}}{2\times1}$

$=\dfrac{3\pm\sqrt{29}}{2}$

05 $0.5x^2+x+\dfrac{2}{5}=0$의 양변에 10을 곱하면

$5x^2+10x+4=0$

$\therefore x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-5\times4}}{5}=\dfrac{-5\pm\sqrt{5}}{5}$

$\therefore a=5$

06 $\dfrac{1}{2}x^2-0.5x-\dfrac{1}{3}=0$의 양변에 6을 곱하면

$3x^2-3x-2=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times3\times(-2)}}{2\times3}=\dfrac{3\pm\sqrt{33}}{6}$

따라서 $A=3$, $B=33$이므로

$A+B=3+33=36$

07 $x-2=A$로 놓으면

$A^2-4A-60=0$

$(A+6)(A-10)=0$

$\therefore A=-6$ 또는 $A=10$

즉 $x-2=-6$ 또는 $x-2=10$이므로

$x=-4$ 또는 $x=12$

이때 $\alpha<\beta$이므로 $\alpha=-4$, $\beta=12$

$\therefore \beta-\alpha=12-(-4)=16$

08 $x-y=A$로 놓으면

$A(A-3)=10$

$A^2-3A-10=0$, $(A+2)(A-5)=0$

$\therefore A=-2$ 또는 $A=5$

이때 $x<y$이므로 $x-y<0$

즉 $A=-2$이므로 $x-y=-2$

$\therefore -5x+5y=-5(x-y)=-5\times(-2)=10$

09 $x^2-6x+3k=0$이 서로 다른 두 근을 가지려면

$(-6)^2-4\times1\times3k>0$

$36-12k>0$, $-12k>-36$

$\therefore k<3$

따라서 가장 큰 정수 k의 값은 2이다.

10 $mx^2-4x+1=0$이 해를 가지려면

$(-4)^2-4\times m\times1\geq0$

$16-4m\geq0$, $-4m\geq-16$

$\therefore m\leq4$

따라서 자연수 m은 1, 2, 3, 4의 4개이다.

11 두 근이 3, $-\dfrac{2}{3}$이고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은

$3\left(x+\dfrac{2}{3}\right)(x-3)=0 \qquad \therefore 3x^2-7x-6=0$

따라서 $a=-7$, $b=-6$이므로

$a+b=-7+(-6)=-13$

12 두 근이 -5, -1이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+5)(x+1)=0 \qquad \therefore x^2+6x+5=0$

A는 상수항을 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 5이다.

두 근이 2, 4이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-2)(x-4)=0 \qquad \therefore x^2-6x+8=0$

B는 x의 계수를 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 x의 계수는 -6이다.

따라서 처음 이차방정식은 $x^2-6x+5=0$이므로

$(x-1)(x-5)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=5$

13 $\dfrac{n(n-3)}{2}=35$이므로 $n(n-3)=70$
$n^2-3n-70=0$, $(n+7)(n-10)=0$
이때 $n>3$이므로 $n=10$
따라서 구하는 다각형은 십각형이다.

14 연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$이라고 하면
$(x-1)^2+x^2+(x+1)^2=149$
$x^2-49=0$, $(x+7)(x-7)=0$
$\therefore x=-7$ 또는 $x=7$
이때 $x>1$이므로 $x=7$
따라서 세 자연수는 6, 7, 8이므로 구하는 합은
$6+7+8=21$

15 학생 수를 x라고 하면 학생 한 명이 받은 사탕의 개수는 $x-4$이므로
$x(x-4)=96$
$x^2-4x-96=0$, $(x+8)(x-12)=0$
$\therefore x=-8$ 또는 $x=12$
이때 $x>4$이므로 $x=12$
따라서 학생은 모두 12명이다.

16 $-5x^2+30x=25$에서 $5x^2-30x+25=0$
$x^2-6x+5=0$, $(x-1)(x-5)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=5$
따라서 공의 높이가 25 m가 되는 것은 1초 후 또는 5초 후이다.

17 처음 화단의 한 변의 길이를 x m라고 하면
$(x+3)(x-2)=50$
$x^2+x-56=0$, $(x+8)(x-7)=0$
$\therefore x=-8$ 또는 $x=7$
이때 $x>2$이므로 $x=7$
따라서 처음 화단의 한 변의 길이는 7 m이다.

18 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 상자 밑면의 가로의 길이는 $(20-2x)$ cm, 세로의 길이는 $(10-2x)$ cm이므로
$(20-2x)(10-2x)=56$
$x^2-15x+36=0$, $(x-3)(x-12)=0$
$\therefore x=3$ 또는 $x=12$
이때 $x>0$, $10-2x>0$에서 $0<x<5$이므로 $x=3$
따라서 잘라 낸 정사각형의 한 변의 길이는 3 cm이다.

19 동생의 나이를 x살이라고 하면 형의 나이는 $(x+4)$살이므로
$x^2=8(x+4)+1$
$x^2-8x-33=0$, $(x+3)(x-11)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=11$
이때 $x>0$이므로 $x=11$
따라서 동생의 나이는 11살이다.

20 두 자리 자연수의 십의 자리 수를 x라고 하면 일의 자리 수는 $8-x$이므로
$x(8-x)=(10x+8-x)-50$
$x^2+x-42=0$, $(x+7)(x-6)=0$
$\therefore x=-7$ 또는 $x=6$
이때 $0<x<8$이므로 $x=6$
따라서 두 자리 자연수는 62이다.

소단원 테스트 [2회]

105~106쪽

01 42	**02** ①	**03** $2+\sqrt{2}$	**04** 5
05 $\sqrt{17}$	**06** ②	**07** 12	**08** $m>-\dfrac{3}{2}$
09 ㄱ, ㄹ	**10** 2	**11** 0	**12** $(2+5\sqrt{2})$ cm
13 -6	**14** 9	**15** $-1+\sqrt{6}$	**16** 5, 6
17 10 m	**18** 10 cm	**19** 12초	**20** $\dfrac{5}{3}$

01 $x^2+ax-3=0$에서
$x=\dfrac{-a\pm\sqrt{a^2-4\times1\times(-3)}}{2\times1}=\dfrac{-a\pm\sqrt{a^2+12}}{2}$
즉 $-a=-5$, $a^2+12=b$이므로
$a=5$, $b=37$
$\therefore a+b=5+37=42$

02 $9x^2-12x-1=0$에서
$x=\dfrac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-9\times(-1)}}{9}$
$=\dfrac{6\pm3\sqrt{5}}{9}=\dfrac{2\pm\sqrt{5}}{3}$
따라서 $a=\dfrac{2+\sqrt{5}}{3}$이므로 $3a=2+\sqrt{5}$
$\therefore 3a-\sqrt{5}=2$

03 $\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4}$이므로 $1<\sqrt{2}<2$에서
$-2<-\sqrt{2}<-1$ $\quad\therefore 1<3-\sqrt{2}<2$
따라서 $3-\sqrt{2}$의 소수 부분은 $3-\sqrt{2}-1=2-\sqrt{2}$이고 a, b, c가 유리수이므로 다른 한 근은 $2+\sqrt{2}$이다.

04 $\frac{1}{6}x^2-\frac{5}{6}x+\frac{1}{3}=0$의 양변에 6을 곱하면
$x^2-5x+2=0$
$\therefore x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times2}}{2\times1}=\frac{5\pm\sqrt{17}}{2}$
따라서 두 근의 합은
$\frac{5+\sqrt{17}}{2}+\frac{5-\sqrt{17}}{2}=5$

05 $0.1x^2+0.7x=-\frac{4}{5}$의 양변에 10을 곱하면
$x^2+7x=-8$
$x^2+7x+8=0$
$\therefore x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times1\times8}}{2\times1}=\frac{-7\pm\sqrt{17}}{2}$
이때 $a>b$이므로 $a=\frac{-7+\sqrt{17}}{2}$, $b=\frac{-7-\sqrt{17}}{2}$
$\therefore a-b=\frac{-7+\sqrt{17}}{2}-\left(\frac{-7-\sqrt{17}}{2}\right)=\sqrt{17}$

06 $x+2=A$로 놓으면
$A^2-3A=4$
$A^2-3A-4=0$, $(A+1)(A-4)=0$
$\therefore A=-1$ 또는 $A=4$
즉 $x+2=-1$ 또는 $x+2=4$이므로
$x=-3$ 또는 $x=2$

07 $2x-y=A$로 놓으면
$A(A-3)=18$
$A^2-3A-18=0$, $(A+3)(A-6)=0$
$\therefore A=-3$ 또는 $A=6$
이때 $2x>y$이므로 $2x-y>0$
즉 $A=6$이므로 $2x-y=6$
$\therefore 4x-2y=2(2x-y)=2\times6=12$

08 $x^2+2mx-(m+1)(3-m)=0$이 서로 다른 두 근을 가지려면
$4m^2+4(m+1)(3-m)>0$
$4m^2-4m^2+8m+12>0$, $8m>-12$
$\therefore m>-\frac{3}{2}$

09 ㄱ. $2x^2-6x=1$에서 $2x^2-6x-1=0$
$(-6)^2-4\times2\times(-1)=44>0$ ⇨ 2개
ㄴ. $5x^2=20x-20$에서 $5x^2-20x+20=0$
$x^2-4x+4=0$
$(-4)^2-4\times1\times4=0$ ⇨ 1개
ㄷ. $(-1)^2-4\times3\times3=-35<0$ ⇨ 0개
ㄹ. $(-2)^2-4\times10\times(-1)=44>0$ ⇨ 2개
따라서 서로 다른 두 근을 갖는 것은 ㄱ, ㄹ이다.

10 $x^2-4x+k=0$이 중근을 가지므로
$(-4)^2-4\times1\times k=0$
$16-4k=0$ $\quad\therefore k=4$
즉 주어진 이차방정식은 $5x^2+2x-3=0$이므로
$2^2-4\times5\times(-3)=64>0$
따라서 이차방정식 $5x^2+2x-3=0$은 서로 다른 두 근을 갖는다.

11 중근 $x=4$를 갖고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x-4)^2=0$ $\quad\therefore x^2-8x+16=0$
따라서 $A=-8$, $2B=16$이므로 $A=-8$, $B=8$
$\therefore A+B=-8+8=0$

12 새로 만든 정사각형의 한 변의 길이는 $(x-2)$ cm이므로
$(x-2)^2=50$
$x-2=\pm5\sqrt{2}$ $\quad\therefore x=2\pm5\sqrt{2}$
이때 $x>2$이므로 $x=2+5\sqrt{2}$
따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 $(2+5\sqrt{2})$ cm이다.

13 두 근이 2, -3이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x-2)(x+3)=0$ $\quad\therefore x^2+x-6=0$
따라서 $a=1$, $b=-6$이므로
$ab=1\times(-6)=-6$

14 $\frac{n(n+1)}{2}=45$이므로 $n(n+1)=90$
$n^2+n-90=0$, $(n+10)(n-9)=0$
이때 $n>0$이므로 $n=9$

15 어떤 수를 x라고 하면
$(x+2)^2=(x+2)\times2+5$
$x^2+2x-5=0$
$\therefore x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-1\times(-5)}}{1}=-1\pm\sqrt{6}$
이때 $x>0$이므로 $x=-1+\sqrt{6}$

16 연속하는 두 자연수를 x, $x+1$이라고 하면
$x^2+(x+1)^2=61$
$x^2+x-30=0$, $(x+6)(x-5)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=5$
이때 $x>0$이므로 $x=5$
따라서 구하는 두 수는 5, 6이다.

17 처음 꽃밭의 한 변의 길이를 x m라고 하면
$(x+2)(x-4)=72$
$x^2-2x-80=0$, $(x+8)(x-10)=0$
$\therefore x=-8$ 또는 $x=10$
이때 $x>4$이므로 $x=10$
따라서 처음 꽃밭의 한 변의 길이는 10 m이다.

18 처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 뚜껑이 없는 상자의 밑면의 한 변의 길이는 $(x-4)$ cm, 높이는 2 cm이므로

$2\times(x-4)^2=72$

$(x-4)^2=36$, $x-4=\pm6$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=10$

이때 $x>4$이므로 $x=10$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 10 cm이다.

19 물체가 지면에 떨어지는 것은 물체의 높이가 0 m일 때이므로

$60x-5x^2=0$에서 $5x(x-12)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=12$

이때 $x>0$이므로 $x=12$

따라서 물체가 지면에 떨어지는 것은 물체를 쏘아 올리고 나서 12초 후이다.

20 $\frac{1}{2}\times\{(a+1)+(2a+3)\}\times(a+2)=8$

$(3a+4)(a+2)=16$, $3a^2+10a-8=0$

$(a+4)(3a-2)=0$

$\therefore a=-4$ 또는 $a=\frac{2}{3}$

이때 $a>0$이므로 $a=\frac{2}{3}$

따라서 이 사다리꼴의 윗변의 길이는

$\frac{2}{3}+1=\frac{5}{3}$

중단원 테스트 [1회] 107~110쪽

01 ②	**02** ④	**03** ②	**04** 1	**05** ③
06 1	**07** $a=-1$ 또는 $a=4$			**08** ①
09 ②	**10** 22	**11** ⑤	**12** ①	**13** -5
14 ④	**15** ①	**16** ㄴ, ㄹ	**17** $m<9$	**18** ⑤
19 ②	**20** ③	**21** ③	**22** 33	**23** 8살
24 12명	**25** $4+4\sqrt{5}$		**26** 22	**27** 6
28 $x=-2$		**29** $x=-2$ 또는 $x=1$		
30 5				

01 ㄱ. $x^2=x$에서 $x^2-x=0$

ㄴ. $x(x+1)=x^2-4$에서 $x+4=0$

ㄷ. $2x^2-1=x^2+x$에서 $x^2-x-1=0$

ㄹ. $(x+2)(x-2)=x^2$에서 $x^2-4=x^2$

$\therefore -4\neq0$

따라서 이차방정식인 것은 ㄱ, ㄷ이다.

02 ① $2^2-8\neq0$

② $1^2-2\times1\neq0$

③ $-(-1)^2+2\times(-1)-1\neq0$

④ $-4\times(-2)-4=(-2)^2$

⑤ $2\times(-3)^2-5\times(-3)-3\neq0$

따라서 [ ] 안의 수가 이차방정식의 해인 것은 ④이다.

03 $x=-1$을 $x^2+3x-a=0$에 대입하면

$(-1)^2+3\times(-1)-a=0$

$-2-a=0$ $\quad\therefore a=-2$

04 $x=a$를 $x^2+3x-1=0$에 대입하면

$a^2+3a-1=0$ $\quad\therefore a^2+3a=1$

$x=b$를 $x^2-5x+1=0$에 대입하면

$b^2-5b+1=0$ $\quad\therefore b^2-5b=-1$

$\therefore 2a^2+b^2+6a-5b=2(a^2+3a)+b^2-5b$

$=2\times1+(-1)=1$

05 주어진 이차방정식의 해를 구하면

① $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=-3$

② $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

③ $x=-3$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

④ $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

⑤ $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$

06 $x(x-3)=2x-6$에서 $x^2-5x+6=0$

$(x-2)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=2$ 또는 $x=3$

따라서 $a=2$, $b=3$ 또는 $a=3$, $b=2$이므로

$(a-b)^2=1$

07 $3x^2-12x+9=0$에서 $x^2-4x+3=0$

$(x-1)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=1$ 또는 $x=3$

즉 $x^2+(a-2)x-a^2+1=0$의 한 근이 $x=3$이므로

$3^2+3(a-2)-a^2+1=0$

$-a^2+3a+4=0$, $a^2-3a-4=0$

$(a+1)(a-4)=0$ $\quad\therefore a=-1$ 또는 $a=4$

08 두 이차방정식의 공통인 근이 $x=-2$이므로

$x=-2$를 $x^2-2x+a=0$에 대입하면

$(-2)^2-2\times(-2)+a=0$

$\therefore a=-8$

$x=-2$를 $2x^2+bx=6$에 대입하면

$2\times(-2)^2-2b=6$

$2b=2$ $\quad\therefore b=1$

$\therefore a+b=-8+1=-7$

09 $x^2-x-6=0$에서 $(x+2)(x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$

$x^2-2x-8=0$에서 $(x+2)(x-4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=-2$이다.

10 $x^2+6x-10=0$에서 $x^2+6x=10$

$x^2+6x+9=10+9$, $(x+3)^2=19$

따라서 $p=3$, $q=19$이므로

$p+q=3+19=22$

11 $x^2-2x-5=0$에서 $x^2-2x=5$

$x^2-2x+1=5+1$, $(x-1)^2=6$

$x-1=\pm\sqrt{6}$ $\quad\therefore x=1\pm\sqrt{6}$

따라서 $A=1$, $B=-1$, $C=6$이므로

$A-B+C=1-(-1)+6=8$

12 $2(x+3)^2=14$에서 $(x+3)^2=7$

$x+3=\pm\sqrt{7}$ $\quad\therefore x=-3\pm\sqrt{7}$

13 $x=2+\sqrt{5}$에서 $x-2=\sqrt{5}$

$(x-2)^2=5$, $x^2-4x+4=5$

$\therefore x^2-4x-1=0$

따라서 $p=-4$, $q=-1$이므로

$p+q=-4+(-1)=-5$

14 $x^2+2mx+2m+3=0$이 중근을 가지므로

$2m+3=\left(\frac{2m}{2}\right)^2$, $2m+3=m^2$

$m^2-2m-3=0$, $(m+1)(m-3)=0$

$\therefore m=-1$ 또는 $m=3$

따라서 구하는 합은

$-1+3=2$

15 $2x+1=A$로 놓으면

$A^2=4A-3$

$A^2-4A+3=0$, $(A-1)(A-3)=0$

$\therefore A=1$ 또는 $A=3$

즉 $2x+1=1$ 또는 $2x+1=3$이므로

$x=0$ 또는 $x=1$

따라서 자연수인 근은 $x=1$

16 ㄱ. $x^2-1=0$에서

$0-4\times1\times(-1)>0$ ⇨ 2개

ㄴ. $x^2+6x+9=0$에서

$6^2-4\times1\times9=0$ ⇨ 1개

ㄷ. $x^2+x=1$에서 $x^2+x-1=0$

$1^2-4\times1\times(-1)=5>0$ ⇨ 2개

ㄹ. $100x^2+20x+1=0$에서

$20^2-4\times100\times1=0$ ⇨ 1개

따라서 중근을 갖는 것은 ㄴ, ㄹ이다.

17 $x^2+4x+m-5=0$이 서로 다른 두 근을 가지려면

$4^2-4(m-5)>0$

$36-4m>0$, $-4m>-36$

$\therefore m<9$

18 두 근이 -2, 3이고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은

$2(x+2)(x-3)=0$ $\quad\therefore 2x^2-2x-12=0$

따라서 $m=-2$, $n=-12$이므로

$m-n=-2-(-12)=10$

19 두 근이 -3, 8이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+3)(x-8)=0$ $\quad\therefore x^2-5x-24=0$

A는 상수항을 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 -24이다.

두 근이 -5, 3이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+5)(x-3)=0$ $\quad\therefore x^2+2x-15=0$

B는 x의 계수를 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 x의 계수는 2이다.

따라서 처음 이차방정식은 $x^2+2x-24=0$이므로

$(x+6)(x-4)=0$ $\quad\therefore x=-6$ 또는 $x=4$

20 $\frac{n(n-1)}{2}=21$에서 $n(n-1)=42$

$n^2-n-42=0$, $(n+6)(n-7)=0$

$\therefore n=-6$ 또는 $n=7$

이때 $n>1$이므로 $n=7$

따라서 구하는 학생 수는 7이다.

21 $x^2+ax+b=0$의 두 근을 k, $k+1$이라고 하면

두 근의 제곱의 차가 9이므로

$(k+1)^2-k^2=9$, $2k+1=9$

$\therefore k=4$

두 근이 4, 5이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-4)(x-5)=0$ $\quad\therefore x^2-9x+20=0$

따라서 $a=-9$, $b=20$이므로

$a+b=-9+20=11$

22 연속하는 세 홀수를 $x-2$, x, $x+2$라고 하면

$(x-2)^2+(x+2)^2=20x+30$

$x^2-10x-11=0$, $(x+1)(x-11)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=11$

이때 $x>2$이므로 $x=11$

따라서 세 홀수는 9, 11, 13이므로 구하는 합은

$9+11+13=33$

23 동생의 나이를 x살이라고 하면 언니의 나이는 $(x+2)$살이므로

$x^2+(x+2)^2=164$

$x^2+2x-80=0$, $(x+10)(x-8)=0$

$\therefore x=-10$ 또는 $x=8$

이때 $x>0$이므로 $x=8$

따라서 동생의 나이는 8살이다.

24 학생 수를 x라고 하면 학생 한 명이 받은 볼펜의 개수는 $x-2$이므로

$x(x-2)=120$

$x^2-2x-120=0$, $(x+10)(x-12)=0$

$\therefore x=-10$ 또는 $x=12$

이때 $x>2$이므로 $x=12$

따라서 학생은 모두 12명이다.

25 새로 만든 직사각형의 가로의 길이는 $(16-x)$ cm, 세로의 길이는 $(16+2x)$ cm이므로

$(16-x)(16+2x)=\frac{1}{2}\times16^2$

$x^2-8x-64=0 \qquad \therefore x=4\pm4\sqrt{5}$

이때 $16-x>0$, $0<x<16$이므로 $x=4+4\sqrt{5}$

26 $x=2$를 $x^2+ax+6=0$에 대입하면

$2^2+a\times2+6=0$, $2a=-10$

$\therefore a=-5$ …… ❶

즉 $x^2-5x+6=0$이므로 $(x-2)(x-3)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=3$

$4x^2-3x+b=0$의 한 근이 $x=3$이므로 …… ❷

$4\times3^2-3\times3+b=0$

$\therefore b=-27$ …… ❸

$\therefore a-b=-5-(-27)=22$ …… ❹

채점 기준	배점
❶ a의 값 구하기	1점
❷ $4x^2-3x+b=0$의 한 근 구하기	2점
❸ b의 값 구하기	1점
❹ $a-b$의 값 구하기	1점

27 $x^2-6x+1=0$에서

$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-1\times1}}{1}=3\pm2\sqrt{2}$

따라서 $a=3+2\sqrt{2}$, $b=3-2\sqrt{2}$ 또는

$a=3-2\sqrt{2}$, $b=3+2\sqrt{2}$이므로 …… ❶

$a+b=3+2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}=6$

$ab=(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2})=9-8=1$

$\therefore \frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}=\frac{6}{1}=6$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ 이차방정식의 근 구하기	2점
❷ $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$의 값 구하기	3점

28 $2(x+3)^2=x(x+1)$에서 $2(x^2+6x+9)=x^2+x$

$x^2+11x+18=0$, $(x+9)(x+2)=0$

$\therefore x=-9$ 또는 $x=-2$ …… ❶

$\frac{1}{5}x^2-0.6x=2$의 양변에 5를 곱하면

$x^2-3x=10$

$x^2-3x-10=0$, $(x+2)(x-5)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=5$ …… ❷

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은

$x=-2$이다. …… ❸

채점 기준	배점
❶ $2(x+3)^2=x(x+1)$의 근 구하기	2점
❷ $\frac{1}{5}x^2-0.6x=2$의 근 구하기	2점
❸ 공통인 근 구하기	1점

29 $x^2+(k+3)x+k=0$의 x의 계수와 상수항을 바꾸면

$x^2+kx+k+3=0$

$x=1$을 $x^2+kx+k+3=0$에 대입하면

$1+k+k+3=0$

$2k=-4 \qquad \therefore k=-2$ …… ❶

따라서 처음 이차방정식은 $x^2+x-2=0$이므로

$(x+2)(x-1)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=1$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ k의 값 구하기	2점
❷ 처음 이차방정식의 해 구하기	3점

30 $(x+3+3)(x+2+3)=110$이므로 …… ❶

$x^2+11x-80=0$

$(x+16)(x-5)=0$

$\therefore x=-16$ 또는 $x=5$

이때 $x>0$이므로 $x=5$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ 넓이에 대한 식 세우기	2점
❷ x의 값 구하기	3점

중단원 테스트 [2회] 111~114쪽

01 ③ **02** 34 **03** ⑤ **04** ④ **05** ②
06 -10 **07** $x=2$ **08** ② **09** ⑤ **10** 3
11 20 **12** 5 **13** 16 **14** ③ **15** $x=1$
16 9 **17** -2 **18** ⑤ **19** ① **20** 3
21 ① **22** $x=-5$ 또는 $x=1$ **23** ③
24 ⑤ **25** 2 m **26** $x=-4$ 또는 $x=-1$
27 $x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$ **28** 12 m
29 5 **30** 5 cm

01 ② $x(x-1)=x$에서 $x^2-x=x$
$\therefore x^2-2x=0$
③ $x^2-4x+4=x^2$에서 $-4x+4=0$
④ $(2x-1)^2=2x^2$에서 $4x^2-4x+1=2x^2$
$\therefore 2x^2-4x+1=0$
⑤ $x^2+x^2=2x+x^2$에서 $x^2-2x=0$
따라서 x에 대한 이차방정식이 아닌 것은 ③이다.

02 $x=a$를 $x^2-6x+1=0$에 대입하면
$a^2-6a+1=0$
$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면
$a-6+\frac{1}{a}=0 \qquad \therefore a+\frac{1}{a}=6$
$\therefore a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2=6^2-2=34$

03 ①, ②, ③, ④ $x=-\frac{1}{9}$ 또는 $x=\frac{1}{3}$
⑤ $x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{9}$
따라서 해가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

04 $x^2-4x+1=0$에서
$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times1}}{1}=2\pm\sqrt{3}$
이때 $p>q$이므로 $p=2+\sqrt{3}$, $q=2-\sqrt{3}$
$\therefore 2p+3q=2\times(2+\sqrt{3})+3\times(2-\sqrt{3})=10-\sqrt{3}$

05 $x=2$를 $x^2-x+a=0$에 대입하면
$2^2-2+a=0 \qquad \therefore a=-2$
즉 주어진 이차방정식은 $x^2-x-2=0$이므로
$(x+1)(x-2)=0 \qquad \therefore x=-1$ 또는 $x=2$
따라서 $b=-1$이므로
$ab=-2\times(-1)=2$

06 $2x^2+9x-5=0$에서 $(x+5)(2x-1)=0$
$\therefore x=-5$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
즉 $x^2+3x+k=0$의 한 근이 $x=-5$이므로
$(-5)^2+3\times(-5)+k=0 \qquad \therefore k=-10$

07 $0.2x^2-0.8=0$의 양변에 5를 곱하면
$x^2-4=0$
$(x+2)(x-2)=0 \qquad \therefore x=-2$ 또는 $x=2$
$\frac{x^2-1}{3}=\frac{x}{2}$의 양변에 6을 곱하면
$2(x^2-1)=3x$
$2x^2-3x-2=0$, $(2x+1)(x-2)=0$
$\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=2$
따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=2$이다.

08 $4(3x+2)^2=28$에서 $(3x+2)^2=7$
$3x+2=\pm\sqrt{7}$, $3x=-2\pm\sqrt{7}$
$\therefore x=\frac{-2\pm\sqrt{7}}{3}$

09 ① $x^2=18$에서 $x=\pm\sqrt{18}=\pm3\sqrt{2}$
② $2x^2-60=0$에서 $x^2=30$
$\therefore x=\pm\sqrt{30}$
③ $3x^2-36=0$에서 $x^2=12$
$\therefore x=\pm\sqrt{12}=\pm2\sqrt{3}$
④ $(x-3)^2=5$에서 $x-3=\pm\sqrt{5}$
$\therefore x=3\pm\sqrt{5}$
⑤ $2(x+1)^2=18$에서 $(x+1)^2=9$
$x+1=\pm3 \qquad \therefore x=-4$ 또는 $x=2$
따라서 근이 유리수인 것은 ⑤이다.

10 $x^2+2x-2=0$에서 $x^2+2x=2$
$x^2+2x+1=3$, $(x+1)^2=3$
따라서 $a=1$, $b=3$이므로
$ab=1\times3=3$

11 $x^2-8x-k=0$에서
$x=\frac{-(-4)\pm\sqrt{(-4)^2-1\times(-k)}}{1}=4\pm\sqrt{16+k}$
해가 모두 정수가 되려면 $16+k$가 0 또는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
이때 k는 두 자리 자연수이므로 $16<16+k<116$에서
$16+k=25, 36, 49, \cdots, 100$
$\therefore k=9, 20, 33, \cdots, 84$
따라서 가장 작은 두 자리 자연수 k의 값은 20이다.

12 $2x^2-6x+a=0$에서
$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-2\times a}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{9-2a}}{2}$
따라서 $b=3$, $9-2a=5$이므로 $a=2$, $b=3$
$\therefore a+b=2+3=5$

13 $\frac{1}{3}x-0.2x\left(0.5-\frac{1}{3}x\right)=\frac{4-x}{6}$의 양변에 30을 곱하면

$10x-6x\left(0.5-\frac{1}{3}x\right)=5(4-x)$

$10x-3x+2x^2=20-5x$, $2x^2+12x-20=0$

$x^2+6x-10=0$

$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2+10}}{1}=-3\pm\sqrt{19}$

따라서 $A=-3$, $B=19$이므로

$A+B=-3+19=16$

14 a, b, c가 유리수이므로 다른 한 근은 $3-\sqrt{2}$이다.

따라서

$m=(3+\sqrt{2})+(3-\sqrt{2})=6$

$n=(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})=7$

이므로

$m+n=6+7=13$

15 $3x+1=A$로 놓으면

$A^2-8A+16=0$

$(A-4)^2=0 \quad \therefore A=4$

즉 $3x+1=4$이므로 $3x=3$

$\therefore x=1$

16 $x^2+8x+p=0$이 중근을 가지므로

$p=\left(\frac{8}{2}\right)^2=16$

$x^2-2(p-11)x+q=0$, 즉 $x^2-10x+q=0$

이 이차방정식이 중근을 가지므로

$q=\left(\frac{-10}{2}\right)^2=25$

$\therefore q-p=25-16=9$

17 $(m+1)x^2-2mx-4=0$이 중근을 가지므로

$(-2m)^2-4\times(m+1)\times(-4)=0$

$4m^2+16m+16=0$, $(m+2)^2=0$

$\therefore m=-2$

18 $6x^2-2x+2k+1=0$이 근을 갖지 않으려면

$(-2)^2-4\times6\times(2k+1)<0$

$-48k<20 \quad \therefore k>-\frac{5}{12}$

19 두 근이 $-\frac{2}{3}$, 6이고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은

$3\left(x+\frac{2}{3}\right)(x-6)=0$

$(3x+2)(x-6)=0 \quad \therefore 3x^2-16x-12=0$

따라서 $a=-16$, $b=-12$이므로

$a-b=-16-(-12)=-4$

20 $x^2-4x+k=0$의 두 근을 α, $3\alpha(\alpha\neq0)$라고 하면 α, 3α를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-\alpha)(x-3\alpha)=0 \quad \therefore x^2-4\alpha x+3\alpha^2=0$

이 방정식이 $x^2-4x+k=0$과 일치하므로

$-4\alpha=-4$, $3\alpha^2=k$

$-4\alpha=-4$에서 $\alpha=1$이므로

$k=3\alpha^2=3\times1=3$

21 $x^2-ax-(a+1)=0$의 x의 계수의 부호를 바꾸면

$x^2+ax-(a+1)=0$

$x=3$을 $x^2+ax-(a+1)=0$에 대입하면

$3^2+3a-a-1=0$, $2a=-8$

$\therefore a=-4$

따라서 처음 이차방정식은 $x^2+4x+3=0$이므로

$(x+3)(x+1)=0 \quad \therefore x=-3$ 또는 $x=-1$

따라서 두 근의 합은

$-3+(-1)=-4$

22 두 근이 $-\frac{1}{5}$, 1이고 x^2의 계수가 5인 이차방정식은

$5\left(x+\frac{1}{5}\right)(x-1)=0 \quad \therefore 5x^2-4x-1=0$

$\therefore a=-4$, $b=-1$

즉 $bx^2+ax+5=0$에서 $-x^2-4x+5=0$

$x^2+4x-5=0$, $(x+5)(x-1)=0$

$\therefore x=-5$ 또는 $x=1$

23 $\frac{n(n-1)}{2}=66$에서 $n(n-1)=132$

$n^2-n-132=0$, $(n+11)(n-12)=0$

$\therefore n=-11$ 또는 $n=12$

이때 $n>1$이므로 $n=12$

따라서 모임의 학생 수는 12이다.

24 물체가 지면에 떨어지는 순간은 높이가 0 m일 때이므로

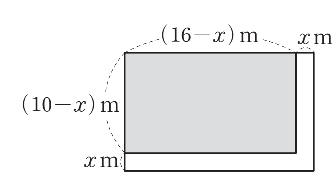
$40+35t-5t^2=0$에서 $t^2-7t-8=0$

$(t+1)(t-8)=0 \quad \therefore t=-1$ 또는 $t=8$

이때 $t>0$이므로 $t=8$

따라서 물체가 지면에 떨어지는 것은 물체를 쏘아 올리고 나서 8초 후이다.

25 길의 폭을 x m라고 하면 길을 제외한 잔디밭의 넓이는 가로의 길이가 $(16-x)$ m, 세로의 길이가 $(10-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로



$(16-x)(10-x)=112$

$x^2-26x+160=112$, $x^2-26x+48=0$

$(x-2)(x-24)=0$ $\quad\therefore x=2$ 또는 $x=24$

이때 $0<x<10$이므로 $x=2$

따라서 길의 폭은 2 m이다.

26 $(x-2)^2+1=5(x-3)$에서 $x^2-4x+4+1=5x-15$

$x^2-9x+20=0$, $(x-4)(x-5)=0$

$\therefore x=4$ 또는 $x=5$

이때 $a>b$이므로 $a=5$, $b=4$ …… ❶

$x^2+ax+b=0$, 즉 $x^2+5x+4=0$

$(x+4)(x+1)=0$ $\quad\therefore x=-4$ 또는 $x=-1$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ a, b의 값 각각 구하기	3점
❷ $x^2+ax+b=0$의 근 구하기	2점

27 $x^2-10x+k=0$이 중근을 가지므로

$k=\left(\frac{-10}{2}\right)^2=25$ …… ❶

$(k-23)x^2-5x-3=0$, 즉 $2x^2-5x-3=0$

$(2x+1)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=3$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ 상수 k의 값 구하기	2점
❷ $(k-23)x^2-5x-3=0$의 근 구하기	3점

28 정사각형의 한 변의 길이를 x m라고 하면 새로 만든 직사각형의 가로의 길이는 $(x-2)$ m, 세로의 길이는 $(x+4)$ m이므로

$(x-2)(x+4)=160$ …… ❶

$x^2+2x-8=160$, $x^2+2x-168=0$

$(x+14)(x-12)=0$

$\therefore x=-14$ 또는 $x=12$ …… ❷

이때 $x>2$이므로 $x=12$이다.

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 12 m이다. …… ❸

채점 기준	배점
❶ 이차방정식 세우기	2점
❷ 이차방정식 풀기	2점
❸ 처음 정사각형의 한 변의 길이 구하기	1점

29 이차방정식 $x^2+2(b-a)x-4a+4b-3=0$이 중근을 가지므로

$\{2(b-a)\}^2-4\times1\times(-4a+4b-3)=0$

$4(b-a)^2-4(-4a+4b-3)=0$

$(b-a)^2+4a-4b+3=0$

$(a-b)^2+4(a-b)+3=0$

$a-b=A$로 놓으면

$A^2+4A+3=0$, $(A+3)(A+1)=0$

$A=-3$ 또는 $A=-1$

즉, $a-b=-3$ 또는 $a-b=-1$ …… ❶

a, b가 될 수 있는 값은 1, 2, 3, 4, 6, 12이므로

(i) $a-b=-3$일 때

순서쌍 (a, b)는 $(1, 4)$, $(3, 6)$

(ii) $a-b=-1$일 때

순서쌍 (a, b)는 $(1, 2)$, $(2, 3)$, $(3, 4)$

(i), (ii)에서 순서쌍 (a, b)의 개수는 5이다. …… ❷

채점 기준	배점
❶ $a-b$의 값 구하기	3점
❷ 순서쌍 (a, b)의 개수 구하기	2점

30 가장 작은 반원의 반지름의 길이를 x cm라고 하면

$\frac{1}{2}\times\pi\times15^2-\frac{1}{2}\times\pi\times x^2-\frac{1}{2}\times\pi\times(15-x)^2=50\pi$ …… ❶

$15^2-x^2-(15-x)^2=100$, $2x^2-30x+100=0$

$x^2-15x+50=0$, $(x-5)(x-10)=0$

$\therefore x=5$ 또는 $x=10$

이때 $x<15-x$에서 $0<x<\frac{15}{2}$이므로 $x=5$ …… ❷

따라서 가장 작은 반원의 반지름의 길이는 5 cm이다.

채점 기준	배점
❶ 이차방정식 세우기	3점
❷ 가장 작은 반원의 반지름의 길이 구하기	2점

대단원 테스트 [1회] 115~120쪽

01 ④	**02** $x=1$	**03** ③	**04** 76	**05** 5
06 -3	**07** ③	**08** ③	**09** ⑤	**10** ④
11 ③	**12** $x=-1$		**13** ①	
14 $x=-3$ 또는 $x=3$			**15** ⑤	**16** -2
17 32	**18** ③	**19** ③	**20** 29	**21** 9
22 ③	**23** 24	**24** $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$		**25** 4
26 9	**27** 7 cm	**28** 5	**29** 4	**30** $\sqrt{5}+2$
31 $(-8+4\sqrt{6})$ cm			**32** 28	**33** -16
34 -1	**35** ②	**36** $\frac{1+\sqrt{21}}{2}$		**37** 23
38 $x=\frac{1}{5}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$			**39** 2	
40 $8-2\sqrt{10}$		**41** ④	**42** $\frac{1}{18}$	
43 $-3+3\sqrt{5}$		**44** 20	**45** $x=4$	

01 ① $2x+3=-x+1$에서 $3x+2=0$
② $x(x+1)=x^2+4x+5$에서 $x^2+x=x^2+4x+5$
$\therefore 3x+5=0$
③ $x^2+3x=x^2-2x+1$에서 $5x-1=0$
④ $2x(x^2+1)=2x^3-4x^2+1$에서
$2x^3+2x=2x^3-4x^2+1$
$\therefore 4x^2+2x-1=0$
⑤ $x^3+3x+1=-x^3-5x^2+3$에서
$2x^3+5x^2+3x-2=0$
따라서 x에 대한 이차방정식인 것은 ④이다.

02 $x^2-6x+5=0$에서 $(x-1)(x-5)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=5$
$2(x+2)^2=18$에서 $(x+2)^2=9$
$x+2=\pm3$ $\quad\therefore x=1$ 또는 $x=-5$
따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=1$이다.

03 $x=-2$를 $x^2-ax-8=0$에 대입하면
$(-2)^2-a\times(-2)-8=0$
$2a=4$ $\quad\therefore a=2$

04 $x^2-4x-5=0$에서 $(x+1)(x-5)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=5$
서로 다른 두 근의 합은 $(-1)+5=4$이므로
$x=4$를 $4x^2+3x-k=0$에 대입하면
$4\times4^2+3\times4-k=0$ $\quad\therefore k=76$

05 $x=-1$을 $x^2-ax-2a+1=0$에 대입하면
$(-1)^2-a\times(-1)-2a+1=0$
$-a=-2$ $\quad\therefore a=2$
즉 주어진 이차방정식은 $x^2-2x-3=0$이므로
$(x+1)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=3$
따라서 $b=3$이므로
$a+b=2+3=5$

06 $(x+5)^2=b+1$에서 $x+5=\pm\sqrt{b+1}$
$\therefore x=-5\pm\sqrt{b+1}$
따라서 $a=-5$, $b+1=3$이므로 $a=-5$, $b=2$
$\therefore a+b=-5+2=-3$

07 $(x-3)(x-5)=24$에서 $x^2-8x+15=24$
$x^2-8x=9$, $x^2-8x+16=25$
$\therefore (x-4)^2=25$
따라서 $p=-4$, $q=25$이므로
$p+q=-4+25=21$

08 $x-\dfrac{x^2-1}{3}=0.2(x+3)$의 양변에 15를 곱하면
$15x-5(x^2-1)=3(x+3)$
$15x-5x^2+5=3x+9$, $5x^2-12x+4=0$
$(5x-2)(x-2)=0$ $\quad\therefore x=\dfrac{2}{5}$ 또는 $x=2$
이때 $\alpha>\beta$이므로 $\alpha=2$, $\beta=\dfrac{2}{5}$
$\therefore \alpha-5\beta=2-5\times\dfrac{2}{5}=0$

09 $x^2-7x+2=0$에서
$x=\dfrac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-4\times1\times2}}{2\times1}=\dfrac{7\pm\sqrt{41}}{2}$
따라서 $a=7$, $b=41$이므로
$a+b=7+41=48$

10 $4x^2+7x+a=0$에서
$x=\dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times4\times a}}{2\times4}=\dfrac{-7\pm\sqrt{49-16a}}{8}$
따라서 $49-16a=17$이므로 $16a=32$
$\therefore a=2$

11 주어진 이차방정식의 근이 존재하지 않으려면
$(-2)^2-4\times4\times(3-k)<0$
$16k<44$ $\quad\therefore k<\dfrac{11}{4}$
따라서 가장 큰 정수 k의 값은 2이다.

12 $(x+1)(x-2)=2x-4$에서 $x^2-x-2=2x-4$
$x^2-3x+2=0$, $(x-1)(x-2)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=2$
이때 $a>b$이므로 $a=2$, $b=1$
$x^2+ax+b=0$, 즉 $x^2+2x+1=0$
$(x+1)^2=0$ $\quad\therefore x=-1$

13 $x-5=A$로 놓으면
$A^2+3A-28=0$
$(A+7)(A-4)=0$ $\quad\therefore A=-7$ 또는 $A=4$
즉 $x-5=-7$ 또는 $x-5=4$이므로
$x=-2$ 또는 $x=9$
따라서 두 근의 곱은
$-2\times9=-18$

14 $2x-1=A$로 놓으면
$A^2+2A-35=0$
$(A+7)(A-5)=0$ $\quad\therefore A=-7$ 또는 $A=5$
즉 $2x-1=-7$ 또는 $2x-1=5$이므로
$x=-3$ 또는 $x=3$

15 $x^2+ax+b=0$의 x의 계수와 상수항을 바꾸면
$x^2+bx+a=0$

$x^2+bx+a=0$의 두 근이 -2 또는 7이므로

$(x+2)(x-7)=0$에서 $x^2-5x-14=0$

$\therefore a=-14,\ b=-5$

따라서 처음 이차방정식은 $x^2-14x-5=0$이므로

$x=\dfrac{-(-7)\pm\sqrt{(-7)^2-1\times(-5)}}{1}=7\pm3\sqrt{6}$

16 $x^2+6x-4k+1=0$이 중근을 가지므로

$-4k+1=\left(\dfrac{6}{2}\right)^2$

$-4k=8 \qquad \therefore k=-2$

17 $x=a$를 $x^2+5x+3=0$에 대입하면

$a^2+5a+3=0 \qquad \therefore a^2+5a=-3$

$x=b$를 $x^2-3x-9=0$에 대입하면

$b^2-3b-9=0 \qquad \therefore b^2-3b=9$

$\therefore (a^2+5a+7)(2b^2-6b-10)$

$=\{(a^2+5a)+7\}\{2(b^2-3b)-10\}$

$=(-3+7)(2\times9-10)$

$=4\times8=32$

18 $x=a$를 이차방정식 $x^2-5x+1=0$에 대입하면

$a^2-5a+1=0$

$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면

$a-5+\dfrac{1}{a}=0 \qquad \therefore a+\dfrac{1}{a}=5$

$\therefore a^2+\dfrac{1}{a^2}=\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2-2=5^2-2=23$

19 $(x-3)^2=\dfrac{k}{2}+27$에서 $x-3=\pm\sqrt{\dfrac{k}{2}+27}$

$\therefore x=3\pm\sqrt{\dfrac{k}{2}+27}$

해가 정수가 되려면 $\dfrac{k}{2}+27$이 0 또는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

$\dfrac{k}{2}+27=36,\ 49,\ 64,\ \cdots$

$\therefore k=18,\ 44,\ 74,\ \cdots$

이때 $30\leq k\leq80$이므로 $k=44,\ 74$

따라서 모든 자연수 k의 값의 합은

$44+74=118$

20 왼쪽 면의 쪽수를 x라고 하면 오른쪽 면의 쪽수는 $x+1$이므로

$x(x+1)=210$

$x^2+x-210=0,\ (x+15)(x-14)=0$

$\therefore x=-15$ 또는 $x=14$

이때 $x>0$이므로 $x=14$

따라서 두 면의 쪽수는 14, 15이므로 구하는 합은

$14+15=29$

21 학생 한 명이 받는 초콜릿의 수를 x라고 하면 학생 수는 학생 한 명이 받는 초콜릿의 수보다 6만큼 크므로 $x+6$이다.

$x(x+6)=135$

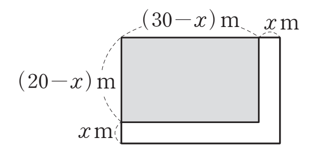
$x^2+6x-135=0,\ (x+15)(x-9)=0$

$\therefore x=-15$ 또는 $x=9$

이때 $x>0$이므로 $x=9$

따라서 학생 한 명이 받는 초콜릿은 9개이다.

22 길의 폭을 x m라고 하면 길을 제외한 잔디밭의 넓이는 가로의 길이가 $(30-x)$ m, 세로의 길이가 $(20-x)$ m인 직사각형의 넓이와 같으므로



$(30-x)(20-x)=416$

$600-50x+x^2=416,\ x^2-50x+184=0$

$(x-4)(x-46)=0 \qquad \therefore x=4$ 또는 $x=46$

이때 $0<x<20$이므로 $x=4$

따라서 길의 폭은 4 m이다.

23 연속하는 세 자연수를 $x-1,\ x,\ x+1$이라고 하면

$(x+1)^2=2x(x-1)-31$

$x^2+2x+1=2x^2-2x-31,\ x^2-4x-32=0$

$(x+4)(x-8)=0 \qquad \therefore x=-4$ 또는 $x=8$

이때 $x>1$이므로 $x=8$

따라서 세 자연수는 7, 8, 9이므로 구하는 합은

$7+8+9=24$

24 $\overline{AD}=x$라고 하면 $\square$ABFE는 정사각형이므로

$\overline{AB}=1$에서 $\overline{DE}=x-1$

이때 $\square ABCD \backsim \square DEFC$이므로

$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DC}:\overline{DE}$

$x:1=1:(x-1),\ x(x-1)=1$

$x^2-x-1=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times1\times(-1)}}{2\times1}$

$=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

이때 $x>0$이므로 $x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$이다.

25 $x=-4$를 $x^2+3x-a=0$에 대입하면

$(-4)^2+3\times(-4)-a=0$

$-a=-4 \qquad \therefore a=4$

즉 $x^2+3x-4=0$이므로

$(x+4)(x-1)=0 \qquad \therefore x=-4$ 또는 $x=1$

$2x^2-7x+5b=0$의 한 근이 $x=1$이므로
$2\times1-7\times1+5b=0$
$5b=5 \qquad \therefore b=1$
$\therefore ab=4\times1=4$

26 $x=3$을 $(a-2)x^2-a^2x+6a=0$에 대입하면
$(a-2)\times3^2-3a^2+6a=0$
$3a^2-15a+18=0$, $a^2-5a+6=0$
$(a-2)(a-3)=0 \qquad \therefore a=2$ 또는 $a=3$
이때 $(a-2)x^2-a^2x+6a=0$이 이차방정식이므로
$a=3$
즉 주어진 이차방정식은 $x^2-9x+18=0$이므로
$(x-3)(x-6)=0 \qquad \therefore x=3$ 또는 $x=6$
따라서 $b=6$이므로 $a+b=3+6=9$

27 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $(12-x)$ cm이므로
$x^2+(12-x)^2=74$
$2x^2-24x+144=74$, $x^2-12x+35=0$
$(x-5)(x-7)=0 \qquad \therefore x=5$ 또는 $x=7$
이때 $x>0$, $x>12-x$에서 $6<x<12$이므로 $x=7$
따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 7 cm이다.

28 두 정수를 x, $1-x$라고 하면
$x^2+(1-x)^2=13$
$2x^2-2x-12=0$, $x^2-x-6=0$
$(x+2)(x-3)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$
따라서 두 정수는 -2, 3이므로 두 수의 차는
$3-(-2)=5$

29 $2x^2+(6k-1)x-3k=0$에서 $(x+3k)(2x-1)=0$
$\therefore x=-3k$ 또는 $x=\frac{1}{2}$
이때 k는 자연수, $\alpha>\beta$이므로
$\alpha=\frac{1}{2}$, $\beta=-3k$
$4\alpha+\beta=-1$에서 $2-3k=-1$
$-3k=-3 \qquad \therefore k=1$
따라서 $\alpha=\frac{1}{2}$, $\beta=-3$이므로
$2\alpha-\beta=1-(-3)=4$

30 a, b, c가 유리수이고 한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}+2}=\sqrt{5}-2$이므로 다른 한 근은 $\sqrt{5}+2$이다.

31 작은 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 작은 정사각형의 둘레의 길이는 $4x$ cm이므로 큰 정사각형의 둘레의 길이는 $(16-4x)$ cm이다.
이때 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{16-4x}{4}=4-x$
두 정사각형의 넓이의 비가 $2:3$이므로
$x^2:(4-x)^2=2:3$
$2(4-x)^2=3x^2$, $2x^2-16x+32=3x^2$
$x^2+16x-32=0 \qquad \therefore x=-8\pm4\sqrt{6}$
이때 $x>0$이므로 $x=-8+4\sqrt{6}$
따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는
$(-8+4\sqrt{6})$ cm이다.

32 $x=m$을 $x^2-5x+1=0$에 대입하면
$m^2-5m+1=0$
$m\neq0$이므로 $m^2-5m+1=0$의 양변을 m으로 나누면
$m-5+\frac{1}{m}=0 \qquad \therefore m+\frac{1}{m}=5$
$m^2+\frac{1}{m^2}=\left(m+\frac{1}{m}\right)^2-2=5^2-2=23$
$$\therefore m^2+m+\frac{1}{m}+\frac{1}{m^2}=\left(m+\frac{1}{m}\right)+\left(m^2+\frac{1}{m^2}\right)=5+23=28$$

33 $4x^2-ax+16=0$이 중근을 가지므로
$(-a)^2-4\times4\times16=0$
$a^2=256 \qquad \therefore a=\pm16$
(i) $a=16$일 때
$4x^2-16x+16=0$, 즉 $x^2-4x+4=0$이므로
$(x-2)^2=0 \qquad \therefore x=2$
(ii) $a=-16$일 때
$4x^2+16x+16=0$, 즉 $x^2+4x+4=0$이므로
$(x+2)^2=0 \qquad \therefore x=-2$
(i), (ii)에서 음수인 중근을 가질 때의 a의 값은 -16이다.

34 $x^2+(2k+5)x+k^2=0$이 근을 가지려면
$(2k+5)^2-4k^2\geq0$
$20k\geq-25 \qquad \therefore k\geq-\frac{5}{4}$
따라서 가장 작은 정수 k의 값은 -1이다.

35 n단계에 있는 바둑돌의 개수는 $n(n+3)$이므로
$n(n+3)=504$에서 $n^2+3n-504=0$
$(n+24)(n-21)=0 \qquad \therefore n=-24$ 또는 $n=21$
이때 $n>0$이므로 $n=21$

36 $\sqrt{(x-5)^2+20x}=\sqrt{x^2+10x+25}$

$=\sqrt{(x+5)^2}$

$=x+5\ (\because x+5>0)$

$\sqrt{(x-5)^2+20x}=x^2$에서 $x+5=x^2$

$x^2-x-5=0 \qquad \therefore x=\frac{1\pm\sqrt{21}}{2}$

이때 $x>0$이므로 $x=\frac{1+\sqrt{21}}{2}$

37 (i) A반 학생 수가 짝수인 경우

A반 학생 수를 $2n$이라고 하면 홀수 번호 학생은 n명이므로 $n\times 2n=276$

$n^2=138$

n은 자연수이므로 n의 값은 없다.

(ii) A반 학생 수가 홀수인 경우

A반 학생 수를 $2n-1$이라고 하면 홀수 번호 학생은 n명이므로 $n(2n-1)=276$

$2n^2-n-276=0,\ (2n+23)(n-12)=0$

$\therefore n=-\frac{23}{2}$ 또는 $n=12$

이때 $n>0$이므로 $n=12$

(i), (ii)에서 A반 학생 수는 $2\times 12-1=23$

38 두 근이 2, 5이고 x^2의 계수가 a인 이차방정식은

$a(x-2)(x-5)=0 \qquad \therefore ax^2-7ax+10a=0$

$\therefore b=-7a,\ c=10a$ …… ㉠

㉠을 $cx^2+bx+a=0$에 대입하면

$10ax^2-7ax+a=0$

이때 $a\neq 0$이므로

$10x^2-7x+1=0,\ (5x-1)(2x-1)=0$

$\therefore x=\frac{1}{5}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

39 $\mathrm{A}(4,\ 0),\ \mathrm{B}(0,\ 8)$이므로 $\mathrm{P}(a,\ -2a+8)$이라고 하면

$\frac{1}{2}\times a\times(-2a+8)=\frac{1}{4}\times\left(\frac{1}{2}\times 4\times 8\right)$

$-a^2+4a=4,\ a^2-4a+4=0$

$(a-2)^2=0 \qquad \therefore a=2$

따라서 점 P의 x좌표는 2이다.

40 $x+4$가 가장 긴 변의 길이이므로

$(x+4)^2=(-x+6)^2+(x+2)^2$

$x^2-16x+24=0 \qquad \therefore x=8\pm 2\sqrt{10}$

이때 $x+4>-x+6,\ x+4<(-x+6)+(x+2)$에서

$1<x<4$이므로 $x=8-2\sqrt{10}$

41 $(a^2-a)x^2+3x=2x^2-ax+1$에서

$(a^2-a-2)x^2+(3+a)-1=0$

이 방정식이 x에 대한 이차방정식이 되려면 $a^2-a-2\neq 0$

$(a+1)(a-2)\neq 0$

$\therefore a\neq -1$이고 $a\neq 2$

42 $\frac{1}{2}x^2+ax+\frac{1}{2}b=0$이 중근을 가지려면

$a^2-4\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}b=0$

$a^2-b=0 \qquad \therefore a^2=b$

$a^2=b$를 만족시키는 $a,\ b$의 순서쌍 $(a,\ b)$는 $(1,\ 1)$, $(2,\ 4)$의 2가지

모든 경우의 수는 $6\times 6=36$이므로 구하는 확률은

$\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

43 $\angle\mathrm{ABC}=\angle\mathrm{ACB}=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$이므로

$\angle\mathrm{ABD}=\angle\mathrm{CBD}=\frac{1}{2}\angle\mathrm{ABC}=36^\circ$,

$\angle\mathrm{CDB}=180^\circ-(72^\circ+36^\circ)=72^\circ$

이때 $\triangle\mathrm{ABD}$, $\triangle\mathrm{BCD}$는 각각 $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{DB}}$, $\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BC}}$인 이등변삼각형이므로 $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{DB}}=\overline{\mathrm{BC}}=6$

따라서 $\triangle\mathrm{ABC}\backsim\triangle\mathrm{BCD}$ (AA 닮음)이므로

$\overline{\mathrm{CD}}=x$라고 하면 $\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{BC}}:\overline{\mathrm{CD}}$

$(x+6):6=6:x$

$x(x+6)=36,\ x^2+6x-36=0$

$\therefore x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-1\times(-36)}}{1}=-3\pm 3\sqrt{5}$

이때 $x>0$이므로 $x=-3+3\sqrt{5}$

44 2000원에서 x %만큼 인상하였을 때 가격은

$2000\left(1+\frac{x}{100}\right)$원, 400명에서 $2x$ %만큼 줄었을 때 입장객 수는 $400\left(1-\frac{2x}{100}\right)$이고, 입장료 인상 전의 수입의 28 %가 감소하였으므로

$2000\left(1+\frac{x}{100}\right)\times 400\left(1-\frac{2x}{100}\right)$

$=2000\times 400\times\left(1-\frac{28}{100}\right)$

$x^2+50x-1400=0,\ (x+70)(x-20)=0$

$\therefore x=-70$ 또는 $x=20$

이때 $x>0$이므로 $x=20$

45 $\sqrt{4}<\sqrt{7}<\sqrt{9}$이므로 $2<\sqrt{7}<3$

$\therefore 1<\sqrt{7}-1<2$

$\sqrt{7}-1$의 소수 부분은 $-2+\sqrt{7}$이므로

$x=-2\pm\sqrt{7}$에서 $x+2=\pm\sqrt{7}$

$(x+2)^2=7,\ x^2+4x+4=7$

$\therefore x^2+4x-3=0$

따라서 $m=4,\ n=-3$이므로

$x^2-3x-4=0$에서 $(x+1)(x-4)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=4$

이때 $2x-3<4x-5$에서 $x>1$이므로 $x=4$

대단원 테스트 [2회]				121~126쪽
01 ④	**02** ⑤	**03** ③	**04** ①	**05** ③
06 $x=-2$ 또는 $x=3$			**07** ②	**08** ②
09 22	**10** 3	**11** ⑤	**12** ①	**13** ⑤
14 ③	**15** 18가지		**16** ⑤	**17** ②
18 ②	**19** 30	**20** 6	**21** 10살	**22** ③
23 9 cm	**24** -4	**25** 6	**26** 5	**27** 1
28 $\frac{1}{2}x^2+18x+64=0$			**29** 4	**30** 8
31 28	**32** ③	**33** ⑤	**34** 2월 17일	
35 -2	**36** 2	**37** $\frac{5}{36}$	**38** 30	**39** $3-\sqrt{3}$
40 55	**41** $(9-3\sqrt{5})$ cm		**42** ①, ⑤	**43** 50
44 6	**45** $k\le-14$			

01 $x^2-8x+15=0$에서 $(x-3)(x-5)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=5$

$2x^2-9x+9=0$에서 $(2x-3)(x-3)=0$

$\therefore x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=3$

따라서 두 이차방정식의 공통인 근은 $x=3$

02 $x=2$를 $2x^2+ax-14=0$에 대입하면

$2\times2^2+2a-14=0$

$2a=6 \qquad \therefore a=3$

$2x^2+3x-14=0$에서 $(2x+7)(x-2)=0$

$\therefore x=-\frac{7}{2}$ 또는 $x=2$

따라서 $b=-\frac{7}{2}$이므로

$a+b=3+\left(-\frac{7}{2}\right)=-\frac{1}{2}$

03 $5(x-2)^2=30$에서 $(x-2)^2=6$

$x-2=\pm\sqrt{6} \qquad \therefore x=2\pm\sqrt{6}$

따라서 $a=2$, $b=6$이므로

$a+b=2+6=8$

04 $2(x+3)^2=14$에서 $(x+3)^2=7$

$x+3=\pm\sqrt{7} \qquad \therefore x=-3\pm\sqrt{7}$

05 $9x^2-3x-2=0$에서 $(3x+1)(3x-2)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{2}{3}$

따라서 두 근의 합은

$-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

06 두 근이 -3, 4이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+3)(x-4)=0 \qquad \therefore x^2-x-12=0$

A는 x의 계수를 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 x의 계수는 -1이다.

두 근이 -1, 6이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+1)(x-6)=0 \qquad \therefore x^2-5x-6=0$

B는 상수항을 바르게 보았으므로 처음 이차방정식의 상수항은 -6이다.

따라서 처음 이차방정식은 $x^2-x-6=0$이므로

$(x+2)(x-3)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=3$

07 $x^2+(4k-3)x+9=0$이 중근을 가지려면

$\left(\frac{4k-3}{2}\right)^2=9$

$(4k-3)^2=36$, $4k-3=\pm6$

$4k=-3$ 또는 $4k=9$

$\therefore k=-\frac{3}{4}$ 또는 $k=\frac{9}{4}$

따라서 모든 k의 값의 곱은

$-\frac{3}{4}\times\frac{9}{4}=-\frac{27}{16}$

08 $4x^2-11x-3=0$에서 $(4x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-\frac{1}{4}$ 또는 $x=3$

이때 $x^2+ax+b=0$의 두 근은

$x=-\frac{1}{4}+1=\frac{3}{4}$ 또는 $x=3+1=4$

따라서 두 근이 $\frac{3}{4}$, 4이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$\left(x-\frac{3}{4}\right)(x-4)=0 \qquad \therefore x^2-\frac{19}{4}x+3=0$

따라서 $a=-\frac{19}{4}$, $b=3$이므로

$a+b=-\frac{19}{4}+3=-\frac{7}{4}$

09 $x^2-18x+6k+3=0$이 중근을 가지므로

$6k+3=\left(\frac{-18}{2}\right)^2$

$6k=78 \qquad \therefore k=13$

따라서 $x^2-18x+81=0$에서 $(x-9)^2=0$

$\therefore x=9 \qquad \therefore m=9$

$\therefore k+m=13+9=22$

10 $x-y=A$로 놓으면

$A(A-6)+9=0$

$A^2-6A+9=0$, $(A-3)^2=0$

$\therefore A=3$

$\therefore x-y=3$

11 $2x+1=A$로 놓으면

$A^2+2A-24=0$

$(A+6)(A-4)=0 \qquad \therefore A=-6$ 또는 $A=4$
즉 $2x+1=-6$ 또는 $2x+1=4$이므로
$2x=-7$ 또는 $2x=3$
$\therefore x=-\frac{7}{2}$ 또는 $x=\frac{3}{2}$
이때 $\alpha>\beta$이므로 $\alpha=\frac{3}{2}$, $\beta=-\frac{7}{2}$
$\therefore \alpha-\beta=\frac{3}{2}-\left(-\frac{7}{2}\right)=5$

12 $x+2=A$로 놓으면
$A^2+3A+2=0$
$(A+2)(A+1)=0$
$\therefore A=-2$ 또는 $A=-1$
즉 $x+2=-2$ 또는 $x+2=-1$이므로
$x=-4$ 또는 $x=-3$
이때 $\alpha>\beta$이므로 $\alpha=-3$, $\beta=-4$
$\therefore 2\alpha+\beta=2\times(-3)+(-4)=-10$

13 $x^2-4x+k=0$이 서로 다른 두 근을 가지므로
$(-4)^2-4\times k>0$
$-4k>-16 \qquad \therefore k<4$
따라서 상수 k의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

14 $x^2+2kx+k+2=0$의 x의 계수와 상수항을 바꾸면
$x^2+(k+2)x+2k=0$
$x=2$를 $x^2+(k+2)x+2k=0$에 대입하면
$2^2+2\times(k+2)+2k=0$
$4k=-8 \qquad \therefore k=-2$
따라서 처음 이차방정식은 $x^2-4x=0$이므로
$x(x-4)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=4$

15 $ax^2+bx+c=0$이 이차방정식이 되려면 $a\neq0$이어야 하므로
a가 될 수 있는 값은 0을 제외한 1, 3, 4의 3가지
b가 될 수 있는 값은 a의 값을 제외한 3가지
c가 될 수 있는 값은 a, b의 값을 제외한 2가지
따라서 구하는 경우는
$3\times3\times2=18$(가지)

16 $x=a$를 $x^2-7x+2=0$에 대입하면
$a^2-7a+2=0$
$a\neq0$이므로 양변을 a로 나누면
$a-7+\frac{2}{a}=0 \qquad \therefore a+\frac{2}{a}=7$

17 $x=3+2\sqrt{2}$에서 $x-3=2\sqrt{2}$
$(x-3)^2=8$, $x^2-6x+9=8$
$x^2-6x+1=0$
따라서 $p=-6$, $q=1$이므로
$p+q=-6+1=-5$

18 $x^2-3x+a-2=0$에서
$$x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times1\times(a-2)}}{2\times1}$$
$$=\frac{3\pm\sqrt{17-4a}}{2}$$
해가 모두 유리수가 되려면 $17-4a$가 0 또는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
이때 a가 자연수이므로
$17-4a=0, 1, 4, 9$
$\therefore a=\frac{17}{4}, 4, \frac{13}{4}, 2$
따라서 모든 자연수 a의 값의 합은
$4+2=6$

19 연속하는 두 짝수를 x, $x+2$라고 하면
$x^2+(x+2)^2=452$
$2x^2+4x-448=0$, $x^2+2x-224=0$
$(x+16)(x-14)=0 \qquad \therefore x=-16$ 또는 $x=14$
이때 $x>0$이므로 $x=14$
따라서 두 짝수는 14, 16이므로 구하는 합은
$14+16=30$

20 두 근이 3, 4이고 x^2의 계수가 a인 이차방정식은
$a(x-3)(x-4)=0 \qquad \therefore ax^2-7ax+12a=0$
$-7a=b$, $12a=-12$이므로 $a=-1$, $b=7$
$\therefore a+b=-1+7=6$

21 형의 나이를 x살이라고 하면 동생의 나이는 $(x-3)$살이므로
$x^2=10(x-3)+30$
$x^2=10x$, $x^2-10x=0$
$x(x-10)=0 \qquad \therefore x=0$ 또는 $x=10$
이때 $x>0$이므로 $x=10$
따라서 형의 나이는 10살이다.

22 $-5t^2+25t=20$에서 $t^2-5t+4=0$
$(t-1)(t-4)=0 \qquad \therefore t=1$ 또는 $t=4$
폭죽이 올라갔다가 내려오면서 터졌으므로 폭죽을 쏘아 올린 지 4초 후에 터졌다.

23 둘레의 길이가 30 cm이므로 가로의 길이와 세로의 길이의 합은 $\frac{30}{2}=15$(cm)
가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이는 $(15-x)$ cm이므로
$x(15-x)=54$
$-x^2+15x=54$, $x^2-15x+54=0$
$(x-6)(x-9)=0 \qquad \therefore x=6$ 또는 $x=9$

이때 가로의 길이는 세로의 길이보다 더 길어야 하므로

$x=9$

따라서 직사각형의 가로의 길이는 9 cm이다.

24 a, b는 유리수이므로 다른 한 근은 $2+\sqrt{5}$이다.

$x=2\pm\sqrt{5}$에서 $x-2=\pm\sqrt{5}$

$(x-2)^2=5$, $x^2-4x+4=5$

$\therefore x^2-4x-1=0$

따라서 $a=4$, $b=-1$이므로

$ab=4\times(-1)=-4$

25 $(x+1)^2=6k$에서 $x+1=\pm\sqrt{6k}$

$\therefore x=-1\pm\sqrt{6k}$

해가 정수가 되려면 $6k$가 0 또는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

$6k=0, 1, 4, \cdots$

$\therefore k=0, \frac{1}{6}, \frac{2}{3}, \cdots$

따라서 가장 작은 자연수 k의 값은 $6k=36$에서 $k=6$

26 $x=m$을 $x^2-6x-9=0$에 대입하면

$m^2-6m-9=0$

$m\neq0$이므로 $m^2-6m-9=0$의 양변을 m으로 나누면

$m-6-\frac{9}{m}=0 \qquad \therefore m-\frac{9}{m}=6$

$m-\frac{9}{m}=6$의 양변을 3으로 나누면

$\frac{m}{3}-\frac{3}{m}=2$

$\therefore \frac{m}{3}-\frac{3}{m}+3=2+3=5$

27 $x^2+3x+2(k-1)=0$에서

$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2(k-1)}}{2\times1}$

$=\frac{-3\pm\sqrt{17-8k}}{2}$

이때 두 근의 차가 3이므로

$\frac{-3+\sqrt{17-8k}}{2}-\frac{-3-\sqrt{17-8k}}{2}=3$

$\sqrt{17-8k}=3$, $17-8k=9$

$8k=8 \qquad \therefore k=1$

28 두 근이 -4, 8이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x+4)(x-8)=0 \qquad \therefore x^2-4x-32=0$

$\therefore a=-4$, $b=-32$

따라서 두 근이 -32, -4이고 x^2의 계수가 $\frac{1}{2}$인 이차방정식은

$\frac{1}{2}(x+32)(x+4)=0$

$\therefore \frac{1}{2}x^2+18x+64=0$

29 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x라고 하면 큰 정사각형의 둘레의 길이는 $4x$이므로 작은 정사각형의 둘레의 길이는 $(24-4x)$이다.

이때 작은 정사각형의 한 변의 길이는 $\frac{24-4x}{4}=6-x$

두 정사각형의 넓이의 비가 $4:1$이므로

$x^2:(6-x)^2=4:1$

$4(6-x)^2=x^2$, $x^2-16x+48=0$

$(x-4)(x-12)=0 \qquad \therefore x=4$ 또는 $x=12$

이때 $3<x<6$이므로 $x=4$

따라서 큰 정사각형의 한 변의 길이는 4이다.

30 $x=p$를 $x^2+x-5=0$에 대입하면

$p^2+p-5=0 \qquad \therefore p^2+p=5$

$x=q$를 $x^2-3x+1=0$에 대입하면

$q^2-3q+1=0$

$q\neq0$이므로 $q^2-3q+1=0$의 양변을 q로 나누면

$q-3+\frac{1}{q}=0 \qquad \therefore q+\frac{1}{q}=3$

$\therefore p^2+p+q+\frac{1}{q}=5+3=8$

31 일의 자리 숫자를 x라고 하면 십의 자리 숫자는 $10-x$이므로

$x(10-x)=\frac{1}{4}\times x^2$

$5x^2-40x=0$, $5x(x-8)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=8$

이때 $x>0$이므로 $x=8$

따라서 구하는 수는 28이다.

32 $\frac{(x+3)^2}{4}+\frac{3(x+3)}{2}=-\frac{5}{4}$의 양변에 4를 곱하면

$(x+3)^2+6(x+3)=-5$

$x+3=A$로 놓으면

$A^2+6A=-5$

$A^2+6A+5=0$, $(A+5)(A+1)=0$

$\therefore A=-5$ 또는 $A=-1$

즉 $x+3=-5$ 또는 $x+3=-1$

$\therefore x=-8$ 또는 $x=-4$

이때 $a<b$이므로 $a=-8$, $b=-4$

$\therefore a-b=-8-(-4)=-4$

33 x초 후의 가로의 길이는 $(20-x)$ cm, 세로의 길이는 $(16+2x)$ cm이므로 x초 후에 처음 직사각형의 넓이와 같아진다고 하면

$(20-x)(16+2x)=20\times16$

$320+24x-2x^2=320$, $x^2-12x=0$

$x(x-12)=0$ $\quad\therefore x=0$ 또는 $x=12$

이때 $x>0$이므로 $x=12$

따라서 12초 후에 넓이가 처음 직사각형의 넓이와 같아진다.

34 지수의 생일을 2월 x일이라고 하면 슬기의 생일은 2월 $(x-7)$일이므로

$x^2=2(x-7)^2+89$

$x^2-28x+187=0$, $(x-11)(x-17)=0$

$\therefore x=11$ 또는 $x=17$

이때 슬기가 태어난 날의 수는 두 자리 수이므로 지수의 생일은 2월 17일이다.

35 $x^2+5x-3a=0$의 두 근을 $2k$, $3k$라고 하면

$(x-2k)(x-3k)=0$

$x^2-5kx+6k^2=0$

$-5k=5$에서 $k=-1$

$6k^2=-3a$에서 $6=-3a$이므로 $a=-2$

36 $x^2+4ax-5a+6=0$이 중근을 가지려면

$\left(\dfrac{4a}{2}\right)^2=-5a+6$

$4a^2=-5a+6$, $4a^2+5a-6=0$

$(a+2)(4a-3)=0$ $\quad\therefore a=-2$ 또는 $a=\dfrac{3}{4}$

(i) $a=-2$일 때

$x^2-8x+16=0$에서 $(x-4)^2=0$

$\therefore x=4$

$\therefore b=4$

(ii) $a=\dfrac{3}{4}$일 때

$x^2+3x+\dfrac{9}{4}=0$에서 $\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2=0$

$\therefore x=-\dfrac{3}{2}$

중근이 양수이므로 주어진 조건을 만족시키지 않는다.

(i), (ii)에서 $a=-2$, $b=4$이므로

$a+b=-2+4=2$

37 $x^2-7x+6=0$에서 $(x-1)(x-6)=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=6$

두 주사위에서 나온 눈의 수를 순서쌍으로 나타내면

(i) 눈의 수의 합이 1인 경우는 없다.

(ii) 눈의 수의 합이 6인 경우는

$(1, 5)$, $(2, 4)$, $(3, 3)$, $(4, 2)$, $(5, 1)$의 5가지

모든 경우의 수는 $6\times6=36$이므로

(i), (ii)에서 구하는 확률은 $\dfrac{5}{36}$

38 $2^{20}-1=(2^{10}+1)(2^5+1)(2^5-1)$

$\quad=(2^{10}+1)\times33\times31$

이므로

$a=31$, $b=33$

즉 주어진 이차방정식은 $x^2+31x+30=0$이므로

$(x+30)(x+1)=0$

$\therefore x=-30$ 또는 $x=-1$

따라서 구하는 두 근의 곱은

$-30\times(-1)=30$

39 $\overline{PQ}=x$라고 하면

$\triangle PBQ\backsim\triangle ABC$ (AA 닮음)이므로

$\overline{BQ}:\overline{BC}=\overline{PQ}:\overline{AC}$

$\overline{BQ}:8=x:6$, $6\overline{BQ}=8x$ $\quad\therefore \overline{BQ}=\dfrac{4}{3}x$

$\therefore \overline{QC}=\overline{BC}-\overline{BQ}=8-\dfrac{4}{3}x$

$\square PQCR=\dfrac{1}{3}\triangle ABC$이므로

$x\left(8-\dfrac{4}{3}x\right)=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times8\times6\right)$

$-\dfrac{4}{3}x^2+8x-8=0$, $x^2-6x+6=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-1\times6}}{1}=3\pm\sqrt{3}$

이때 $0<x<3$이므로 $\overline{PQ}=3-\sqrt{3}$

40 연속하는 다섯 개의 자연수를 $x-2$, $x-1$, x, $x+1$, $x+2$라고 하면

$(x+2)^2+(x-2)^2=(x-1)^2+x^2+(x+1)^2-115$

$x^2=121$ $\quad\therefore x=\pm11$

이때 $x>0$이므로 $x=11$

따라서 연속하는 다섯 개의 자연수는 9, 10, 11, 12, 13이므로 구하는 합은

$9+10+11+12+13=55$

41 $\overline{BC}=x$ cm라고 하면

$\overline{AC}=6-x$ (cm)이고 $\square AGDE=\square ABFG$이므로

$\dfrac{1}{2}\times\{(6-x)+(6-2x)\}\times(6-x)$

$=\dfrac{1}{2}\times(x+6)\times x$

$2x^2-36x+72=0$, $x^2-18x+36=0$

$\therefore x=\dfrac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-1\times36}}{1}=9\pm3\sqrt{5}$

$6-x>x$에서 $0<x<3$이므로 $x=9-3\sqrt{5}$
따라서 $\overline{BC}$의 길이는 $(9-3\sqrt{5})$ cm이다.

42 $x=m$을 $x^2-3x+m=0$에 대입하면
$m^2-3m+m=0$
$m^2-2m=0$, $m(m-2)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=2$
(i) $m=0$일 때
$x^2-3x=0$에서 $x(x-3)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=3$
따라서 $m=0$, $n=3$이므로 $m-n=0-3=-3$
(ii) $m=2$일 때
$x^2-3x+2=0$에서 $(x-1)(x-2)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=2$
따라서 $m=2$, $n=1$이므로 $m-n=2-1=1$
(i), (ii)에서 $m-n$의 값은 -3 또는 1이다.

43 $(x-2)\star(x-4)=-1$에서
$(x-2)(x-4)+(x-2)+(x-4)=-1$
$x^2-4x+3=0$, $(x-1)(x-3)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=3$
이때 $\alpha<\beta$이므로 $\alpha=1$, $\beta=3$
$\therefore 2\alpha-\beta=2\times1-3=-1$
$\therefore (2\alpha-\beta)+2(2\alpha-\beta)^2+3(2\alpha-\beta)^3+4(2\alpha-\beta)^4+\cdots+100(2\alpha-\beta)^{100}$
$=-1+2-3+4-\cdots+100=50$

44 두 밑면의 넓이의 비가 $4:1$이므로 두 밑면의 반지름의 길이의 비는 $2:1$이다.
즉, 원뿔대 모양의 그릇의 높이와 잘린 원뿔의 높이는 모두 $x+2$이다.
따라서 원뿔대 모양의 그릇의 부피는
$\frac{1}{3}\times4x\times(2x+4)-\frac{1}{3}\times x\times(x+2)=112$
$7x^2+14x-336=0$, $x^2+2x-48=0$
$(x+8)(x-6)=0$ $\quad\therefore x=-8$ 또는 $x=6$
이때 $x>0$이므로 $x=6$

45 $x^2+4x+4=2x+7$에서 $x^2+2x-3=0$
$(x+3)(x-1)=0$ $\quad\therefore x=-3$ 또는 $x=1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
$2(x-4)<k$에서 $2x-8<k$
$2x<k+8$ $\quad\therefore x<\frac{k+8}{2}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 동시에 만족시키는 x의 값이 존재하지 않으려면
$\frac{k+8}{2}\le-3$
$k+8\le-6$ $\quad\therefore k\le-14$

Ⅳ. 이차함수

1. 이차함수의 그래프 (1)

01. 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

소단원 테스트 [1회] 129~130쪽

01 ⑤	**02** $a\neq0$이고 $a\neq1$	**03** ⑤	**04** ①	
05 ③	**06** ①	**07** $-3<a<0$	**08** ④	
09 ③	**10** ④	**11** ②	**12** $-\frac{1}{2}$	**13** ①
14 ④	**15** -1	**16** $\frac{16}{3}$	**17** ②, ③	**18** -6
19 24	**20** 8			

01 ③ $y=5x(x^2+1)=5x^3+5x$
④ $y=(x+1)+(x-1)+2=2x+2$
⑤ $y=x(x^2-x)-x^3=-x^2$
따라서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 ⑤이다.

02 $y=a^2x^2+3x-ax^2+ax-7$
$=(a^2-a)x^2+(3+a)x-7$
이 함수가 x에 대한 이차함수가 되려면
$a^2-a\neq0$, $a(a-1)\neq0$
$\therefore a\neq0$이고 $a\neq1$

03 $f(3)=2\times3^2-3\times3+1=10$

04 $f(-1)=-(-1)^2+3\times(-1)=-4$
$f(1)=-1^2+3\times1=2$
$\therefore f(-1)+f(1)=-4+2=-2$

05 $f(a)=a^2-3a-4=6$이므로
$a^2-3a-10=0$, $(a+2)(a-5)=0$
$\therefore a=-2$ 또는 $a=5$
이때 a는 자연수이므로 $a=5$

06 그래프가 아래로 볼록하므로 x^2의 계수가 양수이어야 한다.
x^2의 계수가 양수인 이차함수의 x^2의 계수의 절댓값의 대소를 비교하면
$3>\frac{2}{3}$
따라서 그래프가 아래로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은 ①이다.

07 $y=ax^2$의 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
$y=3x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로 $|a|<|3|$
$\therefore -3<a<0$

08 ④ $y=x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

09 그래프의 축의 방정식이 $x=0$이고 위로 볼록하므로 $x>0$에서 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소한다.

10 $y=x^2$의 그래프가 점 $(a, 9)$를 지나므로
$9=a^2$ $\quad\therefore a=\pm3$
이때 a는 양수이므로 $a=3$

11 ① $x=-3$, $y=-\frac{9}{2}$를 $y=\frac{1}{2}x^2$에 대입하면
$-\frac{9}{2}\neq\frac{1}{2}\times(-3)^2$
② $x=-2$, $y=2$를 $y=\frac{1}{2}x^2$에 대입하면
$2=\frac{1}{2}\times(-2)^2$
③ $x=-1$, $y=-\frac{1}{2}$을 $y=\frac{1}{2}x^2$에 대입하면
$-\frac{1}{2}\neq\frac{1}{2}\times(-1)^2$
④ $x=2$, $y=1$을 $y=\frac{1}{2}x^2$에 대입하면
$1\neq\frac{1}{2}\times2^2$
⑤ $x=3$, $y=\frac{3}{2}$을 $y=\frac{1}{2}x^2$에 대입하면
$\frac{3}{2}\neq\frac{1}{2}\times3^2$
따라서 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프 위의 점인 것은 ②이다.

12 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(2, -1)$을 지나므로
$-1=a\times2^2$ $\quad\therefore a=-\frac{1}{4}$
따라서 $y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프가 점 $(-1, b)$를 지나므로
$b=-\frac{1}{4}\times(-1)^2=-\frac{1}{4}$
$\therefore a+b=-\frac{1}{4}+\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{1}{2}$

13 $y=5x^2$의 그래프가 점 $(2, a)$를 지나므로
$a=5\times2^2=20$
$y=5x^2$의 그래프가 $y=bx^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이므로 $b=-5$
$\therefore a+b=20+(-5)=15$

14 $y=ax^2$의 함숫값이 $y=x^2$의 함숫값의 4배이므로 $a=4$
$y=4x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은
$y=-4x^2$
이 그래프가 점 $(-1, b)$를 지나므로
$b=-4\times(-1)^2=-4$
$\therefore a-b=4-(-4)=8$

15 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(1, 3)$을 지나므로 $3=a$
$y=bx^2$의 그래프가 점 $(3, -3)$을 지나므로
$-3=b\times3^2$ $\quad\therefore b=-\frac{1}{3}$
$\therefore ab=3\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-1$

16 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라고 하면 이 그래프가 점 $(-3, -12)$를 지나므로
$-12=a\times(-3)^2$ $\quad\therefore a=-\frac{4}{3}$
따라서 $y=-\frac{4}{3}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 포물선의 식은 $y=\frac{4}{3}x^2$
이 그래프가 점 $(2, k)$를 지나므로
$k=\frac{4}{3}\times2^2=\frac{16}{3}$

17 두 이차함수의 그래프가 x축에 대하여 대칭이려면 x^2의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이어야 한다.
따라서 그래프가 x축에 대하여 대칭인 것은 ㄱ과 ㅁ, ㄷ과 ㄹ이다.

18 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라고 하면 이 그래프가 점 $(-8, 32)$를 지나므로
$32=a\times(-8)^2$ $\quad\therefore a=\frac{1}{2}$
따라서 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프가 점 $(p, 18)$을 지나므로
$18=\frac{1}{2}p^2$, $p^2=36$ $\quad\therefore p=\pm6$
이때 p는 음수이므로 $p=-6$

19 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 $f(x)=ax^2$이라고 하면 $y=f(x)$의 그래프가 점 $(3, 6)$을 지나므로
$6=a\times3^2$ $\quad\therefore a=\frac{2}{3}$
따라서 $f(x)=\frac{2}{3}x^2$이므로
$f(-6)=\frac{2}{3}\times(-6)^2=24$

20 점 D의 x좌표를 a $(a>0)$라고 하면
$\mathrm{D}(a, -a^2)$, $\mathrm{A}(-a, -a^2)$, $\mathrm{C}(a, -3)$이므로
$\overline{\mathrm{AD}}=a-(-a)=2a$
$\overline{\mathrm{DC}}=-a^2-(-3)=-a^2+3$
이때 □ABCD에서 $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{DC}}$이므로
$2a=-a^2+3$, $a^2+2a-3=0$
$(a+3)(a-1)=0$
$\therefore a=-3$ 또는 $a=1$
이때 $a>0$이므로 $a=1$
따라서 $\overline{\mathrm{AD}}=2$이므로 □ABCD의 둘레의 길이는
$4\times2=8$

소단원 테스트 [2회]

131~132쪽

01 ③	**02** ⑤	**03** ①	**04** 4	**05** 3
06 ⑤	**07** 2	**08** ㄹ, ㄷ, ㄱ, ㄴ		
09 $-1<a<0$	**10** 4	**11** ①, ③	**12** ①	
13 $-\frac{1}{9}$	**14** 16	**15** $-\frac{1}{4}$	**16** $y=-\frac{1}{2}x^2$	
17 $-\frac{8}{9}$	**18** ②	**19** ④	**20** 2	

01 ㄷ. $y=2x(x-1)=2x^2-2x$
ㄹ. $y=-(x+1)^2=-x^2-2x-1$
따라서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 ㄷ, ㄹ, ㅂ의 3개이다.

02 ① $y=25x$
② $y=60x$
③ $y=4(x+5)=4x+20$
④ $y=\frac{1}{2}\times 6\times x=3x$
⑤ $y=6x^2$
따라서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 ⑤이다.

03 $y=kx(x-1)+2x^2+6$
$=(k+2)x^2-kx+6$
이 함수가 x에 대한 이차함수가 되려면
$k+2\neq 0$ $\quad\therefore k\neq -2$

04 $f(-1)=3\times(-1)^2-4\times(-1)+2=9$
$f(1)=3\times 1^2-4\times 1+2=1$
$f(0)=2$
$\therefore \frac{f(-1)-f(1)}{f(0)}=\frac{9-1}{2}=4$

05 $f(a)=a^2-3a+2=0$이므로
$(a-1)(a-2)=0$
$\therefore a=1$ 또는 $a=2$
따라서 모든 a의 값의 합은
$1+2=3$

06 $f(-1)=3\times(-1)^2-a\times(-1)+5=14$이므로
$a+8=14$ $\quad\therefore a=6$

07 그래프가 위로 볼록하려면 x^2의 계수가 음수이어야 한다.
따라서 그래프가 위로 볼록한 것은 $y=-x^2$, $y=-\frac{2}{5}x^2$의 2개이다.

08 주어진 이차함수의 x^2의 계수의 절댓값의 대소를 비교하면
$\left|-\frac{5}{3}\right|>\left|\frac{3}{2}\right|>|-1|>\left|\frac{1}{2}\right|$
따라서 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례대로 나열하면 ㄹ, ㄷ, ㄱ, ㄴ이다.

09 $y=ax^2$의 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
$y=-x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로 $|a|<|-1|$
$\therefore -1<a<0$

10 $y=ax^2$의 함숫값이 $y=x^2$의 함숫값의 2배이므로 $a=2$
$y=2x^2$의 그래프가 $y=bx^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이므로 $b=-2$
$\therefore a-b=2-(-2)=4$

11 ① $x=-1$, $y=2$를 $y=-2x^2$에 대입하면
$2\neq -2\times(-1)^2$
③ 위로 볼록한 포물선이다.
따라서 옳지 않은 것은 ①, ③이다.

12 ① $x=-6$, $y=54$를 $y=-\frac{3}{2}x^2$에 대입하면
$54\neq -\frac{3}{2}\times(-6)^2$
② $x=-\frac{1}{2}$, $y=-\frac{3}{8}$을 $y=-\frac{3}{2}x^2$에 대입하면
$-\frac{3}{8}=-\frac{3}{2}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2$
③ $x=0$, $y=0$을 $y=-\frac{3}{2}x^2$에 대입하면
$0=0$
④ $x=2$, $y=-6$을 $y=-\frac{3}{2}x^2$에 대입하면
$-6=-\frac{3}{2}\times 2^2$
⑤ $x=4$, $y=-24$를 $y=-\frac{3}{2}x^2$에 대입하면
$-24=-\frac{3}{2}\times 4^2$
따라서 이차함수 $y=-\frac{3}{2}x^2$의 그래프 위의 점이 아닌 것은 ①이다.

13 $y=-x^2$의 그래프가 점 $\left(-\frac{1}{3}, k\right)$를 지나므로
$k=-\left(-\frac{1}{3}\right)^2=-\frac{1}{9}$

14 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(-1, -2)$를 지나므로
$-2=a\times(-1)^2$ $\quad\therefore a=-2$
따라서 $y=-2x^2$의 그래프가 점 $(2, b)$를 지나므로
$b=-2\times 2^2=-8$
$\therefore ab=-2\times(-8)=16$

15 $y=3x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은
$y=-3x^2$
이 그래프가 점 $(2a, 3a)$를 지나므로
$3a=-3\times(2a)^2$, $3a=-12a^2$
$4a^2+a=0$, $a(4a+1)=0$
$\therefore a=0$ 또는 $a=-\frac{1}{4}$
이때 $a\neq 0$이므로 $a=-\frac{1}{4}$

16 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라고 하면 이 그래프가 점 $(2,\ -2)$를 지나므로

$-2=a\times2^2 \qquad \therefore\ a=-\frac{1}{2}$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-\frac{1}{2}x^2$

17 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라고 하면 이 그래프가 점 $(-2,\ -6)$을 지나므로

$-6=a\times(-2)^2 \qquad \therefore\ a=-\frac{3}{2}$

따라서 $y=-\frac{3}{2}x^2$의 그래프가 점 $\left(k,\ -\frac{4}{3}\right)$를 지나므로

$-\frac{4}{3}=-\frac{3}{2}k^2,\ k^2=\frac{8}{9} \qquad \therefore\ k=\pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$

따라서 모든 k의 값의 곱은

$\frac{2\sqrt{2}}{3}\times\left(-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)=-\frac{8}{9}$

18 ① $x=-3,\ y=-18$을 $y=-3x^2$에 대입하면

$-18\neq-3\times(-3)^2$

② $x=-3,\ y=-18$을 $y=-2x^2$에 대입하면

$-18=-2\times(-3)^2$

③ $x=-3,\ y=-18$을 $y=2x^2$에 대입하면

$-18\neq2\times(-3)^2$

④ $x=-3,\ y=-18$을 $y=3x^2$에 대입하면

$-18\neq3\times(-3)^2$

⑤ $x=-3,\ y=-18$을 $y=6x^2$에 대입하면

$-18\neq6\times(-3)^2$

따라서 그래프가 점 $(-3,\ -18)$을 지나는 것은 ②이다.

19 $y=5x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은 $y=-5x^2$

① 제3사분면과 제4사분면을 지난다.

② 위로 볼록한 포물선이다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ 0)$이다.

⑤ 축의 방정식은 $x=0$이다.

20 $\overline{\mathrm{PA}}:\overline{\mathrm{PB}}=2:1$이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{PC}}=\overline{\mathrm{CD}}$

점 D의 y좌표가 8이므로

$8=\frac{1}{2}x^2,\ x^2=16$

$\therefore\ x=\pm4$

이때 점 D는 제1사분면 위의 점이므로 $x=4$

$\therefore\ \mathrm{D}(4,\ 8)$

$\overline{\mathrm{PC}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{PD}}=2$이므로 $\mathrm{C}(2,\ 8)$

$y=ax^2$의 그래프가 점 $\mathrm{C}(2,\ 8)$을 지나므로

$8=a\times2^2 \qquad \therefore\ a=2$

02. 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

소단원 테스트 [1회] 133~134쪽

01 ③	**02** 6	**03** $x=4$	**04** ⑤	**05** ③
06 ①	**07** ④	**08** ②	**09** -10	**10** ③
11 2	**12** $x<1$	**13** ②	**14** ③	**15** 1
16 ⑤	**17** 0	**18** ④	**19** $x>2$	
20 $a<0,\ p>0,\ q>0$				

01 $y=-2x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-2x^2+4$

이 그래프가 점 $(-2,\ a)$를 지나므로

$a=-2\times(-2)^2+4=-4$

02 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 8)$이므로 이차함수의 식을 $f(x)=ax^2+8$이라고 하면 $y=f(x)$의 그래프가 점 $(-4,\ 0)$을 지나므로

$0=a\times(-4)^2+8,\ 16a=-8 \qquad \therefore\ a=-\frac{1}{2}$

따라서 $f(x)=-\frac{1}{2}x^2+8$이므로

$f(2)=-\frac{1}{2}\times2^2+8=6$

03 $y=2(x-p)^2$의 그래프가 점 $(2,\ 8)$을 지나므로

$8=2(2-p)^2,\ (p-2)^2=4$

$p-2=\pm2$

$\therefore\ p=0$ 또는 $p=4$

이때 $p>0$이므로 $p=4$

따라서 $y=2(x-4)^2$의 그래프의 축의 방정식은 $x=4$이다.

04 $y=ax^2+q$의 그래프가 점 $(-1,\ -2)$를 지나므로

$-2=a\times(-1)^2+q,\ -2=a+q$ …… ㉠

또, 점 $(2,\ 4)$를 지나므로

$4=a\times2^2+q,\ 4=4a+q$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2,\ q=-4$

$\therefore\ a-q=2-(-4)=6$

05 $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{4}(x-2)^2$

① $x=-4,\ y=9$를 $y=\frac{1}{4}(x-2)^2$에 대입하면

$9=\frac{1}{4}\times(-4-2)^2$

② $x=-2,\ y=4$를 $y=\frac{1}{4}(x-2)^2$에 대입하면

$4=\frac{1}{4}\times(-2-2)^2$

③ $x=0,\ y=2$를 $y=\frac{1}{4}(x-2)^2$에 대입하면

$2 \neq \frac{1}{4} \times (0-2)^2$

④ $x=2$, $y=0$을 $y=\frac{1}{4}(x-2)^2$에 대입하면

$0=\frac{1}{4} \times (2-2)^2$

⑤ $x=3$, $y=\frac{1}{4}$을 $y=\frac{1}{4}(x-2)^2$에 대입하면

$\frac{1}{4}=\frac{1}{4} \times (3-2)^2$

따라서 평행이동한 그래프 위의 점이 아닌 것은 ③이다.

06 $y=a(x+b)^2$의 그래프가 점 $(-1, 32)$를 지나므로

$32=a(-1+b)^2 \quad \therefore a=\frac{32}{(-1+b)^2}$

또, 점 $(1, 8)$을 지나므로

$8=a(1+b)^2 \quad \therefore a=\frac{8}{(1+b)^2}$

즉, $\frac{32}{(-1+b)^2}=\frac{8}{(1+b)^2}$이므로

$4(b+1)^2=(b-1)^2$, $4b^2+8b+4=b^2-2b+1$

$3b^2+10b+3=0$, $(b+3)(3b+1)=0$

$\therefore b=-3$ 또는 $b=-\frac{1}{3}$

$b=-3$일 때, $a=\frac{8}{(1-3)^2}=2$

$b=-\frac{1}{3}$일 때, $a=\frac{8}{\left(1-\frac{1}{3}\right)^2}=18$

$\therefore ab=-6$

07 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$이므로 $p=-1$

$y=a(x+1)^2$의 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로

$2=a$

$\therefore a+p=2+(-1)=1$

08 그래프의 꼭짓점의 좌표를 각각 구하면 다음과 같다.

① $(0, 0)$ ② $(0, 5)$ ③ $(3, -5)$

④ $(3, 0)$ ⑤ $(-3, 1)$

따라서 그래프의 꼭짓점의 y좌표가 가장 큰 것은 ②이다.

09 $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{2}{3}(x-p)^2+q$

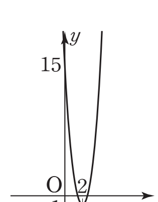
이 그래프가 $y=\frac{2}{3}(x+5)^2+2$의 그래프와 일치하므로

$p=-5$, $q=2$

$\therefore pq=-5 \times 2=-10$

10 $y=4(x-2)^2-1$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(2, -1)$이고 아래로 볼록한 포물선이다.

또, $x=0$일 때 $y=15$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 그래프가 지나지 않는 사분면은 제3사분면이다.

11 $y=a(x-p)^2$의 그래프의 축의 방정식은 $x=p$이므로

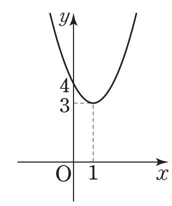
$p=-3$

$y=a(x+3)^2$의 그래프가 점 $(0, -6)$을 지나므로

$-6=a \times 3^2 \quad \therefore a=-\frac{2}{3}$

$\therefore ap=-\frac{2}{3} \times (-3)=2$

12 $y=(x-1)^2+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x<1$이다.



13 ② 꼭짓점의 좌표는 $(-4, -7)$이다.

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

14 $y=3x^2$의 그래프와 모양이 같으므로 $a=3$

따라서 $y=3(x-p)^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 (p, q)이므로

$p=-1$, $q=2$

$\therefore a+p+q=3+(-1)+2=4$

15 $y=-x^2+3$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x-m)^2+3+n$

이 그래프가 $y=-(x-2)^2+2$의 그래프와 일치하므로

$m=2$, $3+n=2$

따라서 $m=2$, $n=-1$이므로

$m+n=2+(-1)=1$

16 $y=-2(x-1)^2$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(1, 0)$이고 위로 볼록한 포물선이다.

또, $x=0$일 때 $y=-2$이므로 y축과의 교점의 좌표는 $(0, -2)$이다.

따라서 그래프로 알맞은 것은 ⑤이다.

17 $y=\frac{1}{3}(x+p)^2+q$의 그래프의 축의 방정식은 $x=-p$이므로

$-p=-1 \quad \therefore p=1$

$y=\frac{1}{3}(x+1)^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, q)$이고 이 점이 직선 $y=-4x-2$ 위에 있으므로

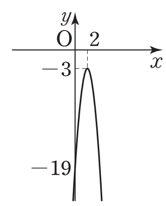
$q=-4 \times (-1)-2=2$

$\therefore 2p-q=2 \times 1-2=0$

18 $y=2x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=2x^2-5$

④ 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -5)$이므로 $x=0$, $y=-5$를
$y=-2x+5$에 대입하면
$-5\neq-2\times0+5$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

19 $y=-4x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-4(x-2)^2-3$
이 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x>2$이다.



20 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
꼭짓점 $(p,\ q)$가 제1사분면 위에 있으므로 $p>0$, $q>0$

소단원 테스트 [2회] 135~136쪽

01 -2	**02** $(0,\ -3)$		**03** -25	**04** ㄱ, ㄷ
05 ①	**06** 2	**07** -2	**08** ③	**09** ①
10 ⑤	**11** 10	**12** -1	**13** ②	**14** 7
15 ④	**16** $y=\frac{3}{2}(x-2)^2-3$			**17** ⑤
18 ⑤	**19** ②	**20** 16		

01 $y=3x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 m만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=3x^2+m$
이 그래프가 점 $(1,\ 1)$을 지나므로
$1=3\times1^2+m \qquad \therefore m=-2$

02 $y=\frac{1}{2}x^2+q$의 그래프가 점 $(2,\ -1)$을 지나므로
$-1=\frac{1}{2}\times2^2+q \qquad \therefore q=-3$
따라서 $y=\frac{1}{2}x^2-3$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -3)$이다.

03 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-(x+4)^2$
이 그래프가 점 $(1,\ a)$를 지나므로
$a=-(1+4)^2=-25$

04 ㄴ. 축의 방정식은 $x=1$이다.
ㄹ. $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

05 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -3)$이므로 이차함수의 식을
$y=ax^2-3$이라고 하면 이 그래프가 점 $(2,\ 0)$을 지나므로
$0=a\times2^2-3$, $4a=3 \qquad \therefore a=\frac{3}{4}$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=\frac{3}{4}x^2-3$

06 $y=ax^2+q$의 그래프가 점 $(-2,\ 8)$을 지나므로
$8=a\times(-2)^2+q$, $8=4a+q \qquad \cdots\cdots$ ㉠
또, 점 $(1,\ -1)$을 지나므로
$-1=a+q \qquad \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3$, $q=-4$
$\therefore 2a+q=2\times3+(-4)=2$

07 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 0)$이므로
$-b=1 \qquad \therefore b=-1$
$y=a(x-1)^2$의 그래프가 점 $(0,\ -1)$을 지나므로
$-1=a\times(-1)^2 \qquad \therefore a=-1$
$\therefore a+b=-1+(-1)=-2$

08 그래프의 축의 방정식을 각각 구하면 다음과 같다.
① $x=1$ ② $x=-3$ ③ $x=4$
④ $x=-4$ ⑤ $x=-6$
따라서 그래프의 축이 가장 오른쪽에 있는 것은 ③이다.

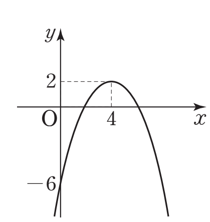
09 $y=-5x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-5(x-1)^2-3$

10 $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-3(x-2)^2$
① 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 0)$이다.
② 제3사분면과 제4사분면을 지난다.
③ y축과의 교점의 좌표는 $(0,\ -12)$이다.
④ 축의 방정식은 $x=2$이다.

11 $y=-3(x-6)^2-2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(6,\ -2)$이고, 축의 방정식은 $x=6$이므로
$a=6$, $b=-2$, $c=6$
$\therefore a+b+c=6+(-2)+6=10$

12 $x=a(x-p)^2-3$의 그래프의 축의 방정식은 $x=p$이므로
$p=-2$
$y=a(x+2)^2-3$의 그래프가 점 $(1,\ 0)$을 지나므로
$0=a(1+2)^2-3$, $9a=3 \qquad \therefore a=\frac{1}{3}$
$\therefore 3a+p=3\times\frac{1}{3}+(-2)=-1$

13 $y=-\frac{1}{2}(x-4)^2+2$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(4,\ 2)$이고 위로 볼록한 포물선이다.
또, $x=0$일 때 $y=-6$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 그래프가 지나지 않는 사분면은 제2사분면이다.

14 $y=a(x+1)^2+b$의 그래프가 점 $(-3, 4)$를 지나므로

$4=a(-3+1)^2+b$, $4=4a+b$ ...... ㉠

또, 점 $(2, a)$를 지나므로

$a=9a+b$, $8a+b=0$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-1$, $b=8$

$\therefore a+b=-1+8=7$

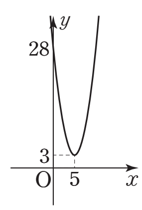
15 ④ $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 6만큼 평행이동한 것이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

16 $y=\frac{3}{2}x^2$의 그래프와 모양이 같으므로 x^2의 계수는 $\frac{3}{2}$이고, 꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$이므로 구하는 이차함수의 식은

$y=\frac{3}{2}(x-2)^2-3$

17 $y=(x-5)^2+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x<5$이다.



18 $y=-(x-1)^2-1$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x-a-1)^2-1+b$

이 그래프가 $y=-(x+2)^2+4$의 그래프와 일치하므로

$-a-1=2$, $-1+b=4$

따라서 $a=-3$, $b=5$이므로

$a+b=-3+5=2$

19 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

꼭짓점 (p, q)가 제2사분면 위에 있으므로 $p<0$, $q>0$

20 점 D의 x좌표를 a $(a>0)$라고 하면

$\mathrm{D}(a, -a^2+8)$, $\mathrm{C}(a, 0)$, $\mathrm{B}(-a, 0)$이므로

$\overline{\mathrm{BC}}=a-(-a)=2a$

$\overline{\mathrm{DC}}=-a^2+8$

이때 □ABCD에서 $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{DC}}$이므로

$2a=-a^2+8$, $a^2+2a-8=0$

$(a+4)(a-2)=0$

$\therefore a=-4$ 또는 $a=2$

이때 $a>0$이므로 $a=2$

따라서 $\overline{\mathrm{BC}}=4$이므로

□ABCD$=4\times4=16$

중단원 테스트 [1회] 137~140쪽

01 ⑤	**02** ⑤	**03** $\frac{1}{2}$	**04** ②	**05** ①
06 ①	**07** ④	**08** ④	**09** ②	**10** ②
11 $(0, 11)$		**12** ③	**13** 10	**14** 18
15 ①	**16** ③	**17** 2	**18** ②	**19** ②
20 ③	**21** ②	**22** $-\frac{8}{9}$	**23** -1	**24** $\frac{2}{9}$
25 1	**26** 24	**27** 9	**28** $a>0$, $p>0$, $q<0$	
29 $(-4, 4)$		**30** -2		

01 ② $y=x(x+1)=x^2+x$

④ $y=(x-2)^2=x^2-4x+4$

⑤ $y=x(x-1)-x^2=-x$

따라서 y가 x에 대한 이차함수가 아닌 것은 ⑤이다.

02 $f(0)=1$

$f(-1)=(-1)^2-2\times(-1)+1=4$

$\therefore f(0)+f(-1)=1+4=5$

03 $f(2)=a\times2^2-2\times2+5=3$이므로

$4a+1=3$, $4a=2$ $\quad\therefore a=\frac{1}{2}$

04 $f(1)=3-a-2=6$이므로

$-a+1=6$ $\quad\therefore a=-5$

따라서 $f(x)=3x^2+5x-2$이므로

$f(-2)=3\times(-2)^2+5\times(-2)-2=b$ $\quad\therefore b=0$

$\therefore a+b=-5+0=-5$

05 그래프가 위로 볼록하므로 x^2의 계수가 음수이어야 한다.

x^2의 계수가 음수인 이차함수의 x^2의 계수의 절댓값의 대소를 비교하면

$|-6|>|-2|>\left|-\frac{1}{2}\right|$

따라서 그래프가 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은 ①이다.

06 $y=ax^2$의 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

$y=-\frac{3}{2}x^2$의 그래프보다 폭이 넓으므로 $|a|<\left|-\frac{3}{2}\right|$

$\therefore -\frac{3}{2}<a<0$

따라서 실수 a의 값이 될 수 없는 것은 ①이다.

07 ④ $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프는 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

08 ① $x=-2$, $y=-8$을 $y=-2x^2$에 대입하면

$-8=-2\times(-2)^2$

② $x=-1$, $y=-2$를 $y=-2x^2$에 대입하면
$-2=-2\times(-1)^2$
③ $x=0$, $y=0$을 $y=-2x^2$에 대입하면
$0=0$
④ $x=3$, $y=18$을 $y=-2x^2$에 대입하면
$18\neq-2\times3^2=-18$
⑤ $x=4$, $y=-32$를 $y=-2x^2$에 대입하면
$-32=-2\times4^2$
따라서 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프 위의 점이 아닌 것은 ④이다.

09 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라고 하면 이 그래프가 점 $(2, -3)$을 지나므로
$-3=a\times2^2 \qquad \therefore a=-\frac{3}{4}$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-\frac{3}{4}x^2$

10 $y=-3x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-3x^2+5$
이 그래프가 점 $(-2, a)$를 지나므로
$a=-3\times(-2)^2+5=-7$

11 $y=-x^2+q$의 그래프가 점 $(-3, 2)$를 지나므로
$2=-(-3)^2+q \qquad \therefore q=11$
따라서 $y=-x^2+11$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, 11)$이다.

12 ㄱ. $y=-2x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 1만큼 평행이동하면 $y=-2x^2+1$의 그래프와 포개진다.
ㄷ. $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼 평행이동하면 $y=-2(x-4)^2$의 그래프와 포개진다.
ㄹ. $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동하면 $y=-2(x-3)^2+5$의 그래프와 포개진다.
따라서 이차함수 $y=-2x^2$의 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 있는 그래프는 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

13 $y=3(x+p)^2$의 그래프의 축의 방정식은 $x=-p$이므로
$-p=2 \qquad \therefore p=-2$
따라서 $y=3(x-2)^2$의 그래프가 점 $(0, a)$를 지나므로
$a=3\times(0-2)^2=12$
$\therefore a+p=12+(-2)=10$

14 $y=4(x+3)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 0)$
따라서 이차함수의 식을 $y=a(x+3)^2$이라고 하면 이 그래프가 점 $(-1, 8)$을 지나므로
$8=a(-1+3)^2$, $8=4a \qquad \therefore a=2$
$\therefore y=2(x+3)^2$
$x=0$을 이 식에 대입하면
$y=2\times3^2=18$

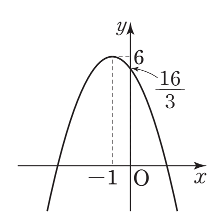
15 각 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하고, 그 위치를 나타내면 다음과 같다.
① $(4, -3)$이므로 꼭짓점이 제4사분면 위에 있다.
② $(-6, -5)$이므로 꼭짓점이 제3사분면 위에 있다.
③ $(1, 6)$이므로 꼭짓점이 제1사분면 위에 있다.
④ $(-5, 3)$이므로 꼭짓점이 제2사분면 위에 있다.
⑤ $(2, 1)$이므로 꼭짓점이 제1사분면 위에 있다.
따라서 그래프의 꼭짓점이 제4사분면 위에 있는 것은 ①이다.

16 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 b만큼, y축의 방향으로 c만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=a(x-b)^2+c$
이 그래프가 $y=2(x-3)^2-7$의 그래프와 일치하므로
$a=2$, $b=3$, $c=-7$
$\therefore a+b+c=2+3+(-7)=-2$

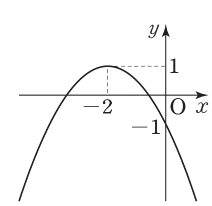
17 $y=2x^2$의 그래프와 모양이 같으므로 x^2의 계수는 2이고, 꼭짓점의 좌표가 $(3, -6)$이므로 이차함수의 식은
$y=2(x-3)^2-6$
이 그래프가 점 $(1, a)$를 지나므로
$a=2\times(1-3)^2-6=2$

18 $y=a(x-p)^2+3$의 그래프의 축의 방정식은 $x=p$이므로
$p=1$
$y=a(x-1)^2+3$의 그래프가 점 $(3, -9)$를 지나므로
$-9=a(3-1)^2+3$, $4a=-12 \qquad \therefore a=-3$
$\therefore a+p=-3+1=-2$

19 $y=-\frac{2}{3}(x+1)^2+6$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x<-1$이다.



20 ③ $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 제1사분면을 지나지 않는다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.



21 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
꼭짓점 $(0, q)$가 x축의 아래쪽에 있으므로 $q<0$

22 $y=\frac{2}{5}(x+a)^2-3a$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-a, -3a)$이고 이 점이 직선 $y=-\frac{3}{2}x+4$ 위에 있으므로

$-3a=-\frac{3}{2}\times(-a)+4 \quad \therefore a=-\frac{8}{9}$

23 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 0)$이므로 $p=-2$
$y=a(x+2)^2$의 그래프가 점 $(0, 4)$를 지나므로
$4=a\times2^2 \quad \therefore a=1$
$\therefore a+p=1+(-2)=-1$

24 점 A의 x좌표가 -3이므로
$x=-3$을 $y=\frac{2}{3}x+4$에 대입하면
$y=\frac{2}{3}\times(-3)+4=2$
$\therefore A(-3, 2)$
$y=ax^2$의 그래프가 점 $A(-3, 2)$를 지나므로
$2=a\times(-3)^2 \quad \therefore a=\frac{2}{9}$

25 점 B의 x좌표가 3이므로
$y=\frac{1}{3}\times3^2=3$
$\therefore B(3, 3)$
$\overline{AB}=2\overline{BC}=6$이므로 $A(3, 9)$
$y=ax^2$의 그래프가 점 $A(3, 9)$를 지나므로
$9=a\times3^2 \quad \therefore a=1$

26 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(2, -12)$를 지나므로
$-12=a\times2^2 \quad \therefore a=-3$ …… ❶
$y=-3x^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은
$y=3x^2$
이 그래프가 점 $(3, b)$를 지나므로
$b=3\times3^2=27$ …… ❷
$\therefore a+b=-3+27=24$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ a의 값 구하기	2점
❷ b의 값 구하기	2점
❸ $a+b$의 값 구하기	1점

27 $y=3(x+2)^2+1$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=3(x-4+2)^2+1+5$
즉, $y=3(x-2)^2+6$ …… ❶
이 그래프가 점 $(1, a)$를 지나므로
$a=3\times(1-2)^2+6=9$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ 평행이동한 그래프의 식 구하기	3점
❷ a의 값 구하기	2점

28 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$ …… ❶
꼭짓점 (p, q)가 제4사분면 위에 있으므로
$p>0, q<0$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ a의 부호 구하기	2점
❷ p, q의 부호 구하기	3점

29 $\overline{AD}=\overline{BC}$, $\overline{OB}=\overline{OC}$이고 $\overline{AD}=2\overline{AB}$이므로
$\overline{AB}=\overline{OB}$ …… ❶
점 A의 x좌표를 $-a\ (a>0)$라고 하면
$A\left(-a, \frac{1}{4}a^2\right)$, $B(-a, 0)$
$\overline{AB}=\overline{OB}$이므로
$\frac{1}{4}a^2=a$, $a^2=4a$
$a^2-4a=0$, $a(a-4)=0$
$\therefore a=0$ 또는 $a=4$
이때 $a>0$이므로 $a=4$
따라서 점 A의 좌표는 $(-4, 4)$이다. …… ❷

채점 기준	배점
❶ $\overline{AB}=\overline{OB}$임을 알기	2점
❷ 점 A의 좌표 구하기	3점

30 축의 방정식이 $x=-2$이므로 이차함수의 식을
$y=a(x+2)^2+q$라고 하면 이 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표가 1이므로 점 $(0, 1)$을 지난다.
즉, $1=4a+q$ …… ㉠
또, 점 $(-5, 6)$을 지나므로
$6=9a+q$ …… ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1, q=-3$
$\therefore y=(x+2)^2-3$ …… ❶
이 그래프가 점 $(-1, k)$를 지나므로
$k=(-1+2)^2-3=-2$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ 이차함수의 식 구하기	3점
❷ k의 값 구하기	2점

중단원 테스트 [2회] 141~144쪽

01 2 **02** ⑤ **03** ① **04** ⑤ **05** $-\frac{4}{9}$
06 -6 **07** $\sqrt{3}$ **08** $-\frac{10}{9}$ **09** ⑤
10 ① **11** ⑤ **12** ③ **13** ④ **14** -21
15 ① **16** ③ **17** 2 **18** 6 **19** -18
20 ③ **21** ④ **22** $(4, 4)$ **23** 4 **24** ④
25 2 m **26** $a>3$ **27** -8
28 제3사분면, 제4사분면 **29** 6 **30** 36

01 $f(a)=2a^2-3a-1=1$이므로
$2a^2-3a-2=0,\ (2a+1)(a-2)=0$
$\therefore a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=2$
이때 a는 정수이므로 $a=2$

02 주어진 이차함수의 x^2의 계수의 절댓값의 대소를 비교하면
$\left|-\frac{5}{2}\right|>|1|>\left|\frac{1}{2}\right|>\left|-\frac{1}{3}\right|$
따라서 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례대로 나열하면
ㄷ, ㄹ, ㄱ, ㄴ이다.

03 a의 값이 가장 크려면 그래프가 아래로 볼록하면서 폭이 가장 좁아야 하므로 ㉮이다.

04 ⑤ $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

05 $y=ax^2$의 그래프가 점 $(3,\ -6)$을 지나므로
$-6=a\times3^2 \qquad \therefore a=-\frac{2}{3}$
따라서 $y=-\frac{2}{3}x^2$의 그래프가 $y=bx^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭이므로 $b=\frac{2}{3}$
$\therefore ab=-\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=-\frac{4}{9}$

06 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식을 $f(x)=ax^2$이라고 하면 $y=f(x)$의 그래프가 점 $(6,\ -24)$를 지나므로
$-24=a\times6^2 \qquad \therefore a=-\frac{2}{3}$
따라서 $f(x)=-\frac{2}{3}x^2$이므로
$f(-3)=-\frac{2}{3}\times(-3)^2=-6$

07 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라고 하면 이 그래프가 점 $(-3,\ 6)$을 지나므로
$6=a\times(-3)^2 \qquad \therefore a=\frac{2}{3}$
따라서 $y=\frac{2}{3}x^2$의 그래프가 점 $(k,\ 2)$를 지나므로
$2=\frac{2}{3}k^2,\ k^2=3 \qquad \therefore k=\pm\sqrt{3}$
이때 k는 양수이므로 $k=\sqrt{3}$

08 $y=ax^2+b$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ -3)$이므로
$b=-3$
$y=ax^2-3$의 그래프가 점 $(3,\ 0)$을 지나므로
$0=a\times3^2-3 \qquad \therefore a=\frac{1}{3}$
$y=cx^2+d$의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 1)$이므로
$d=1$
$y=cx^2+1$의 그래프가 점 $(3,\ 0)$을 지나므로
$0=c\times3^2+1 \qquad \therefore c=-\frac{1}{9}$
$\therefore ab+cd=\frac{1}{3}\times(-3)+\left(-\frac{1}{9}\right)\times1=-\frac{10}{9}$

09 $y=\frac{5}{4}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 0)$이므로 평행이동한 그래프의 식은
$y=\frac{5}{4}(x-2)^2$
이 그래프가 점 $(0,\ c)$를 지나므로
$c=\frac{5}{4}\times(-2)^2=5$

10 $y=\frac{1}{3}(x-p)^2-q$의 그래프의 축의 방정식은 $x=p$이므로
$p=-2$
$y=\frac{1}{3}(x+2)^2-q$의 그래프가 점 $(1,\ 0)$을 지나므로
$0=\frac{1}{3}\times(1+2)^2-q \qquad \therefore q=3$
$\therefore p+q=-2+3=1$

11 각 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하고, 그 위치를 나타내면 다음과 같다.
① $(5,\ 0)$이므로 꼭짓점이 x축 위에 있다.
② $(4,\ -3)$이므로 꼭짓점이 제4사분면 위에 있다.
③ $(3,\ 2)$이므로 꼭짓점이 제1사분면 위에 있다.
④ $(-2,\ -1)$이므로 꼭짓점이 제3사분면 위에 있다.
⑤ $(-1,\ 2)$이므로 꼭짓점이 제2사분면 위에 있다.
따라서 그래프의 꼭짓점이 제2사분면 위에 있는 것은 ⑤이다.

12 ③ $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=\frac{1}{4}(x-2)^2+1$
따라서 이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 있는 것은 ③이다.

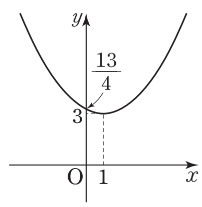
13 $y=(x-3)^2+2$의 그래프를 x축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=(x-b-3)^2+2$
이 그래프의 축의 방정식은 $x=b+3$이므로
$b+3=4 \qquad \therefore b=1$

14 $y=-2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-2(x-1)^2-3$
이 그래프가 점 $(-2,\ m)$을 지나므로
$m=-2\times(-2-1)^2-3=-21$

15 $y=-x^2-2$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-(x+1)^2-2-4$, 즉 $y=-(x+1)^2-6$

① $x=-4$, $y=-15$를 $y=-(x+1)^2-6$에 대입하면
$-15=-(-4+1)^2-6$
② $x=-2$, $y=1$을 $y=-(x+1)^2-6$에 대입하면
$1\neq-(-2+1)^2-6$
③ $x=0$, $y=-2$를 $y=-(x+1)^2-6$에 대입하면
$-2\neq-1^2-6$
④ $x=3$, $y=-10$을 $y=-(x+1)^2-6$에 대입하면
$-10\neq-(3+1)^2-6$
⑤ $x=4$, $y=-29$를 $y=-(x+1)^2-6$에 대입하면
$-29\neq-(4+1)^2-6$
따라서 평행이동한 그래프 위의 점인 것은 ①이다.

16 $y=\frac{1}{4}(x-1)^2+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x>1$이다.



17 꼭짓점의 좌표가 $(1, 3)$이므로 $p=1$, $q=3$
$y=a(x-1)^2+3$의 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로
$2=a\times(-1)^2+3 \quad \therefore a=-1$
$\therefore ap+q=-1\times1+3=2$

18 $y=3(x-2)^2-7$의 그래프가 점 $(a, 20)$을 지나므로
$20=3(a-2)^2-7$, $3(a-2)^2=27$
$(a-2)^2=9$, $a-2=\pm3$
$\therefore a=-1$ 또는 $a=5$
이때 $a<0$이므로 $a=-1$
$y=3(x-2)^2-7$의 그래프가 점 $(4, b)$를 지나므로
$b=3(4-2)^2-7=5$
$\therefore b-a=5-(-1)=6$

19 $y=-2(x+1)^2+12$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-2(x-a+1)^2+12+b$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(a-1, 12+b)$이므로
$a-1=2$, $12+b=6$
따라서 $a=3$, $b=-6$이므로
$\therefore ab=3\times(-6)=-18$

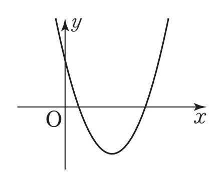
20 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$
꼭짓점 (p, q)가 제2사분면 위에 있으므로 $p<0$, $q>0$

21 $y=a(x+b)^2$의 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
또, 꼭짓점 $(-b, 0)$이 y축의 오른쪽에 있으므로
$-b>0 \quad \therefore b<0$
따라서 $y=ax+b$의 그래프로 알맞은 것은 ④이다.

22 삼각형 POA의 밑변의 길이는 $\overline{\mathrm{OA}}=10$이고, 높이는 b이므로
$\triangle\mathrm{POA}=\frac{1}{2}\times10\times b=20 \quad \therefore b=4$
$x=a$, $y=4$를 $y=\frac{1}{4}x^2$에 대입하면
$4=\frac{1}{4}a^2$, $a^2=16 \quad \therefore a=\pm4$
이때 $a>0$이므로 $a=4$
$\therefore \mathrm{P}(4, 4)$

23 두 점 A, B의 y좌표가 k이므로 점 A의 x좌표를 a라고 하면
$k=4a^2$, $a^2=\frac{k}{4} \quad \therefore a=\pm\frac{\sqrt{k}}{2}$
이때 점 A는 제1사분면 위의 점이므로 $a=\frac{\sqrt{k}}{2}$
$\therefore \mathrm{A}\left(\frac{\sqrt{k}}{2}, k\right)$
점 B의 x좌표를 b라고 하면
$k=\frac{1}{16}b^2$, $b^2=16k \quad \therefore b=\pm4\sqrt{k}$
이때 점 B는 제1사분면 위의 점이므로 $b=4\sqrt{k}$
$\therefore \mathrm{B}(4\sqrt{k}, k)$
$\overline{\mathrm{AB}}=7$이므로 $4\sqrt{k}-\frac{\sqrt{k}}{2}=7$
$\frac{7\sqrt{k}}{2}=7$, $\sqrt{k}=2 \quad \therefore k=4$

24 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 제3사분면만을 지나지 않으므로 오른쪽 그림과 같다.



① 그래프가 아래로 볼록하므로
$a>0$
②, ③ 꼭짓점 (p, q)가 제4사분면 위에 있으므로 $p>0$,
$q<0$
④ $x=0$일 때, $y=ap^2+q$
주어진 그래프에서 $x=0$일 때의 함숫값이 양수이므로
$ap^2+q>0$
⑤ $x=-1$일 때, $y=a+2ap+ap^2+q$
주어진 그래프에서 $x=-1$일 때의 함숫값이 양수이므로 $a+2ap+ap^2+q>0$
따라서 옳은 것은 ④이다.

25 물줄기가 가장 높이 올라갔을 때 수면으로부터의 높이는 8 m이므로 수면 위의 물줄기 사이의 중점을 원점으로 하고, 수면 위의 두 점의 좌표를 각각 $(-2, 0)$, $(2, 0)$이라고 하면 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은 $y=ax^2+8$이다.
이 그래프가 점 $(2, 0)$을 지나므로
$0=a\times2^2+8 \quad \therefore a=-2$
따라서 $y=-2x^2+8$에 $y=6$을 대입하면
$6=-2x^2+8$, $2x^2=2$

$x^2=1 \qquad \therefore x=\pm1$

따라서 수면으로부터의 높이가 6 m가 되는 두 지점의 x좌표는 -1 또는 1이므로 두 지점 사이의 거리는

$1-(-1)=2\ (\mathrm{m})$

26 $y=-2(x-1)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 $3-a$만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2(x-a-1)^2+3-a$ …… ❶

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(a+1,\ 3-a)$ …… ❷

이때 꼭짓점이 제4사분면 위에 있으므로

$a+1>0,\ 3-a<0$

즉, $a>-1$, $a>3$이므로

$a>3$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ 평행이동한 그래프의 식 구하기	2점
❷ 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	1점
❸ a의 값의 범위 구하기	2점

27 $y=-3(x-1)^2+5$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-3(x-a-1)^2+5$

이 그래프가 점 $(-1,\ -22)$를 지나므로

$-22=-3\times(-1-a-1)^2+5$, $(a+2)^2=9$

$a+2=\pm3 \qquad \therefore a=-5$ 또는 $a=1$

이때 $a<0$이므로 $a=-5$ …… ❶

$y=-3(x-1)^2+5$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-3(x-1)^2+5+b$

이 그래프가 점 $(2,\ -1)$을 지나므로

$-1=-3\times(2-1)^2+5+b \qquad \therefore b=-3$ …… ❷

$\therefore a+b=-5+(-3)=-8$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ a의 값 구하기	2점
❷ b의 값 구하기	2점
❸ $a+b$의 값 구하기	1점

28 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

또, 꼭짓점 $(p,\ q)$가 제1사분면 위에 있으므로

$p>0,\ q>0$ …… ❶

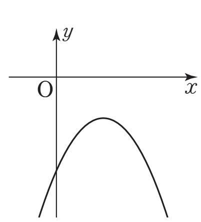
$a<0,\ p>0,\ q>0$에서 $-p<0,\ -a>0,\ -q<0$

$y=-p(x+a)^2-q$의 그래프는

$-p<0$이므로 위로 볼록하다.

또, $-a>0,\ -q<0$이므로 꼭짓점 $(-a,\ -q)$가 제4사분면 위에 있다.

따라서 $y=-p(x+a)^2-q$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 그래프가 지나는 사분면은 제3사분면, 제4사분면이다. …… ❷



채점 기준	배점
❶ $a,\ p,\ q$의 부호 구하기	2점
❷ $y=-p(x+a)^2-q$의 그래프가 지나는 사분면 구하기	3점

29 $y=(x-3)^2$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다. …… ❶

따라서 $\overline{AC}=\overline{BD}=3$이므로

$\overline{AC}+\overline{BD}=3+3=6$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ 두 그래프 사이의 관계 이해하기	2점
❷ $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 길이의 합 구하기	3점

30 점 D의 x좌표를 $a\ (a>0)$라고 하면

$D\left(a,\ \frac{3}{4}a^2\right),\ C\left(-a,\ \frac{3}{4}a^2\right)$ …… ㉠

점 B의 y좌표가 12이므로

$12=\frac{3}{4}x^2,\ x^2=16 \qquad \therefore x=\pm4$

이때 점 B는 제2사분면 위의 점이므로 $x=-4$

$\therefore B(-4,\ 12)$ …… ❶

한편, $\overline{CD}=\overline{AB}=4$이므로 ㉠에서

$a-(-a)=4,\ 2a=4 \qquad \therefore a=2$

따라서 $D(2,\ 3)$이므로 평행사변형 ABCD의 밑변의 길이는 4, 높이는 $12-3=9$이다.

$\therefore \square ABCD=4\times9=36$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ 점 B의 좌표 구하기	2점
❷ □ABCD의 넓이 구하기	3점

2. 이차함수의 그래프 (2)

01. 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

소단원 테스트 [1회] 145~146쪽

01 ②	**02** 9	**03** ②	**04** ③	**05** ①
06 $(-1, 2)$		**07** ②	**08** ④	**09** -7
10 ①	**11** ⑤	**12** ③	**13** 27	**14** ①
15 3	**16** 0	**17** 16	**18** ③	**19** -3
20 12				

01 $y=ax^2$의 그래프와 x축에 대하여 대칭인 그래프의 식은
$y=-ax^2$
이 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-a(x+1)^2+b=-ax^2-2ax-a+b$
이 그래프가 $y=2x^2+px-1$의 그래프와 일치하므로
$-a=2,\ -2a=p,\ -a+b=-1$
따라서 $a=-2,\ b=-3,\ p=4$이므로
$a+b+p=-2+(-3)+4=-1$

02 $y=x^2-6x+a=(x-3)^2+a-9$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, a-9)$이고, 이 점이 x축 위에 있으므로
$a-9=0 \qquad \therefore a=9$

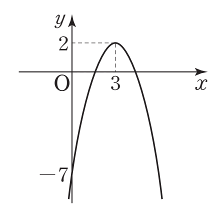
03 $y=-x^2+ax+5$의 그래프가 점 $(2, -3)$을 지나므로
$-3=-4+2a+5 \qquad \therefore a=-2$
따라서 $y=-x^2-2x+5=-(x+1)^2+6$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 6)$이다.

04 $y=3x^2+6x+3=3(x+1)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$
$y=\frac{1}{3}x^2+2ax+b=\frac{1}{3}(x+3a)^2-3a^2+b$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3a, -3a^2+b)$
두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로
$-1=-3a,\ 0=-3a^2+b$
따라서 $a=\frac{1}{3},\ b=\frac{1}{3}$이므로
$a+b=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

05 ① $y=\frac{1}{2}x^2-4x+5=\frac{1}{2}(x-4)^2-3$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(4, -3)$이므로 제4사분면 위에 있다.
② $y=2x^2+8x-3=2(x+2)^2-11$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -11)$이므로 제3사분면 위에 있다.
③ $y=-x^2+6x-2=-(x-3)^2+7$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, 7)$이므로 제1사분면 위에 있다.
④ $y=x^2+5x+6=\left(x+\frac{5}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{5}{2}, -\frac{1}{4}\right)$이므로 제3사분면 위에 있다.
⑤ $y=-3x^2-9x-5=-3\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{7}{4}$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right)$이므로 제2사분면 위에 있다.
따라서 꼭짓점이 제4사분면 위에 있는 것은 ①이다.

06 두 근이 -3, 1이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은
$(x+3)(x-1)=0 \qquad \therefore x^2+2x-3=0$
$\therefore a=2,\ b=-3$
따라서 $y=x^2+2x+3=(x+1)^2+2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 2)$이다.

07 $y=-x^2+6x-7=-(x-3)^2+2$
이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(3, 2)$이고 위로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0, -7)$이므로 오른쪽 그림과 같다.
따라서 주어진 이차함수의 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.



08 $y=-\frac{1}{3}x^2+kx+3k=-\frac{1}{3}\left(x-\frac{3}{2}k\right)^2+\frac{3}{4}k^2+3k$
이 그래프의 축의 방정식은 $x=\frac{3}{2}k$이다.
이때 $x=3$을 기준으로 y의 값의 증가·감소가 바뀌므로 주어진 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=3$이다.
따라서 $\frac{3}{2}k=3$이므로 $k=2$
즉, $y=-\frac{1}{3}(x-3)^2+9$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, 9)$이다.

09 $y=2x^2-x+c$의 그래프가 점 $(1, -6)$을 지나므로
$-6=2-1+c \qquad \therefore c=-7$
따라서 $y=2x^2-x-7$이므로 $x=0$을 대입하면 $y=-7$
즉, y축과의 교점의 y좌표는 -7이다.

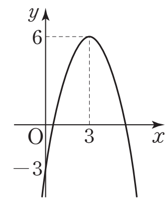
10 $y=0$을 $y=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}$에 대입하면
$0=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2},\ x^2-2x-3=0$
$(x+1)(x-3)=0 \qquad \therefore x=-1$ 또는 $x=3$
따라서 $a=-1,\ b=3$이므로
$a+b=-1+3=2$

11 $y=x^2-kx+12$의 그래프가 점 $(4, 0)$을 지나므로
$0=16-4k+12 \qquad \therefore k=7$
따라서 $y=x^2-7x+12$이므로 $y=0$을 대입하면
$0=x^2-7x+12,\ (x-3)(x-4)=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=4$

따라서 다른 한 점의 좌표는 $(3, 0)$이다.

12 $y=-x^2+6x-3=-(x-3)^2+6$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



① 위로 볼록한 포물선이다.

② 축의 방정식은 $x=3$이다.

④ 제2사분면을 지나지 않는다.

⑤ $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 6만큼 평행이동한 것이다.

13 $y=-x^2+4x+5=-(x-2)^2+9$이므로 $A(2, 9)$

$y=0$을 $y=-x^2+4x+5$에 대입하면

$0=-x^2+4x+5$, $x^2-4x-5=0$

$(x+1)(x-5)=0 \qquad \therefore x=-1$ 또는 $x=5$

$\therefore B(-1, 0), C(5, 0)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\{5-(-1)\}\times 9=27$

14 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$

이때 $a>0$이므로 $b>0$

y축과의 교점이 x축의 아래쪽에 있으므로 $c<0$

15 $y=0$을 $y=-4x^2-8x+5$에 대입하면

$0=-4x^2-8x+5$, $4x^2+8x-5=0$

$(2x+5)(2x-1)=0 \qquad \therefore x=-\frac{5}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

따라서 $A\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$, $B\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ 또는 $A\left(\frac{1}{2}, 0\right)$, $B\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$ 이므로

$\overline{AB}=\frac{1}{2}-\left(-\frac{5}{2}\right)=3$

16 $y=x^2+4x+8=(x+2)^2+4$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 4)$, 축의 방정식은 $x=-2$이므로 $p=-2$, $q=4$, $c=-2$

$\therefore p+q+c=-2+4+(-2)=0$

17 $y=-2x^2+4x+1=-2(x-1)^2+3$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은 $x=-2(x-m-1)^2+3+n$

이 그래프가 $y=-2x^2-12x+5=-2(x+3)^2+23$의 그래프와 일치하므로

$-m-1=3$, $3+n=23$

따라서 $m=-4$, $n=20$이므로

$m+n=-4+20=16$

18 $y=-2x^2+4x+3=-2(x-1)^2+5$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 a만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2(x-2-1)^2+5+a=-2(x-3)^2+5+a$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, 5+a)$이므로

$3=b$, $5+a=-1$

따라서 $a=-6$, $b=3$이므로

$a+b=-6+3=-3$

19 $y=2x^2+4kx+16=2(x+k)^2-2k^2+16$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-k, -2k^2+16)$

꼭짓점의 y좌표가 -2이므로

$-2k^2+16=-2$

$2k^2=18$, $k^2=9 \qquad \therefore k=\pm 3$

이때 꼭짓점이 제4사분면 위에 있으므로

$-k>0 \qquad \therefore k<0$

$\therefore k=-3$

20 $y=0$을 $y=x^2-2x-3$에 대입하면

$0=x^2-2x-3$, $(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

$\therefore A(-1, 0), B(3, 0)$

$x=0$을 $y=x^2-2x-3$에 대입하면 $y=-3$

$\therefore C(0, -3)$

$x=0$을 $y=-x^2+2x+3$에 대입하면 $y=3$

$\therefore D(0, 3)$

$\therefore \square ACBD$

$=\triangle ABD+\triangle ACB$

$=\frac{1}{2}\times\{3-(-1)\}\times 3+\frac{1}{2}\times\{3-(-1)\}\times 3$

$=12$

소단원 테스트 [2회] 147~148쪽

01 -1	**02** ②	**03** $(-1, -7)$	**04** 8
05 ⑤	**06** 제3사분면	**07** $x<1$	**08** ④
09 ㄱ, ㄴ, ㅁ	**10** -3	**11** ④	
12 $ab+c>0$	**13** 3	**14** -5	**15** ③
16 4	**17** ③	**18** -4	**19** 3
20 ①			

01 $y=2x^2+8x+9=2(x+2)^2+1$이므로 이 그래프는 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $p=-2$, $q=1$이므로

$p+q=-2+1=-1$

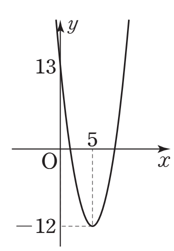
02 $y=2x^2-4x+a=2(x-1)^2-2+a$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ -2+a)$이므로
$1=b,\ -2+a=3$
따라서 $a=5,\ b=1$이므로
$a+b=5+1=6$

03 $y=x^2+ax-6$의 그래프가 점 $(1,\ -3)$을 지나므로
$-3=1+a-6 \qquad \therefore a=2$
따라서 $y=x^2+2x-6=(x+1)^2-7$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1,\ -7)$이다.

04 $y=x^2+4x+a=(x+2)^2+a-4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ a-4)$
$y=\frac{1}{2}x^2+bx+4=\frac{1}{2}(x+b)^2-\frac{1}{2}b^2+4$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\left(-b,\ -\frac{1}{2}b^2+4\right)$
두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로
$-2=-b,\ a-4=-\frac{1}{2}b^2+4$
따라서 $a=6,\ b=2$이므로
$a+b=6+2=8$

05 $y=\frac{1}{2}x^2+3x+a=\frac{1}{2}(x+3)^2+a-\frac{9}{2}$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\left(-3,\ a-\frac{9}{2}\right)$이고, 이 점이 직선 $y=bx$ 위에 있으므로
$a-\frac{9}{2}=-3b$
$\therefore a+3b=\frac{9}{2}$

06 $y=x^2-10x+13=(x-5)^2-12$
이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(5,\ -12)$이고 아래로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 13)$이므로 오른쪽 그림과 같다.

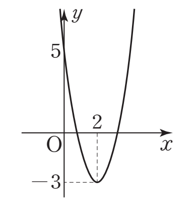


따라서 주어진 이차함수의 그래프는 제3사분면을 지나지 않는다.

07 $y=-3x^2+6x-3=-3(x-1)^2$
이 그래프의 축의 방정식은 $x=1$이고 위로 볼록하므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x<1$이다.

08 $y=0$을 $y=-2x^2+4x+6$에 대입하면
$0=-2x^2+4x+6,\ 2x^2-4x-6=0$
$x^2-2x-3=0,\ (x+1)(x-3)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$
이때 $p>q$이므로 $p=3,\ q=-1$
$\therefore p-q=3-(-1)=4$

09 $y=2x^2-8x+5=2(x-2)^2-3$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



ㄷ. 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ -3)$이다.
ㄹ. 제3사분면만을 지나지 않는다.

10 $y=-x^2+2x+1=-(x-1)^2+2$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-(x-m-1)^2+2+n$
이 그래프가 $y=-x^2$의 그래프와 일치하므로
$-m-1=0,\ 2+n=0$
따라서 $m=-1,\ n=-2$이므로
$m+n=-1+(-2)=-3$

11 $y=0$을 $y=-x^2+3x+4$에 대입하면
$0=-x^2+3x+4,\ x^2-3x-4=0$
$(x+1)(x-4)=0 \qquad \therefore x=-1$ 또는 $x=4$
$\therefore \mathrm{A}(-1,\ 0),\ \mathrm{B}(4,\ 0)$
$x=0$을 $y=-x^2+3x+4$에 대입하면 $y=4$
$\therefore \mathrm{C}(0,\ 4)$
$\therefore \triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times\{4-(-1)\}\times 4=10$

12 축이 y축의 왼쪽에 있으므로 $ab>0$
y축과의 교점이 x축의 위쪽에 있으므로 $c>0$
따라서 $ab>0,\ c>0$이므로 $ab+c>0$

13 $x=0$을 $y=-5x^2-2x-7$에 대입하면 $y=-7$
$x=0$을 $y=x-3k+2$에 대입하면 $y=-3k+2$
이차함수의 그래프와 직선이 y축에서 만나므로
$-7=-3k+2 \qquad \therefore k=3$

14 $y=4x^2+40x+105=4(x+5)^2+5$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-5,\ 5)$, 축의 방정식은 $x=-5$이므로 $a=-5,\ b=5,\ k=-5$
$\therefore a+b+k=-5+5+(-5)=-5$

15 $y=\frac{3}{2}x^2+9x-k=\frac{3}{2}(x+3)^2-k-\frac{27}{2}$
이 그래프를 y축의 방향으로 10만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=\frac{3}{2}(x+3)^2-k-\frac{27}{2}+10=\frac{3}{2}(x+3)^2-k-\frac{7}{2}$
이 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점의 좌표가 $\left(-3,\ -k-\frac{7}{2}\right)$이므로 그래프가 x축과 만나지 않으려면
$-k-\frac{7}{2}>0 \qquad \therefore k<-\frac{7}{2}$

16 $y=-3$을 $y=-2x^2+4x+3$에 대입하면
$-3=-2x^2+4x+3,\ 2x^2-4x-6=0$
$x^2-2x-3=0,\ (x+1)(x-3)=0$
$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

따라서 $\mathrm{A}(-1,\ -3)$, $\mathrm{B}(3,\ -3)$ 또는 $\mathrm{A}(3,\ -3)$, $\mathrm{B}(-1,\ -3)$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=3-(-1)=4$

17 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$

이때 $a>0$이므로 $b<0$

y축과의 교점이 x축의 위쪽에 있으므로 $c>0$

① $ab<0$

② $ac>0$

③ $bc<0$

④ $abc<0$

⑤ $x=1$일 때, $y=a+b+c$

주어진 그래프에서 $x=1$일 때의 함숫값이 양수이므로 $a+b+c>0$

따라서 옳은 것은 ③이다.

18 $y=\frac{1}{2}x^2+ax+7=\frac{1}{2}(x+a)^2-\frac{1}{2}a^2+7$

이 그래프의 축의 방정식은 $x=-a$이다.

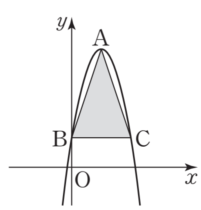
이때 $x=4$를 기준으로 y의 값의 증가·감소가 바뀌므로 주어진 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=4$이다.

따라서 $-a=4$이므로 $a=-4$

19 $y=-3x^2+6x+1$

$=-3(x-1)^2+4$

이므로 $\mathrm{A}(1,\ 4)$



$x=0$을 $y=-3x^2+6x+1$에 대입하면 $y=1$

$\therefore\ \mathrm{B}(0,\ 1)$

$y=1$을 $y=-3x^2+6x+1$에 대입하면

$1=-3x^2+6x+1$, $3x^2-6x=0$

$x^2-2x=0$, $x(x-2)=0$

$\therefore\ x=0$ 또는 $x=2$

$\therefore\ \mathrm{C}(2,\ 1)$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times2\times(4-1)=3$

20 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에서

그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$

이때 $a<0$이므로 $b>0$

y축과의 교점이 x축의 위쪽에 있으므로 $c>0$

즉, $y=cx^2+bx+a$의 그래프에서

$c>0$이므로 그래프가 아래로 볼록하다.

$bc>0$이므로 축은 y축의 왼쪽에 위치한다.

$a<0$이므로 y축과의 교점은 x축의 아래쪽에 위치한다.

따라서 $y=cx^2+bx+a$의 그래프로 알맞은 것은 ①이다.

02. 이차함수의 활용

소단원 테스트 [1회] 149~150쪽

01 ④	**02** 5	**03** ⑤	**04** 1	**05** $(2,\ -8)$
06 11	**07** -10	**08** ③	**09** ③	**10** ①
11 ⑤	**12** ④	**13** 1	**14** ④	**15** 6
16 ②	**17** ④	**18** ②	**19** 17.9 m	
20 ⑤				

01 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 4)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2+4$라고 하면 이 그래프가 점 $(0,\ 3)$을 지나므로

$3=a+4\quad\therefore\ a=-1$

따라서 $y=-(x-1)^2+4=-x^2+2x+3$이므로

$b=2$, $c=3$

$\therefore\ ab+c=-1\times2+3=1$

02 $y=2x^2+ax+b$의 그래프의 축이 방정식이 $x=\frac{1}{2}$이므로

이차함수의 식을 $y=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+q$라고 하면 이 그래프가 점 $(-1,\ 5)$를 지나므로

$5=\frac{9}{2}+q\quad\therefore\ q=\frac{1}{2}$

따라서 $y=2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}=2x^2-2x+1$이므로

$a=-2$, $b=1$

$\therefore\ b-2a=1-2\times(-2)=5$

03 y절편이 -6이므로 $c=-6$

$y=ax^2+bx-6$의 그래프가 점 $(-2,\ -16)$을 지나므로

$-16=4a-2b-6\quad\therefore\ 2a-b=-5\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, 점 $(2,\ 0)$을 지나므로

$0=4a+2b-6\quad\therefore\ 2a+b=3\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-\frac{1}{2}$, $b=4$

$\therefore\ abc=-\frac{1}{2}\times4\times(-6)=12$

04 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+3$이라고 하면 이 그래프가 점 $(0,\ -5)$를 지나므로

$-5=4a+3\quad\therefore\ a=-2$

따라서 $y=-2(x-2)^2+3=-2x^2+8x-5$이므로

$b=8$, $c=-5$

$\therefore\ a+b+c=-2+8+(-5)=1$

05 y절편이 -4이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx-4$라고 하면 이 그래프가 점 $(-2,\ 8)$을 지나므로

$8=4a-2b-4\quad\therefore\ 2a-b=6\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, 점 $(5, 1)$을 지나므로

$1=25a+5b-4 \quad \therefore 5a+b=1 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-4$

따라서 $y=x^2-4x-4=(x-2)^2-8$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, -8)$이다.

06 y절편이 6이므로 $c=6$

$y=ax^2+bx+6$의 그래프가 점 $(1, 3)$을 지나므로

$3=a+b+6 \quad \therefore a+b=-3 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또, 점 $(4, 6)$을 지나므로

$6=16a+4b+6 \quad \therefore 4a+b=0 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-4$

$\therefore a-b+c=1-(-4)+6=11$

07 x^2의 계수가 2이고 x축과의 두 교점의 좌표가 $(-2, 0)$, $(4, 0)$이므로 이차함수의 식은

$y=2(x+2)(x-4)=2x^2-4x-16$

이 그래프가 점 $(-1, k)$를 지나므로

$k=2+4-16=-10$

08 $y=x^2-4x+1=(x-2)^2-3$

따라서 $x=2$일 때 최솟값 -3을 가지므로

$p=2$, $q=-3$

$\therefore p+q=2+(-3)=-1$

09 ① $y=-2x^2+4x-1=-2(x-1)^2+1$

따라서 $x=1$일 때 최댓값 1을 갖는다.

② $y=-5x^2+4x=-5\left(x-\dfrac{2}{5}\right)^2+\dfrac{4}{5}$

따라서 $x=\dfrac{2}{5}$일 때 최댓값 $\dfrac{4}{5}$를 갖는다.

③ $y=x^2-6x+2=(x-3)^2-7$

따라서 $x=3$일 때 최솟값 -7을 갖는다.

④ $y=-x^2+8x-16=-(x-4)^2$

따라서 $x=4$일 때 최댓값 0을 갖는다.

⑤ $y=3x^2-18x+27=3(x-3)^2$

따라서 $x=3$일 때 최솟값 0을 갖는다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

10 $y=-x^2-2x+m+1=-(x+1)^2+m+2$

이 이차함수의 최댓값이 3이므로

$m+2=3 \quad \therefore m=1$

11 $y=x^2-10x+k=(x-5)^2+k-25$

$y=-5x^2-20x-24=-5(x+2)^2-4$

따라서 $k-25=-4$이므로

$k=21$

12 $y=2x^2-4ax+b$는 $x=2$일 때 최솟값 3을 가지므로

$y=2(x-2)^2+3=2x^2-8x+11$

따라서 $-4a=-8$, $b=11$이므로

$a=2$, $b=11$

$\therefore a+b=2+11=13$

13 $y=-5x^2+ax-7$은 $x=-2$일 때 최댓값 b를 가지므로

$y=-5(x+2)^2+b=-5x^2-20x+b-20$

따라서 $a=-20$, $-7=b-20$이므로

$a=-20$, $b=13$

즉, $y=-5x^2-20x-7$의 그래프가 점 $(-3, k)$를 지나므로

$k=-45+60-7=8$

$\therefore a+b+k=-20+13+8=1$

14 $x=-2$일 때 최댓값 8을 가지므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+8$이라고 하면 이 그래프가 점 $(-1, 5)$를 지나므로

$5=a+8 \quad \therefore a=-3$

$\therefore y=-3(x+2)^2+8=-3x^2-12x-4$

15 조건 (가), (나)에서 이차함수의 식을 $y=2(x-2)^2+q$라고 하면 이 그래프가 점 $(3, 0)$을 지나므로

$0=2+q \quad \therefore q=-2$

따라서 $y=2(x-2)^2-2$이므로 $x=0$을 대입하면 $y=6$

즉, y축과의 교점의 y좌표는 6이다.

16 $y=x^2+2kx+2k=(x+k)^2-k^2+2k$

$\therefore m=-k^2+2k=-(k-1)^2+1$

따라서 m은 $k=1$일 때 최댓값 1을 갖는다.

17 두 수를 x, $42-x$라 하고, 두 수의 곱을 y라고 하면

$y=x(42-x)=-x^2+42x$

$\quad=-(x-21)^2+441$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 441이다.

18 $y=-5x^2+30x=-5(x-3)^2+45$

따라서 지면으로부터 가장 높이 올라가는 것은 축구공을 찬 지 3초 후이다.

19 $h=-4.9t^2+9.8t+13=-4.9(t-1)^2+17.9$

따라서 최고 높이에 도달했을 때의 지면으로부터의 높이는 17.9 m이다.

20 울타리의 세로의 길이를 x m라고 하면 가로의 길이는 $(60-2x)$ m이다.

울타리 내부의 넓이를 y m^2라고 하면

$y=x(60-2x)=-2x^2+60x$

$\quad=-2(x-15)^2+450$

따라서 울타리 내부의 최대 넓이는 450 m^2이다.

소단원 테스트 [2회] 151~152쪽

01 29	**02** ④	**03** 0	**04** ②	**05** -12
06 ③	**07** ㄱ, ㄷ, ㅂ		**08** -12	**09** ④
10 1	**11** $(0, -2)$		**12** -9	**13** $\frac{6}{5}$
14 ⑤	**15** $y=-x^2+8x-16$			**16** 3
17 ①	**18** -5, 5		**19** 2초	**20** 4 cm

01 $y=x^2+ax+b$의 그래프의 축의 방정식이 $x=-5$이므로 이차함수의 식을 $y=(x+5)^2+q$라고 하면 이 그래프가 점 $(-2, 3)$을 지나므로

$3=9+q \quad \therefore q=-6$

따라서 $y=(x+5)^2-6=x^2+10x+19$이므로

$a=10$, $b=19$

$\therefore a+b=10+19=29$

02 x^2의 계수가 2이고 x축과의 두 교점의 좌표가 $(-2, 0)$, $(1, 0)$이므로 이차함수의 식은

$y=2(x+2)(x-1)=2x^2+2x-4$

03 y절편이 1이므로 $c=1$

$y=ax^2+bx+1$의 그래프가 점 $(-1, 6)$을 지나므로

$6=a-b+1 \quad \therefore a-b=5 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또, 점 $(3, 10)$을 지나므로

$10=9a+3b+1 \quad \therefore 3a+b=3 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-3$

$\therefore a+b+c=2+(-3)+1=0$

04 y절편이 17이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+17$이라고 하면 이 그래프가 점 $(1, 7)$을 지나므로

$7=a+b+17 \quad \therefore a+b=-10 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또, 점 $(4, 1)$을 지나므로

$1=16a+4b+17 \quad \therefore 4a+b=-4 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-12$

따라서 $y=2x^2-12x+17=2(x-3)^2-1$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, -1)$이다.

05 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 1)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+1$이라고 하면 이 그래프가 점 $(0, -3)$을 지나므로

$-3=4a+1 \quad \therefore a=-1$

따라서 $y=-(x+2)^2+1=-x^2-4x-3$이므로

$b=-4$, $c=-3$

$\therefore abc=-1\times(-4)\times(-3)=-12$

06 x축과 두 점 $(-1, 0)$, $(5, 0)$에서 만나므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-5)$라고 하면 이 그래프가 점 $(4, -10)$을 지나므로

$-10=-5a \quad \therefore a=2$

$\therefore y=2(x+1)(x-5)=2x^2-8x-10$

$\quad =2(x-2)^2-18$

따라서 $p=2$, $q=-18$이므로

$ap+q=2\times2+(-18)=-14$

07 ㄱ. $x=-1$일 때 최솟값 7을 갖는다.

ㄴ. $x=0$일 때 최댓값 7을 갖는다.

ㄷ. $x=1$일 때 최솟값 7을 갖는다.

ㄹ. $x=7$일 때 최솟값 0을 갖는다.

ㅁ. $-2x^2+4x+5=-2(x-1)^2+7$이므로 $x=1$일 때 최댓값 7을 갖는다.

ㅂ. $y=4x^2-16x+23=4(x-2)^2+7$이므로 $x=2$일 때 최솟값 7을 갖는다.

따라서 최솟값이 7인 이차함수는 ㄱ, ㄷ, ㅂ이다.

08 $y=-\frac{1}{3}x^2-2x+1=-\frac{1}{3}(x+3)^2+4$

따라서 $x=-3$일 때 최댓값 4를 가지므로

$a=-3$, $b=4$

$\therefore ab=-3\times4=-12$

09 $y=-\frac{1}{2}x^2-2x-3=-\frac{1}{2}(x+2)^2-1$이므로

$M=-1$

$y=2x^2-4x+7=2(x-1)^2+5$이므로 $m=5$

$\therefore M+m=-1+5=4$

10 $y=-x^2+6x+m=-(x-3)^2+m+9$

이 이차함수의 최댓값이 10이므로

$m+9=10 \quad \therefore m=1$

11 $y=-\frac{1}{2}x^2+3x+m+1=-\frac{1}{2}(x-3)^2+m+\frac{11}{2}$

이 이차함수의 최댓값이 $\frac{5}{2}$이므로

$m+\frac{11}{2}=\frac{5}{2} \quad \therefore m=-3$

따라서 $x=0$을 $y=-\frac{1}{2}x^2+3x-2$에 대입하면 $y=-2$이므로 y축과의 교점의 좌표는 $(0, -2)$이다.

12 $y=-x^2+ax+b$는 $x=-3$일 때 최댓값 6을 가지므로

$y=-(x+3)^2+6=-x^2-6x-3$

따라서 $a=-6$, $b=-3$이므로

$a+b=-6+(-3)=-9$

13 $y=ax^2+bx+c$가 $x=-5$일 때 최솟값 -2를 가지므로 이차함수의 식을 $y=a(x+5)^2-2$라고 하면 이 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로

$3=25a-2 \quad \therefore a=\frac{1}{5}$

따라서 $y=\frac{1}{5}(x+5)^2-2=\frac{1}{5}x^2+2x+3$이므로

$b=2$, $c=3$

$\therefore abc=\frac{1}{5}\times2\times3=\frac{6}{5}$

14 $y=-x^2+2ax+b=-(x-a)^2+a^2+b$의 그래프를 x축의 방향으로 $5a$만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-(x-5a-a)^2+a^2+b=-(x-6a)^2+a^2+b$

이 그래프의 축의 방정식이 $x=3$이고, 최댓값이 -3이므로

$6a=3$, $a^2+b=-3$

따라서 $a=\frac{1}{2}$, $b=-\frac{13}{4}$이므로

$4(a-b)=4\times\left\{\frac{1}{2}-\left(-\frac{13}{4}\right)\right\}=15$

15 조건 (가), (나)에서 주어진 이차함수는 $x=4$일 때 최댓값 0을 가지므로 이차함수의 식을 $y=a(x-4)^2$라고 하면

이 그래프가 점 $(3, -1)$을 지나므로

$-1=a$

$\therefore y=-(x-4)^2=-x^2+8x-16$

16 x축과의 두 교점의 좌표가 $(-1, 0)$, $(3, 0)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-3)$이라고 하자.

$y=a(x+1)(x-3)=ax^2-2ax-3a$

$=a(x-1)^2-4a$

이 이차함수의 최댓값이 4이므로

$-4a=4$ $\quad\therefore a=-1$

따라서 $y=-(x-1)^2+4$이므로 $x=0$을 대입하면 $y=3$

즉, y축과의 교점의 y좌표는 3이다.

17 $y=3x^2+6ax+2a=3(x+a)^2-3a^2+2a$

$\therefore m=-3a^2+2a=-3\left(a-\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3}$

따라서 m은 $a=\frac{1}{3}$일 때 최댓값 $\frac{1}{3}$을 갖는다.

18 두 수를 x, $x+10$이라 하고, 두 수의 곱을 y라고 하면

$y=x(x+10)=x^2+10x=(x+5)^2-25$

따라서 두 수의 곱이 최소가 될 때의 두 수는 -5, 5이다.

19 $y=-4.4x^2+17.6x=-4.4(x-2)^2+17.6$

따라서 물이 가장 높이 올라갈 때까지 걸리는 시간은 2초이다.

20 직사각형의 가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이는 $(8-x)$ cm이다.

직사각형의 넓이를 y cm^2라고 하면

$y=x(8-x)=-x^2+8x=-(x-4)^2+16$

따라서 직사각형의 넓이가 최대일 때의 가로의 길이는 4 cm이다.

중단원 테스트 [1회] 153~156쪽

01 0	**02** ②	**03** ①	**04** -3	**05** ①
06 9	**07** ②	**08** ④	**09** ④	**10** ②
11 1	**12** 4	**13** ①	**14** ④	**15** ③
16 ⑤	**17** ②	**18** 11		
19 $y=-2x^2+12x-8$			**20** -3	**21** 22
22 100	**23** 100 cm^2		**24** 125원	**25** 1
26 4	**27** -4	**28** 18 m^2		**29** $-\frac{16}{3}$
30 8 cm				

01 $y=-x^2-2x+1=-(x+1)^2+2$

따라서 $a=-1$, $p=-1$, $q=2$이므로

$a+p+q=-1+(-1)+2=0$

02 $y=2x^2+12x+20=2(x+3)^2+2$

이 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 2)$, 축의 방정식은 $x=-3$이므로

$a=-3$, $b=2$, $c=-3$

$\therefore a+bc=-3+2\times(-3)=-9$

03 그래프의 축의 방정식을 각각 구하면 다음과 같다.

① $x=-3$

② $y=x^2-2x+6=(x-1)^2+5$이므로 $x=1$

③ $x=0$

④ $y=\frac{1}{2}x^2+x-1=\frac{1}{2}(x+1)^2-\frac{3}{2}$이므로 $x=-1$

⑤ $y=2x^2+8x+1=2(x+2)^2-7$이므로 $x=-2$

따라서 그래프의 축이 가장 왼쪽에 있는 것은 ①이다.

04 $y=4x^2-16x+7=4(x-2)^2-9$

이 그래프의 축의 방정식이 $x=m$이므로 $m=2$

이 그래프가 점 $(1, n)$을 지나므로

$n=4-9=-5$

$\therefore m+n=2+(-5)=-3$

05 $y=\frac{1}{2}x^2+5x-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}(x+5)^2-13$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-5, -13)$

$y=x^2-2mx-8$의 그래프가 점 $(-5, -13)$을 지나므로

$-13=25+10m-8$ $\quad\therefore m=-3$

06 $y=3x^2-12x+25=3(x-2)^2+13$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, 13)$

$y=-\frac{1}{2}x^2-px+q=-\frac{1}{2}(x+p)^2+\frac{1}{2}p^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\left(-p, \frac{1}{2}p^2+q\right)$

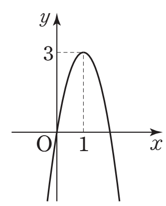
두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로

$2=-p,\ 13=\frac{1}{2}p^2+q$

따라서 $p=-2,\ q=11$이므로

$p+q=-2+11=9$

07 $y=-3x^2+6x=-3(x-1)^2+3$



이 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 3)$이고 위로 볼록하며, y축과의 교점의 좌표가 $(0,\ 0)$이므로 오른쪽 그림과 같다.

따라서 주어진 이차함수의 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.

08 $y=-x^2-2x+k=-(x+1)^2+k+1$

이 그래프의 축의 방정식이 $x=-1$이고, $\overline{AB}=8$이므로

$A(-1-4,\ 0),\ B(-1+4,\ 0)$

$\therefore A(-5,\ 0),\ B(3,\ 0)$

$y=-x^2-2x+k$의 그래프가 점 $B(3,\ 0)$을 지나므로

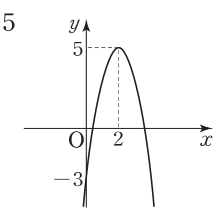
$0=-9-6+k \qquad \therefore k=15$

따라서 $y=-x^2-2x+15=-(x+1)^2+16$이므로

$C(-1,\ 16)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times16=64$

09 $y=-2x^2+8x-3=-2(x-2)^2+5$



이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

④ 제2사분면을 지나지 않는다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

10 $y=-2x^2-8x-1=-2(x+2)^2+7$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2(x+2+2)^2+7-3=-2(x+4)^2+4$

$=-2x^2-16x-28$

11 $y=-2x^2+4x+1=-2(x-1)^2+3$의 그래프를 x축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=-2(x+1-1)^2+3=-2x^2+3$

이 그래프가 점 $(-1,\ k)$를 지나므로

$k=-2+3=1$

12 $y=-x^2-4x+4=-(x+2)^2+8$이므로 $A(-2,\ 8)$

$x=0$을 $y=-x^2-4x+4$에 대입하면 $y=4$이므로

$B(0,\ 4)$

$\therefore \triangle AOB=\frac{1}{2}\times4\times2=4$

13 x축과의 두 교점의 좌표가 $(-1,\ 0),\ (4,\ 0)$이므로 이차함수의 식은

$y=(x+1)(x-4)=x^2-3x-4$

따라서 $a=-3,\ b=-4$이므로

$a+b=-3+(-4)=-7$

14 ① $x=0$일 때 최댓값 1을 갖는다.

② $x=3$일 때 최댓값 0을 갖는다.

③ $x=-2$일 때 최솟값 -3을 갖는다.

④ $y=-x^2-4x-1=-(x+2)^2+3$이므로 $x=-2$일 때 최댓값 3을 갖는다.

⑤ $y=x^2+6x=(x+3)^2-9$이므로 $x=-3$일 때 최솟값 -9를 갖는다.

따라서 최댓값이 3인 이차함수는 ④이다.

15 $y=x^2-4x+k=(x-2)^2+k-4$

$y=-2x^2+4x-2k+2=-2(x-1)^2-2k+4$

따라서 $k-4=-2k+4$이므로 $3k=8$

$\therefore k=\frac{8}{3}$

16 $P(a,\ b)$가 $y=2x^2-3x+5$의 그래프 위의 점이므로

$b=2a^2-3a+5$

$\therefore a+b=a+2a^2-3a+5=2a^2-2a+5$

$=2\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{9}{2}$

따라서 $a+b$는 $a=\frac{1}{2}$일 때 최솟값 $\frac{9}{2}$를 갖는다.

17 $y=-x^2-2x+a+2=-(x+1)^2+a+3$

이 이차함수의 최댓값이 6이므로

$a+3=6 \qquad \therefore a=3$

18 $y=ax^2+12x+b$는 $x=3$일 때 최댓값 5를 가지므로

$y=a(x-3)^2+5=ax^2-6ax+9a+5$

따라서 $12=-6a,\ b=9a+5$이므로

$a=-2,\ b=-13$

$\therefore a-b=-2-(-13)=11$

19 $y=-2x^2$의 그래프를 평행이동하면 완전히 포개지고, $x=3$일 때 최댓값 10을 가지므로 이차함수의 식은

$y=-2(x-3)^2+10=-2x^2+12x-8$

20 $y=-2x^2-2ax+3a=-2\left(x+\frac{a}{2}\right)^2+\frac{1}{2}a^2+3a$

$\therefore M=\frac{1}{2}a^2+3a=\frac{1}{2}(a+3)^2-\frac{9}{2}$

따라서 M의 값이 최소가 되도록 하는 a의 값은 -3이다.

21 x축과의 두 교점의 좌표가 $(-4,\ 0),\ (2,\ 0)$이므로 이차함수의 식은

$y=a(x+4)(x-2)=ax^2+2ax-8a$

$=a(x+1)^2-9a$

이 이차함수의 최솟값이 -18이므로

$-9a=-18 \qquad \therefore a=2$

따라서 $y=2x^2+4x-16$이므로 $b=4$, $c=-16$

$\therefore a+b-c=2+4-(-16)=22$

22 두 수를 x, $20-x$라 하고, 두 수의 곱을 y라고 하면

$y=x(20-x)=-x^2+20x$

$=-(x-10)^2+100$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 100이다.

23 새로운 직사각형의 가로의 길이는 $(8+x)$ cm, 세로의 길이는 $(12-x)$ cm이므로 이 직사각형의 넓이를 y cm^2라고 하면

$y=(8+x)(12-x)=-x^2+4x+96$

$=-(x-2)^2+100$

따라서 직사각형의 최대 넓이는 100 cm^2이다.

24 볼펜의 총 판매액을 y원이라고 하면

$y=(100+x)(300-2x)=-2x^2+100x+30000$

$=-2(x-25)^2+31250$

따라서 $x=25$일 때 볼펜의 총 판매액이 최대이므로 그때의 볼펜 한 자루의 가격은

$100+25=125$(원)

25 점 P의 좌표를 $(x, -2x+4)$라 하고 $\triangle$PRQ의 넓이를 y라고 하면

$y=\frac{1}{2}x(-2x+4)=-x^2+2x$

$=-(x-1)^2+1$

따라서 $\triangle$PRQ의 최대 넓이는 1이다.

26 $y=ax^2+2x+3$의 그래프가 점 $(1, 4)$를 지나므로

$4=a+2+3 \quad \therefore a=-1$ ...... ❶

따라서 $y=-x^2+2x+3$이므로 $y=0$을 대입하면

$0=-x^2+2x+3$, $x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0 \quad \therefore x=-1$ 또는 $x=3$

$\therefore$ A$(-1, 0)$, B$(3, 0)$ ...... ❷

$\therefore \overline{AB}=3-(-1)=4$ ...... ❸

채점 기준	배점
❶ a의 값 구하기	1점
❷ 두 점 A, B의 좌표 구하기	3점
❸ $\overline{AB}$의 길이 구하기	1점

27 $y=ax^2+bx+c$가 $x=2$일 때 최솟값 -10을 가지므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2-10$이라고 하면 이 그래프가 점 $(-2, 22)$를 지나므로

$22=16a-10 \quad \therefore a=2$

따라서 $y=2(x-2)^2-10=2x^2-8x-2$이므로

$b=-8$, $c=-2$ ...... ❶

$\therefore a+b-c=2+(-8)-(-2)=-4$ ...... ❷

채점 기준	배점
❶ a, b, c의 값 구하기	각 1점
❷ $a+b-c$의 값 구하기	2점

28 닭장의 가로의 길이가 $(12-2x)$ m이므로 닭장의 넓이를 y m^2라고 하면

$y=x(12-2x)=-2x^2+12x$

$=-2(x-3)^2+18$ ...... ❶

따라서 닭장의 최대 넓이는 18 m^2이다. ...... ❷

채점 기준	배점
❶ 이차함수의 식 세우기	3점
❷ 닭장의 최대 넓이 구하기	2점

29 $y=0$을 $y=\frac{1}{3}x^2+2x+k$에 대입하면

$0=\frac{1}{3}x^2+2x+k$, $x^2+6x+3k=0$

$\therefore x=-3\pm\sqrt{9-3k}$

$\therefore$ A$(-3-\sqrt{9-3k}, 0)$, B$(-3+\sqrt{9-3k}, 0)$ ...... ❶

$\overline{AB}=10$이므로 $-3+\sqrt{9-3k}-(-3-\sqrt{9-3k})=10$

$2\sqrt{9-3k}=10$, $\sqrt{9-3k}=5$

$9-3k=25 \quad \therefore k=-\frac{16}{3}$ ...... ❷

채점 기준	배점
❶ 두 점 A, B의 좌표 구하기	2점
❷ k의 값 구하기	3점

30 $\overline{AP}=x$ cm라고 하면 $\overline{BP}=(24-x)$ cm이고 두 도형의 넓이의 합을 y cm^2라고 하면

$y=x^2+\frac{1}{2}(24-x)^2=\frac{3}{2}x^2-24x+288$

$=\frac{3}{2}(x-8)^2+192$ ...... ❶

따라서 두 도형의 넓이의 합이 최소가 되도록 하는 $\overline{AP}$의 길이는 8 cm이다. ...... ❷

채점 기준	배점
❶ 이차함수의 식 세우기	3점
❷ 두 도형의 넓이의 합이 최소가 되도록 하는 $\overline{AP}$의 길이 구하기	2점

중단원 테스트 [2회]

157~160쪽

01 ③	**02** 2	**03** $(1, 2)$	**04** -3	**05** ③
06 ⑤	**07** ②	**08** ⑤	**09** 27	**10** $(1, 4)$
11 ④	**12** $(3, -8)$		**13** ③	**14** ①
15 ③	**16** 10	**17** 1	**18** $y=2x^2-12x$	
19 1	**20** ③	**21** ③	**22** ③	**23** ①
24 3 cm	**25** 500개	**26** 16 : 25		**27** -1
28 13	**29** 5	**30** $(18, 0)$		

01 $y=-3x^2-12x-4=-3(x+2)^2+8$
따라서 $a=-3$, $p=-2$, $q=8$이므로
$a+p+q=-3+(-2)+8=3$

02 $y=-4x^2+8x+a-6=-4(x-1)^2+a-2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, a-2)$이고 이 점이 x축 위에 있으므로
$a-2=0 \qquad \therefore a=2$

03 $y=-x^2-2ax+1=-(x+a)^2+a^2+1$
이 그래프의 축의 방정식은 $x=-a$이므로
$-a=1 \qquad \therefore a=-1$
따라서 $y=-(x-1)^2+2$이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 2)$이다.

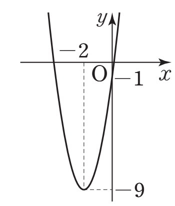
04 $y=0$을 $y=-\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+2$에 대입하면
$-\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+2=0$, $x^2+3x-4=0$
$(x+4)(x-1)=0 \qquad \therefore x=-4$ 또는 $x=1$
이때 $a<b$이므로 $a=-4$, $b=1$
$x=0$을 $y=-\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x+2$에 대입하면 $y=2$
$\therefore c=2$
$\therefore a-b+c=-4-1+2=-3$

05 $y=(1+x)^2+4(1+x)+2=x^2+6x+7$
$\quad=(x+3)^2-2$
이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -2)$이므로
$a=-3$, $b=-2$
$\therefore a-b=-3-(-2)=-1$

06 $y=-3x^2+12x-2=-3(x-2)^2+10$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-3(x-m-2)^2+10+n$
이 그래프가 $y=-3x^2+6x+1=-3(x-1)^2+4$의 그래프와 일치하므로
$-m-2=-1$, $10+n=4$
따라서 $m=-1$, $n=-6$이므로
$m-n=-1-(-6)=5$

07 $y=-3x^2-12x-1=-3(x+2)^2+11$
이 그래프의 축의 방정식은 $x=-2$이고 위로 볼록하므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하는 x의 값의 범위는 $x>-2$이다.

08 $y=2x^2+8x-1=2(x+2)^2-9$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



① 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -9)$이다.
② 점 $(0, -1)$을 지난다.
③ 아래로 볼록한 포물선이다.
④ 축의 방정식은 $x=-2$이다.

09 $y=-x^2+2x+8=-(x-1)^2+9$이므로 $\mathrm{A}(1, 9)$
$y=0$을 $y=-x^2+2x+8$에 대입하면
$0=-x^2+2x+8$, $x^2-2x-8=0$
$(x+2)(x-4)=0 \qquad \therefore x=-2$ 또는 $x=4$
$\therefore \mathrm{B}(-2, 0)$, $\mathrm{C}(4, 0)$
$\therefore \triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times\{4-(-2)\}\times 9=27$

10 $y=-2x^2-4x+5=-2(x+1)^2+7$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-2(x-2+1)^2+7-3=-2(x-1)^2+4$
따라서 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, 4)$이다.

11 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$
이때 $a<0$이므로 $b>0$
y축과의 교점이 x축의 아래쪽에 있으므로 $c<0$

12 $y=x^2+ax+b$의 그래프가 점 $(-1, 8)$을 지나므로
$8=1-a+b \qquad \therefore a-b=-7 \qquad \cdots\cdots$ ㉠
또, 점 $(1, -4)$를 지나므로
$-4=1+a+b \qquad \therefore a+b=-5 \qquad \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-6$, $b=1$
따라서 $y=x^2-6x+1=(x-3)^2-8$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3, -8)$이다.

13 $y=-3(x+2)(x-4)=-3x^2+6x+24$
$\quad=-3(x-1)^2+27$
따라서 $x=1$일 때 최댓값 27을 갖는다.

14 $y=ax^2+bx+c$가 $x=1$일 때 최솟값 -3을 가지므로 이차함수의 식을 $y=a(x-1)^2-3$이라고 하면 이 그래프가 점 $(3, 5)$를 지나므로

$5=4a-3 \qquad \therefore a=2$

따라서 $y=2(x-1)^2-3=2x^2-4x-1$이므로

$b=-4,\ c=-1$

$\therefore a+bc=2+(-4)\times(-1)=6$

15 $y=\frac{1}{2}x^2-2x-k+1=\frac{1}{2}(x-2)^2-k-1$

이 이차함수의 최솟값이 -4이므로

$-k-1=-4 \qquad \therefore k=3$

따라서 $y=\frac{1}{2}x^2-2x-2$이므로 $x=0$을 대입하면 $y=-2$

즉, y축과의 교점의 좌표는 $(0, -2)$이다.

16 $y=x^2+2x+6a-b=(x+1)^2+6a-b-1$

이 이차함수의 최솟값이 6이므로

$6a-b-1=6 \qquad \therefore 6a-b=7 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$y=-x^2+6x+a+b=-(x-3)^2+a+b+9$

이 이차함수의 최댓값이 16이므로

$a+b+9=16$이므로 $\qquad \therefore a+b=7 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2,\ b=5$

$\therefore ab=2\times5=10$

17 $y=x^2+ax+b$는 $x=2$일 때 최솟값 1을 가지므로

$y=(x-2)^2+1=x^2-4x+5$

따라서 $a=-4,\ b=5$이므로

$a+b=-4+5=1$

18 축의 방정식이 $x=3$이고 최솟값이 -18이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-3)^2-18$이라고 하면 이 그래프가 점 $(0, 0)$을 지나므로

$0=9a-18 \qquad \therefore a=2$

따라서 구하는 이차함수의 식은

$y=2(x-3)^2-18=2x^2-12x$

19 $y=2x^2-4kx+4k-1=2(x-k)^2-2k^2+4k-1$

$\therefore f(k)=-2k^2+4k-1=-2(k-1)^2+1$

따라서 $f(k)$는 $k=1$일 때 최댓값 1을 갖는다.

20 두 수를 $x,\ 10-x$라 하고, 두 수의 곱을 y라고 하면

$y=x(10-x)=-x^2+10x$

$\quad=-(x-5)^2+25$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 25이다.

21 $h=30t-5t^2=-5(t-3)^2+45$

따라서 $p=3,\ q=45$이므로

$p+q=3+45=48$

22 새로운 삼각형의 밑변의 길이는 $(10-x)$cm, 높이는 $(6+x)$cm이므로 이 삼각형의 넓이를 $y\text{ cm}^2$라고 하면

$y=\frac{1}{2}(10-x)(6+x)=-\frac{1}{2}x^2+2x+30$

$\quad=-\frac{1}{2}(x-2)^2+32$

따라서 삼각형의 최대 넓이는 32 cm^2이다.

23 점 P의 좌표를 $(x,\ -x+8)$이라 하고 □OQPR의 넓이를 y라고 하면

$y=x(-x+8)=-x^2+8x$

$\quad=-(x-4)^2+16$

따라서 □OQPR의 최대 넓이는 16이다.

24 부채꼴의 반지름의 길이를 x cm라고 하면 호의 길이는 $(12-2x)$ cm이다.

부채꼴의 넓이를 $y\text{ cm}^2$라고 하면

$y=\frac{1}{2}x(12-2x)=-x^2+6x$

$\quad=-(x-3)^2+9$

따라서 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 반지름의 길이는 3 cm이다.

25 이익을 y만 원이라고 하면

$y=-\frac{1}{100}x^2+10x-500=-\frac{1}{100}(x-500)^2+2000$

따라서 하루에 500개의 제품을 생산할 때 이익이 최대가 된다.

26 $x=0$을 $y=-x^2+6x+16$에 대입하면 $y=16$

$\therefore \mathrm{C}(0, 16)$

$y=-x^2+6x+16=-(x-3)^2+25$이므로

$\mathrm{D}(3, 25) \qquad \cdots\cdots$ ❶

이때 $\triangle\mathrm{ABC}$와 $\triangle\mathrm{ABD}$의 밑변이 $\overline{\mathrm{AB}}$로 같으므로 두 삼각형의 넓이의 비는 높이의 비와 같다.

$\therefore \triangle\mathrm{ABC} : \triangle\mathrm{ABD}=16 : 25 \qquad \cdots\cdots$ ❷

채점 기준	배점
❶ 두 점 C, D의 좌표 구하기	2점
❷ $\triangle$ABC와 $\triangle$ABD의 넓이의 비를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내기	3점

27 꼭짓점의 좌표가 $(2, -2)$이므로 이차함수의 식을

$y=a(x-2)^2-2$라고 하면 $\qquad \cdots\cdots$ ❶

이 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로

$2=4a-2 \qquad \therefore a=1$

따라서 $y=(x-2)^2-2=x^2-4x+2$이므로

$b=-4,\ c=2 \qquad \cdots\cdots$ ❷

$\therefore a+b+c=1+(-4)+2=-1 \qquad \cdots\cdots$ ❸

채점 기준	배점
❶ 꼭짓점의 좌표를 이용하여 이차함수의 식 나타내기	1점
❷ a, b, c의 값 구하기	각 1점
❸ $a+b+c$의 값 구하기	1점

28 $y=-2x^2-4(a+1)x+3$은 $x=2$일 때 최댓값 b를 가지므로

$y=-2(x-2)^2+b=-2x^2+8x+b-8$

따라서 $-4(a+1)=8$, $3=b-8$이므로

$a=-3$, $b=11$ ······ ❶

따라서 $y=-2x^2+8x+3$의 그래프가 점 $(k, -7)$을 지나므로

$-7=-2k^2+8k+3$, $2k^2-8k-10=0$

$k^2-4k-5=0$, $(k+1)(k-5)=0$

$\therefore k=-1$ 또는 $k=5$

이때 $k>0$이므로 $k=5$ ······ ❷

$\therefore a+b+k=-3+11+5=13$ ······ ❸

채점 기준	배점
❶ a, b의 값 구하기	각 1점
❷ k의 값 구하기	2점
❸ $a+b+k$의 값 구하기	1점

29 $y=\frac{1}{2}x^2+ax+\frac{1}{2}a^2+a-5=\frac{1}{2}(x+a)^2+a-5$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는

$(-a, a-5)$ ······ ❶

이 점이 직선 $x+y+k=0$ 위에 있으므로

$-a+(a-5)+k=0$

$\therefore k=5$ ······ ❷

채점 기준	배점
❶ 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표 구하기	3점
❷ k의 값 구하기	2점

30 $y=ax^2-5x+9$의 그래프가 점 $(2, 0)$을 지나므로

$0=4a-10+9$ $\quad\therefore a=\frac{1}{4}$ ······ ❶

따라서 $y=\frac{1}{4}x^2-5x+9$이므로 $y=0$을 대입하면

$0=\frac{1}{4}x^2-5x+9$, $x^2-20x+36=0$

$(x-2)(x-18)=0$ $\quad\therefore x=2$ 또는 $x=18$ ······ ❷

따라서 다른 한 점의 좌표는 $(18, 0)$이다. ······ ❸

채점 기준	배점
❶ a의 값 구하기	1점
❷ x축과의 교점의 x좌표 구하기	3점
❸ 다른 한 점의 좌표 구하기	1점

대단원 테스트 [1회] 161~166쪽

01 ①	**02** ④	**03** $\frac{1}{2}<a<3$	**04** ⑤
05 ①	**06** ②	**07** 제3사분면	**08** ⑤
09 0	**10** ④	**11** ③	**12** 20
13 $(-1, 2)$	**14** ②	**15** ③	
16 $y=-\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$	**17** ①	**18** -2	
19 16	**20** ②	**21** ③	**22** 8	**23** ④
24 ③	**25** ⑤	**26** 9	**27** ①	**28** ④
29 100 cm^2	**30** -4, 4		
31 $0<a<\frac{5}{4}$	**32** $\frac{16}{3}$	**33** ②	**34** 36
35 ③	**36** -8	**37** 20	**38** -5	**39** 7.5 m
40 18 cm	**41** 42	**42** ②	**43** ②
44 ③	**45** 54		

01 $y=ax^2-x(x-2)$

$=(a-1)x^2+2x$

이 함수가 x에 대한 이차함수가 되려면

$a-1\neq0$ $\quad\therefore a\neq1$

02 $f(-2)=2\times(-2)^2-3\times(-2)+a=16$이므로

$14+a=16$ $\quad\therefore a=2$

03 $y=ax^2$의 그래프가 두 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$과 $y=3x^2$의 그래프 사이에 있으므로

$\frac{1}{2}<a<3$

04 $y=a(x-p)^2+3$의 그래프의 축의 방정식은 $x=p$이므로

$p=-3$

$y=a(x+3)^2+3$의 그래프가 점 $(-2, 1)$을 지나므로

$1=a\times1^2+3$ $\quad\therefore a=-2$

$\therefore ap=-2\times(-3)=6$

05 $y=2x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=2x^2+q$

이 그래프가 점 $(3, 11)$을 지나므로

$11=2\times3^2+q$ $\quad\therefore q=-7$

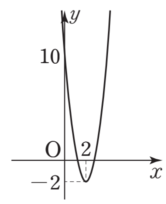
06 ② $x=-2$, $y=5$를 $y=\frac{1}{2}x^2+1$에 대입하면

$5\neq\frac{1}{2}\times(-2)^2+1$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

07 $y=3(x-2)^2-2$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(2, -2)$이고 아래로 볼록한 포물선이다.

또, $x=0$일 때 $y=10$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 그래프가 지나지 않는 사분면은 제3사분면이다.



08 꼭짓점의 좌표가 $(2, 4)$이므로 $p=2$, $q=4$
따라서 $y=-\frac{1}{3}(x-2)^2+4$의 그래프가 점 $\left(\frac{1}{2}, a\right)$를 지나므로
$a=-\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}-2\right)^2+4=\frac{13}{4}$
$\therefore a+p+q=\frac{13}{4}+2+4=\frac{37}{4}$

09 $y=-x^2+3$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-(x+2)^2+3+1=-x^2-4x$
따라서 $x=0$을 이 식에 대입하면 $y=0$이므로 y축과의 교점의 y좌표는 0이다.

10 y절편이 6이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+6$이라고 하면 이 그래프가 점 $(1, 0)$을 지나므로
$0=a+b+6 \quad \therefore a+b=-6 \quad \cdots\cdots ㉠$
또, 점 $(5, 16)$을 지나므로
$16=25a+5b+6 \quad \therefore 5a+b=2 \quad \cdots\cdots ㉡$
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-8$
따라서 $y=2x^2-8x+6=2(x-2)^2-2$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, -2)$이다.

11 $y=2(x-2)^2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(2, 0)$
$y=ax^2+q$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0, q)$
$y=2(x-2)^2$의 그래프가 점 $(0, q)$를 지나므로 $q=8$
$y=ax^2+8$의 그래프가 점 $(2, 0)$을 지나므로
$0=a\times2^2+8 \quad \therefore a=-2$
$\therefore a+q=-2+8=6$

12 x축과의 두 교점의 좌표가 $(-4, 0)$, $(-1, 0)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+4)(x+1)$이라고 하면 이 그래프가 점 $(0, 8)$을 지나므로
$8=4a \quad \therefore a=2$
따라서 $y=2(x+4)(x+1)=2x^2+10x+8$이므로
$b=10$, $c=8$
$\therefore a+b+c=2+10+8=20$

13 $y=ax+b$의 그래프의 y절편이 3이므로 $b=3$
$y=ax+3$의 그래프가 점 $(-3, 0)$을 지나므로
$0=-3a+3 \quad \therefore a=1$
따라서 $y=x^2+2x+3=(x+1)^2+2$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 2)$이다.

14 $y=-2x^2+4x+3=-2(x-1)^2+5$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-2(x-a-1)^2+5+b$
이 그래프가 $y=-2x^2-12x-11=-2(x+3)^2+7$의 그래프와 일치하므로
$-a-1=3$, $5+b=7$
따라서 $a=-4$, $b=2$이므로
$a+b=-4+2=-2$

15 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$
이때 $a<0$이므로 $b>0$
y축과의 교점이 x축의 위쪽에 있으므로 $c>0$

16 x축과의 두 교점의 좌표가 $(-4, 0)$, $(2, 0)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+4)(x-2)$라고 하면 이 그래프가 점 $(-1, 3)$을 지나므로
$3=-9a \quad \therefore a=-\frac{1}{3}$
$\therefore y=-\frac{1}{3}(x+4)(x-2)=-\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$

17 $y=\frac{1}{2}x^2-ax-a$가 $x=2$일 때 최솟값 m을 가지므로
$y=\frac{1}{2}(x-2)^2+m=\frac{1}{2}x^2-2x+m+2$
따라서 $-a=-2$, $-a=m+2$이므로
$a=2$, $m=-4$
$\therefore a+m=2+(-4)=-2$

18 $y=-2x^2+4kx-7=-2(x-k)^2+2k^2-7$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(k, 2k^2-7)$
꼭짓점의 y좌표가 1이므로
$2k^2-7=1$, $2k^2=8$
$k^2=4 \quad \therefore k=\pm2$
이때 꼭짓점이 제2사분면 위에 있으므로 $k<0$
$\therefore k=-2$

19 $y=-2x^2+4x+6=-2(x-1)^2+8$이므로 $\mathrm{A}(1, 8)$
$y=0$을 $y=-2x^2+4x+6$에 대입하면
$0=-2x^2+4x+6$, $x^2-2x-3=0$
$(x+1)(x-3)=0 \quad \therefore x=-1$ 또는 $x=3$
$\therefore \mathrm{B}(-1, 0)$, $\mathrm{C}(3, 0)$
$\therefore \triangle\mathrm{ABC}=\frac{1}{2}\times\{3-(-1)\}\times8=16$

20 $y=2x^2+4mx+2m+1=2(x+m)^2-2m^2+2m+1$
이 그래프의 축의 방정식은 $x=-m$이다.

이때 $x=-3$을 기준으로 y의 값의 증가·감소가 바뀌므로 주어진 이차함수의 그래프의 축의 방정식은 $x=-3$이다.
따라서 $-m=-3$이므로 $m=3$
즉, $y=2(x+3)^2-11$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -11)$이다.

21 $y=2x^2+ax+b$의 축의 방정식이 $x=-1$이므로 이차함수의 식을 $y=2(x+1)^2+q$라고 하면 이 그래프가 점 $(-3, 0)$을 지나므로
$0=8+q \qquad \therefore q=-8$
따라서 $y=2(x+1)^2-8=2x^2+4x-6$이므로
$a=4, b=-6$
$\therefore a-b=4-(-6)=10$

22 $y=x^2-6$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -10만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=(x+2)^2-6-10=(x+2)^2-16$
$\ =x^2+4x-12$
$y=0$을 대입하면
$0=x^2+4x-12, (x+6)(x-2)=0$
$\therefore x=-6$ 또는 $x=2$
따라서 $\mathrm{A}(-6, 0), \mathrm{B}(2, 0)$ 또는 $\mathrm{A}(2, 0), \mathrm{B}(-6, 0)$이므로
$\overline{\mathrm{AB}}=2-(-6)=8$

23 $y=\frac{1}{2}x^2+ax+b$는 $x=-2$일 때 최솟값 -3을 가지므로
$y=\frac{1}{2}(x+2)^2-3=\frac{1}{2}x^2+2x-1$
따라서 $a=2, b=-1$이므로
$a-b=2-(-1)=3$

24 $y=x^2+ax+b$의 그래프가 점 $(-1, -1)$을 지나므로
$-1=1-a+b \qquad \therefore a-b=2 \qquad \cdots\cdots$ ㉠
또, 점 $(1, -7)$을 지나므로
$-7=1+a+b \qquad \therefore a+b=-8 \qquad \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-3, b=-5$
따라서 $y=x^2-3x-5=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2-\frac{29}{4}$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\left(\frac{3}{2}, -\frac{29}{4}\right)$이다.

25 꼭짓점의 좌표가 $(2, 1)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+1$이라고 하면 이 그래프가 점 $(1, 2)$를 지나므로
$2=a+1 \qquad \therefore a=1$
$\therefore y=(x-2)^2+1=x^2-4x+5$
① $x=-2, y=5$를 $y=x^2-4x+5$에 대입하면
$5\neq4+8+5$
② $x=-1, y=8$을 $y=x^2-4x+5$에 대입하면
$8\neq1+4+5$
③ $x=0, y=4$를 $y=x^2-4x+5$에 대입하면
$4\neq5$
④ $x=3, y=4$를 $y=x^2-4x+5$에 대입하면
$4\neq9-12+5$
⑤ $x=4, y=5$를 $y=x^2-4x+5$에 대입하면
$5=16-16+5$
따라서 그래프 위의 점인 것은 ⑤이다.

26 꼭짓점의 좌표가 $(0, -3)$이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2-3$이라고 하면 이 그래프가 점 $(-3, 0)$을 지나므로
$0=9a-3 \qquad \therefore a=\frac{1}{3}$
따라서 $y=\frac{1}{3}x^2-3$의 그래프가 점 $(6, k)$를 지나므로
$k=12-3=9$

27 $x=-2$일 때 최댓값 8을 가지므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2+8$이라고 하면 이 그래프가 점 $(-1, 5)$를 지나므로
$5=a+8 \qquad \therefore a=-3$
$\therefore y=-3(x+2)^2+8=-3x^2-12x-4$

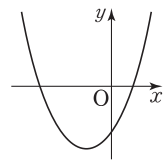
28 $y=x^2+4x+3=(x+2)^2-1$이므로 $\mathrm{A}(-2, -1)$
$y=0$을 $y=x^2+4x+3$에 대입하면
$0=x^2+4x+3, (x+3)(x+1)=0$
$\therefore x=-3$ 또는 $x=-1$
$\therefore \mathrm{B}(-3, 0), \mathrm{C}(-1, 0)$
$x=0$을 $y=x^2+4x+3$에 대입하면 $y=3$
$\therefore \mathrm{E}(0, 3)$
이때 $\overline{\mathrm{DE}}$가 x축에 평행하면 두 점 D, E의 y좌표가 같으므로 점 D의 y좌표는 3이다.
따라서 $y=3$을 $y=x^2+4x+3$에 대입하면
$3=x^2+4x+3, x^2+4x=0$
$x(x+4)=0 \qquad \therefore x=0$ 또는 $x=-4$
$\therefore \mathrm{D}(-4, 3)$

29 직사각형의 가로의 길이를 x cm라고 하면 세로의 길이는 $(20-x)$ cm이다.
직사각형의 넓이를 y cm^{2}라고 하면
$y=x(20-x)=-x^2+20x$
$\ =-(x-10)^2+100$
따라서 직사각형의 최대 넓이는 100 cm^{2}이다.

30 두 수를 $x, x+8$이라 하고, 두 수의 곱을 y라고 하면
$y=x(x+8)=x^2+8x=(x+4)^2-16$
따라서 두 수의 곱이 최소가 될 때의 두 수는 -4, 4이다.

31 $y=a(x+2)^2-5$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ -5)$

꼭짓점이 제3사분면 위에 있으므로 이 그래프가 모든 사분면을 지나려면 오른쪽 그림과 같이 아래로 볼록해야 한다.



$\therefore\ a>0$ $\cdots\cdots$ ㉠

또, y축과의 교점이 x축의 아래쪽에 위치해야 하므로 $x=0$일 때 y의 값이 0보다 작아야 한다.

$x=0$을 $y=a(x+2)^2-5$에 대입하면 $y=4a-5$

즉, $4a-5<0$이므로 $a<\frac{5}{4}$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $0<a<\frac{5}{4}$

32 점 E의 y좌표가 3이므로

$\frac{4}{3}x^2=3,\ x^2=\frac{9}{4}$ $\quad\therefore\ x=\pm\frac{3}{2}$

이때 점 E는 제1사분면 위의 점이므로 $x=\frac{3}{2}$

$\therefore\ \mathrm{E}\left(\frac{3}{2},\ 3\right)$

$\overline{\mathrm{CD}}=\frac{1}{2}\overline{\mathrm{DE}}=\frac{3}{4}$이므로 $\mathrm{D}\left(\frac{3}{4},\ 3\right)$

$y=ax^2$의 그래프가 점 $\mathrm{D}\left(\frac{3}{4},\ 3\right)$을 지나므로

$3=a\times\left(\frac{3}{4}\right)^2$ $\quad\therefore\ a=\frac{16}{3}$

33 $y=\frac{1}{2}(x+1)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 k만큼, y축의 방향으로 $k+2$만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=\frac{1}{2}(x-k+1)^2+k+2$

이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(k-1,\ k+2)$이고, 이 점이 제2사분면 위에 있으므로

$k-1<0,\ k+2>0$ $\quad\therefore\ -2<k<1$

34 점 B의 x좌표를 $a\ (a>0)$라고 하면

$\mathrm{B}(a,\ a^2-15),\ \mathrm{C}(a,\ 0),\ \mathrm{D}(-a,\ 0)$이므로

$\overline{\mathrm{BC}}=0-(a^2-15)=-a^2+15$

$\overline{\mathrm{DC}}=a-(-a)=2a$

이때 □ABCD에서 $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{DC}}$이므로

$-a^2+15=2a,\ a^2+2a-15=0$

$(a+5)(a-3)=0$ $\quad\therefore\ a=-5$ 또는 $a=3$

이때 $a>0$이므로 $a=3$

따라서 $\overline{\mathrm{DC}}=6$이므로

□ABCD$=6\times6=36$

35 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$

이때 $a>0$이므로 $b<0$

y축과의 교점이 x축의 아래쪽에 있으므로 $c<0$

① $ac<0$

② $bc>0$

③ $x=-1$일 때 $y=a-b+c$

주어진 그래프에서 $x=-1$일 때의 함숫값이 양수이므로 $a-b+c>0$

④ $x=1$일 때, $y=a+b+c$

주어진 그래프에서 $x=1$일 때의 함숫값이 음수이므로 $a+b+c<0$

⑤ $x=-2$일 때, $y=4a-2b+c$

주어진 그래프에서 $x=-2$일 때의 함숫값이 양수이므로 $4a-2b+c>0$

따라서 옳은 것은 ③이다.

36 $x=0$을 $y=x^2+2x-8$에 대입하면 $y=-8$

$\therefore\ \mathrm{A}(0,\ -8)$

$y=0$을 $y=x^2+2x-8$에 대입하면

$0=x^2+2x-8,\ (x+4)(x-2)=0$

$\therefore\ x=-4$ 또는 $x=2$

$\therefore\ \mathrm{B}(-4,\ 0),\ \mathrm{C}(2,\ 0)$

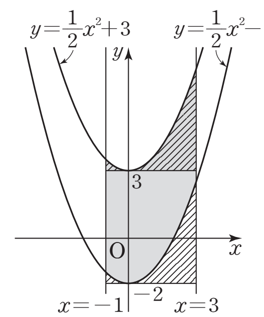
직선 l이 점 A를 지나고 △ABC의 넓이를 이등분하므로 두 점 B, C의 중점인 점 $(-1,\ 0)$을 지나야 한다.

따라서 두 점 $(0,\ -8),\ (-1,\ 0)$을 지나는 직선 l의 기울기는

$\frac{0-(-8)}{-1-0}=-8$

37 $y=\frac{1}{2}x^2+3$의 그래프는 $y=\frac{1}{2}x^2-2$의 그래프를 y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이므로 두 그래프의 폭이 같다.

따라서 빗금 친 두 부분의 넓이는 같고, 두 이차함수



$y=\frac{1}{2}x^2-2,\ y=\frac{1}{2}x^2+3$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 각각 $(0,\ -2),\ (0,\ 3)$이므로 구하는 넓이는

$\{3-(-1)\}\times\{3-(-2)\}=20$

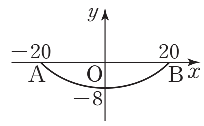
38 $y=-2x^2+10x+k-7=-2\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+k+\frac{11}{2}$

y의 값이 항상 음수가 되려면 y의 최댓값이 음수이어야 하므로

$k+\frac{11}{2}<0$ $\quad\therefore\ k<-\frac{11}{2}$

따라서 정수 k의 최댓값은 -5이다.

39 오른쪽 그림과 같이 호수의 중앙 M을 원점, 두 지점 A, B를 지나는 직선을 x축이라고 하면 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y=ax^2-8$이라고 할 수 있다.



B 지점의 좌표가 $(20, 0)$이므로

$0=400a-8 \qquad \therefore a=\frac{1}{50}$

따라서 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{50}x^2-8$이므로 $x=5$를 대입하면

$y=\frac{1}{50}\times 5^2-8=-7.5$

따라서 구하는 물의 깊이는 7.5 m이다.

40 x초 후에 $\overline{AP}=2x$ cm, $\overline{BQ}=3x$ cm이므로

$\overline{PB}=(24-2x)$ cm

$\triangle PBQ$의 넓이를 y cm²라고 하면

$y=\frac{1}{2}\times 3x\times(24-2x)=-3x^2+36x$

$\quad=-3(x-6)^2+108$

따라서 $x=6$일 때 $\triangle PBQ$의 넓이가 최대이므로

$\overline{BQ}=3\times 6=18$ (cm)

41 $y=-x^2-6x+7=-(x+3)^2+16$이므로 $A(-3, 16)$

$y=0$을 $y=-x^2-6x+7$에 대입하면

$0=-x^2-6x+7$, $x^2+6x-7=0$

$(x+7)(x-1)=0 \qquad \therefore x=-7$ 또는 $x=1$

이때 점 B는 x축과 $x<0$인 부분에서 만나므로 $B(-7, 0)$

$x=0$을 $y=-x^2-6x+7$에 대입하면 $y=7$

$\therefore C(0, 7)$

$\therefore \triangle ABC=\square ABOC-\triangle BOC$

$=\triangle ABO+\triangle AOC-\triangle BOC$

$=\frac{1}{2}\times 7\times 16+\frac{1}{2}\times 7\times 3-\frac{1}{2}\times 7\times 7=42$

42 꼭짓점의 좌표가 $(2, -1)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2-1$이라고 하면 $\overline{AB}=6$이므로

$A(2-3, 0)$, $B(2+3, 0)$

$\therefore A(-1, 0)$, $B(5, 0)$

$y=a(x-2)^2-1$의 그래프가 점 $A(-1, 0)$을 지나므로

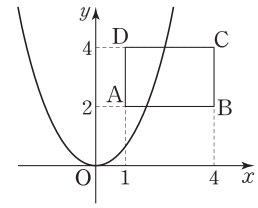
$0=9a-1 \qquad \therefore a=\frac{1}{9}$

따라서 $y=\frac{1}{9}(x-2)^2-1=\frac{1}{9}x^2-\frac{4}{9}x-\frac{5}{9}$이므로

$b=-\frac{4}{9}$, $c=-\frac{5}{9}$

$\therefore a+b+c=\frac{1}{9}+\left(-\frac{4}{9}\right)+\left(-\frac{5}{9}\right)=-\frac{8}{9}$

43 $y=ax^2$의 그래프가 $\square ABCD$의 둘레 위를 지나려면 그래프가 오른쪽 그림과 같아야 한다.



즉, a의 값은 $y=ax^2$의 그래프가 점 $B(4, 2)$를 지날 때보다는 크거나 같아야 하고, 점 $D(1, 4)$를 지날 때보다는 작거나 같아야 한다.

(ⅰ) $y=ax^2$의 그래프가 점 $B(4, 2)$를 지날 때,

$2=16a \qquad \therefore a=\frac{1}{8}$

(ⅱ) $y=ax^2$의 그래프가 점 $D(1, 4)$를 지날 때,

$4=a$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $\frac{1}{8}\le a\le 4$

44 $ax^2+bx+c=0$의 두 근이 -2, 2이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)(x-2)$라고 하자.

$\therefore y=a(x+2)(x-2)=ax^2-4a$

이 이차함수의 최댓값이 4이므로

$-4a=4 \qquad \therefore a=-1$

따라서 $y=-x^2+4$이므로 $b=0$, $c=4$

$\therefore (a+2b+c)^2=3^2=9$

45 $y=(x-3)^2$의 그래프는 $y=(x+3)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 6만큼 평행이동한 것이다.

또, $y=x^2-9$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -9만큼 평행이동한 것이다.

$y=(x+3)^2$, $y=(x-3)^2$의 그래프의 교점의 x좌표는

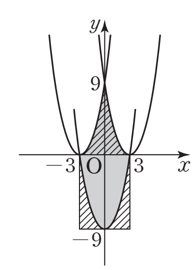
$(x+3)^2=(x-3)^2$에서 $x^2+6x+9=x^2-6x+9$

$12x=0 \qquad \therefore x=0$

$x=0$을 $y=(x+3)^2$에 대입하면 $y=9$

따라서 두 이차함수 $y=(x+3)^2$, $y=(x-3)^2$의 그래프의 교점의 좌표는 $(0, 9)$이다.

또, $y=(x+3)^2$과 $y=x^2-9$, $y=(x-3)^2$과 $y=x^2-9$의 그래프의 교점의 좌표가 각각 $(-3, 0)$, $(3, 0)$이므로 오른쪽 그림에서 빗금 친 두 부분의 넓이는 같다.



따라서 구하는 넓이는 가로의 길이가 6, 세로의 길이가 9인 직사각형의 넓이와 같으므로

$6\times 9=54$

대단원 테스트 [2회] 167~172쪽

01 ③	**02** ②	**03** ③	**04** ②	**05** 1
06 8	**07** ⑤	**08** ②	**09** ①	
10 $(-2, 6)$		**11** 8	**12** ④	**13** 8
14 1	**15** ④	**16** ②	**17** ⑤	**18** 4
19 ④	**20** ①	**21** ③	**22** ②	**23** 1
24 8 cm	**25** ③	**26** 22	**27** ②	**28** 36
29 18	**30** $-\frac{5}{9}<a<0$		**31** -13	**32** $\frac{85}{4}$
33 ③	**34** ⑤	**35** ②	**36** 0	**37** $\frac{1}{4}$
38 3	**39** $y=15x+15$		**40** 4	**41** ①
42 ④	**43** $\frac{19}{4}$	**44** 16 cm^2		**45** 31

01 ① $y=4x$
② $y=x^3$
③ $y=\pi x^2$
④ $y=\frac{10}{x}$
⑤ $y=\frac{x}{100}\times 300=3x$
따라서 y가 x에 대한 이차함수인 것은 ③이다.

02 $y=x^2-ax-3$의 그래프가 점 $(-2, -5)$를 지나므로
$-5=4+2a-3 \qquad \therefore a=-3$
따라서 $y=x^2+3x-3=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{21}{4}$이므로 이 그래프의 축의 방정식은 $x=-\frac{3}{2}$이다.

03 그래프가 위로 볼록하므로 x^2의 계수가 음수이어야 한다.
x^2의 계수가 음수인 이차함수의 x^2의 계수의 절댓값의 대소를 비교하면
$\left|-\frac{1}{2}\right|<|-1|<|-3|$
따라서 그래프가 위로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은 ③이다.

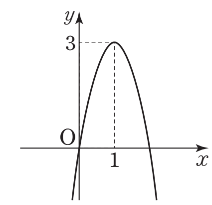
04 꼭짓점의 좌표가 $(1, 4)$이므로 $p=1$, $q=4$
$y=a(x-1)^2+4$의 그래프가 점 $(3, -4)$를 지나므로
$-4=4a+4 \qquad \therefore a=-2$
$\therefore a+p-q=-2+1-4=-5$

05 꼭짓점의 좌표가 $(0, 0)$이므로 이차함수의 식을 $f(x)=ax^2$이라고 하면 $y=f(x)$의 그래프가 점 $(2, 4)$를 지나므로
$4=a\times 2^2 \qquad \therefore a=1$
따라서 $f(x)=x^2$이므로
$f(-1)=(-1)^2=1$

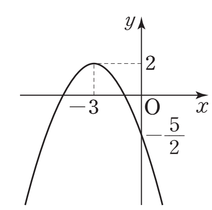
06 $f(-1)=3\times(-1)^2+(-1)-4=-2$
$f(2)=3\times 2^2+2-4=10$
$\therefore f(-1)+f(2)=-2+10=8$

07 꼭짓점의 좌표가 $(4, 0)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-4)^2$이라고 하면 이 그래프가 점 $(5, 2)$를 지나므로
$2=a\times(5-4)^2 \qquad \therefore a=2$
$\therefore y=2(x-4)^2$

08 $y=-3x^2+6x=-3(x-1)^2+3$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(1, 3)$이고, 위로 볼록한 포물선이다.
또, $x=0$일 때 $y=0$이므로 그래프는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 그래프가 지나지 않는 사분면은 제2사분면이다.



09 $y=-\frac{1}{2}(x+3)^2+2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같으므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가하는 x의 값의 범위는 $x<-3$이다.



10 축의 방정식이 $x=-2$이고, 평행이동하면 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프와 완전히 포개지므로 이차함수의 식을 $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+q$라고 하면 이 그래프가 점 $(0, 4)$를 지나므로
$4=-2+q \qquad \therefore q=6$
따라서 $y=-\frac{1}{2}(x+2)^2+6$이므로 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 6)$이다.

11 $y=-3(x+1)^2+4$의 그래프를 x축의 방향으로 5만큼, y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-3(x-5+1)^2+4-5=-3(x-4)^2-1$
이 그래프가 점 $(k, -4)$를 지나므로
$-4=-3(k-4)^2-1$, $3(k-4)^2=3$
$(k-4)^2=1$, $k-4=\pm1$
$\therefore k=3$ 또는 $k=5$
따라서 모든 k의 값의 합은
$3+5=8$

12 ④ $y=-3x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 8만큼 평행이동한 것이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

13 $y=-2$를 $y=-\frac{1}{2}x^2$에 대입하면

$-2=-\frac{1}{2}x^2$, $x^2=4$

$\therefore x=\pm2$

$\therefore \mathrm{B}(-2, -2)$, $\mathrm{C}(2, -2)$

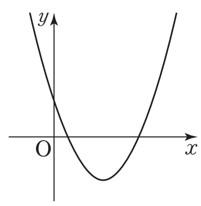
따라서 $\overline{\mathrm{BC}}=2-(-2)=4$, $\overline{\mathrm{DC}}=2$이므로

$\square\mathrm{ABCD}=4\times2=8$

14 $y=4x^2-8x+5k+2=4(x-1)^2+5k-2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, 5k-2)$이고, 이 점이 직선 $3x-2y=-3$ 위에 있으므로

$3-2(5k-2)=-3$ $\quad\therefore k=1$

15 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 제1사분면, 제2사분면, 제4사분면만을 지나려면 오른쪽 그림과 같이 아래로 볼록하고 꼭짓점 (p, q)가 제4사분면 위에 있어야 한다.



$\therefore a>0, p>0, q<0$

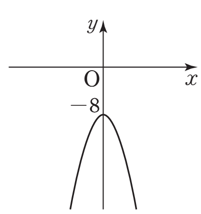
16 $y=3x^2-12x+17=3(x-2)^2+5$

따라서 $x=2$일 때 최솟값 5를 가지므로

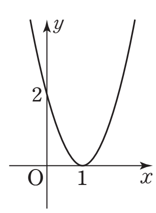
$m=2, n=5$

$\therefore m+n=2+5=7$

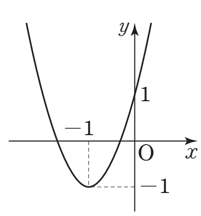
17 ① $y=-x^2-8$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제1사분면, 제2사분면을 지나지 않는다.



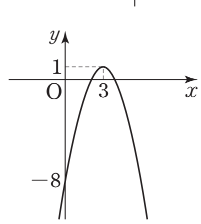
② $y=2(x-1)^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제3사분면, 제4사분면을 지나지 않는다.



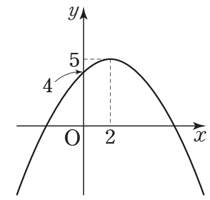
③ $y=2(x+1)^2-1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제4사분면을 지나지 않는다.



④ $y=-(x-3)^2+1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 제2사분면을 지나지 않는다.



⑤ $y=-\frac{1}{4}(x-2)^2+5$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 모든 사분면을 지난다.



따라서 그래프가 모든 사분면을 지나는 것은 ⑤이다.

18 $y=-(x+1)(x-3)=-x^2+2x+3$

$=-(x-1)^2+4$

따라서 $x=1$일 때 최댓값 4를 갖는다.

19 $y=2x^2-4ax+b$는 $x=2$일 때 최솟값 3을 가지므로

$y=2(x-2)^2+3=2x^2-8x+11$

따라서 $-4a=-8$, $b=11$이므로

$a=2, b=11$

$\therefore a+b=2+11=13$

20 y절편이 2이므로 $c=2$

$y=ax^2+bx+2$의 그래프가 점 $(-1, 6)$을 지나므로

$6=a-b+2$ $\quad\therefore a-b=4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, 점 $(2, 0)$을 지나므로

$0=4a+2b+2$ $\quad\therefore 2a+b=-1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1, b=-3$

$\therefore abc=1\times(-3)\times2=-6$

21 $y=\frac{1}{2}x^2-ax+3=\frac{1}{2}(x-a)^2-\frac{1}{2}a^2+3$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\left(a, -\frac{1}{2}a^2+3\right)$

$y=-2x^2+4x+b=-2(x-1)^2+b+2$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, b+2)$

두 그래프의 꼭짓점이 일치하므로

$a=1$, $-\frac{1}{2}a^2+3=b+2$

따라서 $a=1$, $b=\frac{1}{2}$이므로

$\frac{b}{a}=\frac{\frac{1}{2}}{1}=\frac{1}{2}$

22 그래프가 아래로 볼록하므로 $a>0$

축이 y축의 오른쪽에 있으므로 $ab<0$

이때 $a>0$이므로 $b<0$

y축과의 교점이 x축의 위쪽에 있으므로 $c>0$

① $ab<0$

② $bc<0$

③ $abc<0$

④ $x=1$일 때, $y=a+b+c$
주어진 그래프에서 $x=1$일 때의 함수값이 -1이므로
$a+b+c=-1$
⑤ $x=-1$일 때, $y=a-b+c$
주어진 그래프에서 $x=-1$일 때의 함숫값이 양수이므로 $a-b+c>0$
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

23 $y=-3x^2+12x-8=-3(x-2)^2+4$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-3(x-m-2)^2+4+n$
이 그래프가 $y=-3x^2-6x+5=-3(x+1)^2+8$의 그래프와 일치하므로
$-m-2=1$, $4+n=8$
따라서 $m=-3$, $n=4$이므로
$m+n=-3+4=1$

24 $\overline{AP}=x$ cm라고 하면 $\overline{BP}=(12-x)$cm이고, 두 도형의 넓이의 합을 y cm^{2}라고 하면
$y=\frac{1}{2}x^2+(12-x)^2=\frac{3}{2}x^2-24x+144$
$=\frac{3}{2}(x-8)^2+48$
따라서 두 도형의 넓이의 합이 최소가 되도록 하는 $\overline{AP}$의 길이는 8 cm이다.

25 x축과의 두 교점의 좌표가 $(-3,\ 0)$, $(3,\ 0)$이므로 이차함수의 식은
$y=(x+3)(x-3)=x^2-9$
따라서 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -9)$이다.

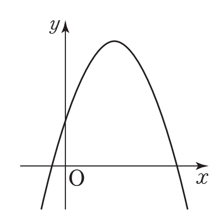
26 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -5)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+2)^2-5$라고 하면 이 그래프가 점 $(-1,\ -2)$를 지나므로
$-2=a-5$ $\quad\therefore a=3$
따라서 $y=3(x+2)^2-5=3x^2+12x+7$이므로
$b=12$, $c=7$
$\therefore a+b+c=3+12+7=22$

27 $y=0$을 $y=-x^2+4x-3$에 대입하면
$0=-x^2+4x-3$, $x^2-4x+3=0$
$(x-1)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=1$ 또는 $x=3$
$\therefore$ A$(1,\ 0)$, B$(3,\ 0)$
$x=0$을 $y=-x^2+4x-3$에 대입하면 $y=-3$
$\therefore$ C$(0,\ -3)$
$\therefore \triangle ACB=\frac{1}{2}\times(3-1)\times3=3$

28 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 0)$이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2$이라고 하면 $\overline{AB}=4$이고 두 점 A, B의 y좌표가 9이므로
A$(-2,\ 9)$, B$(2,\ 9)$
$y=ax^2$의 그래프가 점 B$(2,\ 9)$를 지나므로
$9=4a$ $\quad\therefore a=\frac{9}{4}$
따라서 $y=\frac{9}{4}x^2$의 그래프가 점 $(4,\ k)$를 지나므로
$k=\frac{9}{4}\times4^2=36$

29 x^2의 계수가 a이고 x축과의 두 교점의 좌표가 $(-2,\ 0)$, $(4,\ 0)$이므로 이차함수의 식은
$y=a(x+2)(x-4)=ax^2-2ax-8a$
$=a(x-1)^2-9a$
이 이차함수의 최댓값이 18이므로
$-9a=18$ $\quad\therefore a=-2$
따라서 $y=-2x^2+4x+16$이므로 $b=4$, $c=16$
$\therefore a+b+c=-2+4+16=18$

30 $y=ax^2-6ax+9a+5=a(x-3)^2+5$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 5)$
꼭짓점이 제1사분면 위에 있으므로 이 그래프가 모든 사분면을 지나려면 오른쪽 그림과 같이 위로 볼록해야 한다.



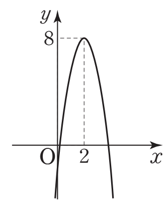
$\therefore a<0$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠
또, y축과의 교점이 x축의 위쪽에 위치해야 하므로 $x=0$일 때 y의 값이 0보다 커야 한다.
즉, $9a+5>0$이므로
$a>-\frac{5}{9}$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $-\frac{5}{9}<a<0$

31 $y=-x^2+6ax+18a-4=-(x-3a)^2+9a^2+18a-4$
$\therefore M=9a^2+18a-4=9(a+1)^2-13$
따라서 M은 $a=-1$일 때 최솟값 -13을 갖는다.

32 $y=\frac{1}{2}x^2-5x+\frac{17}{2}=\frac{1}{2}(x-5)^2-4$이므로 P$(5,\ -4)$
$x=0$을 $y=\frac{1}{2}x^2-5x+\frac{17}{2}$에 대입하면 $y=\frac{17}{2}$
$\therefore$ A$\left(0,\ \frac{17}{2}\right)$
$\therefore \triangle AOP=\frac{1}{2}\times\frac{17}{2}\times5=\frac{85}{4}$

33 $x=2$일 때 최댓값 8을 가지므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2+8$이라고 하자.

이 그래프가 제2사분면을 지나지 않으려면 오른쪽 그림과 같이 y축과의 교점이 원점 또는 x축의 아래쪽에 위치해야 하므로 $x=0$일 때 y의 값이 0 이하이어야 한다.



즉, $4a+8\leq 0$이므로 $4a\leq -8$

$\therefore a\leq -2$

34 $y=ax+b$의 그래프에서 기울기는 양수, y절편은 음수이므로 $a>0$, $b<0$

$y=ax^2+bx-a+b$의 그래프에서

$a>0$이므로 아래로 볼록하다.

$ab<0$이므로 축은 y축의 오른쪽에 위치한다.

$-a+b<0$이므로 y축과의 교점이 x축의 아래쪽에 위치한다.

따라서 $y=ax^2+bx-a+b$의 그래프로 알맞은 것은 ⑤이다.

35 물받이의 높이를 x cm, 빗금 친 부분의 넓이를 y cm^2라고 하면

$y=x(60-2x)=-2x^2+60x$

$\quad =-2(x-15)^2+450$

따라서 $x=15$일 때 빗금 친 부분의 넓이는 최대이므로 물받이의 높이는 15 cm이다.

36 $ax^2+bx+c=0$의 두 근이 -1, 3이므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)(x-3)$이라고 하자.

$\therefore y=a(x+1)(x-3)$

$\quad =ax^2-2ax-3a$

$\quad =a(x-1)^2-4a$

이 이차함수의 최솟값이 -16이므로

$-4a=-16 \qquad \therefore a=4$

따라서 $y=4x^2-8x-12$이므로

$b=-8$, $c=-12$

$\therefore a-b+c=4-(-8)+(-12)=0$

37 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-5)^2-2$라고 하면 $\overline{AB}=8$이므로

$A(5-4, 0)$, $B(5+4, 0)$

$\therefore A(1, 0)$, $B(9, 0)$

$y=a(x-5)^2-2$의 그래프가 점 $A(1, 0)$을 지나므로

$0=16a-2 \qquad \therefore a=\frac{1}{8}$

따라서 $y=\frac{1}{8}(x-5)^2-2=\frac{1}{8}x^2-\frac{5}{4}x+\frac{9}{8}$이므로

$b=-\frac{5}{4}$, $c=\frac{9}{8}$

$\therefore a-b-c=\frac{1}{8}-\left(-\frac{5}{4}\right)-\frac{9}{8}=\frac{1}{4}$

38 점 A의 좌표를 (a, a^2)이라고 하면 점 B의 좌표는 $(a+3, (a+3)^2)$이다.

직선 AB의 기울기가 1이므로

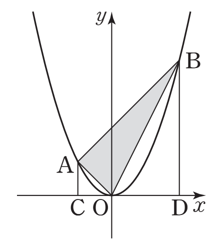
$\frac{(a+3)^2-a^2}{a+3-a}=1$, $\frac{6a+9}{3}=1$

$\therefore a=-1$

$\therefore A(-1, 1)$, $B(2, 4)$

두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라고 하면

$C(-1, 0)$, $D(2, 0)$



$\therefore \triangle AOB$

$=\square ACDB-\triangle ACO-\triangle BOD$

$=\frac{1}{2}\times(1+4)\times 3-\frac{1}{2}\times 1\times 1$

$\qquad -\frac{1}{2}\times 2\times 4$

$=3$

39 $x=0$을 $y=-x^2-2x+15$에 대입하면 $y=15$

$\therefore A(0, 15)$

$y=0$을 $y=-x^2-2x+15$에 대입하면

$0=-x^2-2x+15$, $x^2+2x-15=0$

$(x+5)(x-3)=0 \qquad \therefore x=-5$ 또는 $x=3$

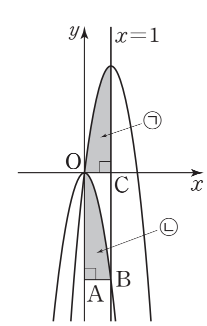
$\therefore B(-5, 0)$, $C(3, 0)$

직선 l이 점 A를 지나고 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로 두 점 B, C의 중점인 점 $(-1, 0)$을 지나야 한다.

따라서 두 점 $(0, 15)$, $(-1, 0)$을 지나는 직선 l의 방정식은

$y=\frac{0-15}{-1-0}x+15=15x+15$

40 $y=-4(x-1)^2+4$의 그래프는 $y=-4x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼, y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이므로 두 그래프의 폭이 같다.



즉, 오른쪽 그림에서 ㉠과 ㉡의 넓이는 같다.

따라서 구하는 넓이는 □OABC의 넓이와 같다.

$x=1$을 $y=-4x^2$에 대입하면 $y=-4$

따라서 $B(1, -4)$이므로

$\square OABC=1\times 4=4$

41 $y=-x^2-6x+k=-(x+3)^2+k+9$의 그래프의 축의 방정식은 $x=-3$이고 $\overline{AB}=8$이므로

$A(-3-4, 0), B(-3+4, 0)$

$\therefore A(-7, 0), B(1, 0)$

$\therefore y=-(x+7)(x-1)=-x^2-6x+7$

$=-(x+3)^2+16$

따라서 $k=7$, $M=16$이므로

$M-k=16-7=9$

42 $y=-\frac{1}{2}x^2+3x+c=-\frac{1}{2}(x-3)^2+c+\frac{9}{2}$이므로 서로 다른 자연수 y의 값이 4개이려면

$4\leq$(꼭짓점의 y좌표)<5이어야 한다.

따라서 $4\leq c+\frac{9}{2}<5$이므로 $-\frac{1}{2}\leq c<\frac{1}{2}$

43 $y=-x^2+4x=-(x-2)^2+4$이므로 $A(2, 4)$

$B(0, c)$이므로 $ax^2+bx+c=c$에서

$ax^2+bx=0$, $x(ax+b)=0$

$\therefore x=0$ 또는 $x=-\frac{b}{a}$

$\therefore C\left(-\frac{b}{a}, c\right)$

$y=ax^2+bx+c$의 그래프의 축의 방정식이 $x=2$이므로

$C(4, c)$

즉, $-\frac{b}{a}=4$이므로 $b=-4a$

두 점 A, C를 지나는 직선은 기울기가 $\frac{c-4}{4-2}=\frac{c-4}{2}$이고,

점 $(2, 4)$를 지나므로 직선의 방정식은

$y=\frac{c-4}{2}x+8-c$이다.

이 식에 $x=0$을 대입하면 $y=8-c$이므로 $D(0, 8-c)$

$\triangle BDC=12$이므로

$\frac{1}{2}\times4\times\{c-(8-c)\}=12$

$4c-16=12 \qquad \therefore c=7$

이차함수 $y=a(x-2)^2+4$의 그래프가 점 $B(0, 7)$을 지나므로

$4a+4=7 \qquad \therefore a=\frac{3}{4}$

$b=-4a=-3$

$\therefore a+b+c=\frac{3}{4}+(-3)+7=\frac{19}{4}$

44 x초 후에 $\overline{AP}=2x$ cm, $\overline{BQ}=x$ cm이므로

$\overline{PB}=(16-2x)$ cm

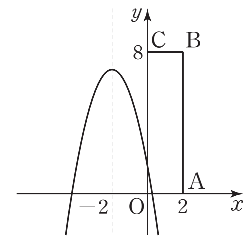
$\triangle PBQ$의 넓이를 y cm^2라고 하면

$y=\frac{1}{2}x(16-2x)=-x^2+8x$

$=-(x-4)^2+16$

따라서 $\triangle PBQ$의 최대 넓이는 16 cm^2이다.

45 $y=-2(x+2)^2+a$의 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, a)$이고 그래프가 위로 볼록하므로 □OABC의 둘레 위의 서로 다른 두 점을 지나려면 그래프가 오른쪽 그림과 같아야 한다.



즉, a의 값은 $y=-2(x+2)^2+a$의 그래프가 점 $O(0, 0)$을 지날 때보다는 커야 하고, 점 $B(2, 8)$을 지날 때보다는 작아야 한다.

(ⅰ) $y=-2(x+2)^2+a$의 그래프가 점 $O(0, 0)$을 지날 때,

$0=-8+a \qquad \therefore a=8$

(ⅱ) $y=-2(x+2)^2+a$의 그래프가 점 $B(2, 8)$을 지날 때,

$8=-32+a \qquad \therefore a=40$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $8<a<40$

따라서 정수 a는 9, 10, 11, ⋯, 39의 31개이다.

학업성취도 테스트

학업성취도 테스트 [1회] 173~176쪽

01 ③	02 ⑤	03 ③	04 ③	05 ②
06 ⑤	07 ⑤	08 ①	09 ③	10 ①
11 ②	12 ④	13 ③	14 ③	15 ②
16 ⑤	17 ②	18 ①	19 ④	20 -8
21 $3a+2b$		22 10	23 -20	24 4
25 21				

01 ① $\sqrt{(-2)^2}=2$
② $\sqrt{4}=2$
④ $-\sqrt{6^2}=-6$
⑤ $(-\sqrt{7})^2=7$

02 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는
$\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
$\therefore$ $\mathrm{A}(-\sqrt{2})$, $\mathrm{B}(1-\sqrt{2})$, $\mathrm{C}(-1+\sqrt{2})$, $\mathrm{D}(2-\sqrt{2})$, $\mathrm{E}(1+\sqrt{2})$
따라서 수직선에서 $1+\sqrt{2}$에 대응하는 점은 E이다.

03 ③ $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

04 $a-b=(3\sqrt{3}-1)-(\sqrt{3}+2)=2\sqrt{3}-3=\sqrt{12}-\sqrt{9}>0$
$\therefore a>b$
$a-c=(3\sqrt{3}-1)-(2\sqrt{3}+1)=\sqrt{3}-2=\sqrt{3}-\sqrt{4}<0$
$\therefore a<c$
$\therefore b<a<c$

05 $x^2+y^2=(x-y)^2+2xy$이므로
$12=4^2+2xy$, $2xy=-4$
$\therefore xy=-2$

06 ⑤ $-4x^2+16y^2=-4(x+2y)(x-2y)$

07 $(x-2)(x+6)+k=x^2+4x+k-12$에서
$k-12=\left(\dfrac{4}{2}\right)^2=4$
$\therefore k=16$

08 $x^2y^2-16y^2=y^2(x+4)(\underline{x-4})$
$2x^2-3x-20=(2x+5)(\underline{x-4})$
따라서 공통인수는 $x-4$이다.

09 $2x^2-px-6=0$에서
$x=\dfrac{-(-p)\pm\sqrt{(-p)^2-4\times2\times(-6)}}{2\times2}$
$=\dfrac{p\pm\sqrt{p^2+48}}{4}$
따라서 $p=-5$, $p^2+48=q$이므로
$p=-5$, $q=73$
$\therefore q-p=73-(-5)=78$

10 $x=3$을 $4x^2-2ax+a-1=0$에 대입하면
$4\times3^2-2a\times3+a-1=0$
$5a=35$ $\quad\therefore a=7$
즉, 주어진 이차방정식은 $4x^2-14x+6=0$이므로
$2x^2-7x+3=0$, $(2x-1)(x-3)=0$
$\therefore x=\dfrac{1}{2}$ 또는 $x=3$
따라서 $b=\dfrac{1}{2}$이므로
$a-b=7-\dfrac{1}{2}=\dfrac{13}{2}$

11 준희는 상수항을 바르게 보았으므로
$(x+4)(x-6)=x^2-2x-24$에서 처음 이차식의 상수항은 -24이다.
유림이는 x의 계수를 바르게 보았으므로
$(x+2)(x-7)=x^2-5x-14$에서 처음 이차식의 x의 계수는 -5이다.
따라서 처음 주어진 이차식은 $x^2-5x-24$이므로 바르게 인수분해하면
$x^2-5x-24=(x+3)(x-8)$

12 연속하는 세 자연수를 $x-2$, $x-1$, x라고 하면
$x^2=(x-2)^2+(x-1)^2-21$
$x^2-6x-16=0$, $(x+2)(x-8)=0$
$\therefore x=-2$ 또는 $x=8$
이때 $x>2$이므로 $x=8$
따라서 가장 큰 수는 8이다.

13 $x^2-4x-k=0$에서
$x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-1\times(-k)}}{1}=2\pm\sqrt{4+k}$
해가 정수가 되려면 $4+k$가 0 또는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.
k는 두 자리 자연수이므로
$k+4=16, 25, 36, \cdots, 100$
$\therefore k=12, 21, 32, \cdots, 96$
따라서 두 자리 자연수 k의 값은 $12, 21, 32, \cdots, 96$의 7개이다.

14 $x^2+6x+a=0$이 중근을 가지므로

$a=\left(\frac{6}{2}\right)^2=9$

두 근이 1, 4이고 x^2의 계수가 1인 이차방정식은

$(x-1)(x-4)=0$ $\quad\therefore x^2-5x+4=0$

따라서 $b=5$, $c=4$이므로

$a-b-c=9-5-4=0$

15 $y=x^2+8x+15=(x+4)^2-1$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y=(x+4-p)^2-1+q$

이 그래프가 $y=x^2+2x-5=(x+1)^2-6$의 그래프와 일치하므로

$4-p=1$, $-1+q=-6$

따라서 $p=3$, $q=-5$이므로

$p+q=3+(-5)=-2$

16 ① 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -3)$이다.

② 축의 방정식은 $x=-2$이다.

③ 위로 볼록한 포물선이다.

④ $x>-2$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

17 $y=-3x^2-6x-3+k=-3(x+1)^2+k$

따라서 $x=-1$일 때 최댓값 k를 가지므로

$k=2$

18 주어진 그래프에서 꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2-3$이라고 하면 이 그래프가 점 $(0, 3)$을 지나므로

$3=a\times(0-2)^2-3$, $4a=6$ $\quad\therefore a=\frac{3}{2}$

따라서 $y=\frac{3}{2}(x-2)^2-3=\frac{3}{2}x^2-6x+3$이므로

$b=-6$, $c=3$

$\therefore a+b+c=\frac{3}{2}+(-6)+3=-\frac{3}{2}$

19 $y=-5x^2+40x=-5(x-4)^2+80$

따라서 폭죽의 최고 높이는 80 m이다.

20 $\left(\frac{1}{3}a+\frac{3}{4}b\right)\left(\frac{1}{3}a-\frac{3}{4}b\right)=\frac{1}{9}a^2-\frac{9}{16}b^2$

$=\frac{1}{9}\times9-\frac{9}{16}\times16$

$=-8$

21 (도형 A의 넓이)$=3a(5a+3b)+2b(2a+b)$

$=15a^2+9ab+4ab+2b^2$

$=15a^2+13ab+2b^2$

$=(3a+2b)(5a+b)$

도형 B는 도형 A의 넓이와 같고, 세로의 길이가 $5a+b$이므로 가로의 길이는 $3a+2b$이다.

22 $2x^2+ax+b=0$의 두 근을 α, 2α라고 하면

두 근의 합이 3이므로 $\alpha+2\alpha=3$

$3\alpha=3$ $\quad\therefore \alpha=1$

즉, 두 근이 1, 2이고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은

$2(x-1)(x-2)=0$, $2(x^2-3x+2)=0$

$\therefore 2x^2-6x+4=0$

따라서 $a=-6$, $b=4$이므로

$b-a=4-(-6)=10$

23 $y=\frac{1}{2}x^2-2ax+2=\frac{1}{2}(x-2a)^2-2a^2+2$

이 이차함수의 꼭짓점의 좌표는 $(2a, -2a^2+2)$

$y=-x^2+8x+b=-(x-4)^2+16+b$

이 이차함수의 꼭짓점의 좌표는 $(4, 16+b)$

두 이차함수의 그래프의 꼭짓점이 일치하므로

$2a=4$, $-2a^2+2=16+b$

따라서 $a=2$, $b=-22$이므로

$a+b=2+(-22)=-20$

24 y절편이 -3이므로 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx-3$이라고 하면 이 그래프가 점 $(-2, 5)$를 지나므로

$5=4a-2b-3$ $\quad\therefore 2a-b=4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

또, 점 $(1, -4)$를 지나므로

$-4=a+b-3$ $\quad\therefore a+b=-1$ $\quad\cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=1$, $b=-2$

즉, $y=x^2-2x-3$이므로 $y=0$을 대입하면

$x^2-2x-3=0$, $(x+1)(x-3)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

따라서 $\mathrm{P}(-1, 0)$, $\mathrm{Q}(3, 0)$ 또는 $\mathrm{P}(3, 0)$, $\mathrm{Q}(-1, 0)$이므로 $\overline{\mathrm{PQ}}=3-(-1)=4$

25 $x^2-(10-k)x+k^2+\frac{13}{4}=0$이 중근을 가지려면

$k^2+\frac{13}{4}=\left\{\frac{-(10-k)}{2}\right\}^2$

$4k^2+13=k^2-20k+100$

$3k^2+20k-87=0$, $(3k+29)(k-3)=0$

$\therefore k=-\frac{29}{3}$ 또는 $k=3$

이때 $k>0$이므로 $k=3$

즉, 주어진 이차방정식은 $x^2-7x+\frac{49}{4}=0$이므로

$\left(x-\frac{7}{2}\right)^2=0$ $\quad\therefore x=\frac{7}{2}$

따라서 $a=\frac{7}{2}$이므로

$2ak=2\times\frac{7}{2}\times3=21$

학업성취도 테스트 [2회]

177~180쪽

01 ④	**02** ④	**03** ⑤	**04** ⑤	**05** ②
06 ⑤	**07** ③	**08** ②	**09** ②	**10** ②
11 ②	**12** ④	**13** ⑤	**14** ③	**15** ①
16 ②	**17** ③	**18** ⑤	**19** ④	**20** $-2\sqrt{29}$
21 12	**22** 3	**23** 27	**24** $(x-2)(x-5)$	
25 0				

01 ① 제곱근 25는 $\sqrt{25}=5$이다.
② $\sqrt{16}=4$의 제곱근은 $\pm\sqrt{4}=\pm2$이다.
③ 0.4의 양의 제곱근은 $\sqrt{0.4}$이다.
⑤ 0은 실수이지만 0의 제곱근은 0이다.

02 $\sqrt{0.54}=\sqrt{\frac{54}{100}}=\sqrt{\frac{2\times3^3}{100}}$
$=\frac{3\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{10}=\frac{3}{10}ab$

03 $3A-4B=3(5\sqrt{3}-\sqrt{2})-4(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})$
$=15\sqrt{3}-3\sqrt{2}-12\sqrt{2}+8\sqrt{3}$
$=-15\sqrt{2}+23\sqrt{3}$

04 $(3x+5y)(4x-9y)=12x^2-7xy-45y^2$

05 $(a+b)^2=(a-b)^2+4ab=5^2+4\times(-3)=13$

06 $x^2+2xy+y^2=(x+y)^2$
$=(\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$
$=(2\sqrt{3})^2=12$

07 $x^2-2kx+3k+4=0$이 중근을 가지려면
$3k+4=\left(\frac{-2k}{2}\right)^2$
$k^2-3k-4=0$, $(k+1)(k-4)=0$
$\therefore k=-1$ 또는 $k=4$
따라서 모든 k의 값의 합은
$-1+4=3$

08 $(x+1)(8x-2)-3=8x^2+6x-5$
$=(4x+5)(\underline{2x-1})$
$4xy-2x-2y+1=2x(2y-1)-(2y-1)$
$=(\underline{2x-1})(2y-1)$
두 다항식의 공통인수는 $2x-1$이므로
$6x^2-x+a$도 $2x-1$을 인수로 갖는다.
$6x^2-x+a=(2x-1)(3x-m)$(m은 상수)이라고 하면
$6x^2-x+a=6x^2-(2m+3)x+m$
따라서 $2m+3=1$, $m=a$이므로
$m=-1$, $a=-1$

09 $a^2+2ab+b^2-9=(a^2+2ab+b^2)-9$
$=(a+b)^2-3^2$
$=(a+b+3)(a+b-3)$

10 $\frac{1014\times1015+1014}{1015^2-1}=\frac{1014(1015+1)}{(1015+1)(1015-1)}$
$=\frac{1014\times1016}{1016\times1014}=1$

11 (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\sqrt{12}\times\sqrt{30}$
$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times\sqrt{30}=3\sqrt{10}$
(직사각형의 넓이)$=\sqrt{18}x=3\sqrt{2}x$
주어진 삼각형과 직사각형의 넓이가 서로 같으므로
$3\sqrt{10}=3\sqrt{2}x$에서
$x=\frac{3\sqrt{10}}{3\sqrt{2}}=\sqrt{5}$

12 $30t-5t^2=25$에서 $t^2-6t+5=0$
$(t-1)(t-5)=0$ $\quad\therefore t=1$ 또는 $t=5$
따라서 물체가 25 m 이상의 높이에서 머무는 것은 1초부터 5초까지이므로 4초 동안이다.

13 두 근이 -2, 1이고 x^2의 계수가 3인 이차방정식은
$3(x+2)(x-1)=0$ $\quad\therefore 3x^2+3x-6=0$
따라서 $a=3$, $b=-6$이므로
$a-b=3-(-6)=9$

14 $x^2-(k+1)x+k=0$의 x의 계수와 상수항을 바꾸면
$x^2+kx-(k+1)=0$
$x=-5$를 $x^2+kx-(k+1)=0$에 대입하면
$(-5)^2-5k-k-1=0$
$6k=24$ $\quad\therefore k=4$
따라서 처음 이차방정식은 $x^2-5x+4=0$이므로
$(x-1)(x-4)=0$
$\therefore x=1$ 또는 $x=4$
따라서 처음 이차방정식의 모든 근의 합은
$1+4=5$

15 $y=-(x+3)^2$의 그래프를 x축의 방향으로 4만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-(x+3-4)^2-2=-(x-1)^2-2$

16 점 $(2, 0)$을 꼭짓점으로 하는 포물선이므로 이차함수의 식을 $y=a(x-2)^2$이라고 하면 이 그래프가 점 $(0, 2)$를 지나므로
$2=a\times(0-2)^2$, $4a=2$ $\quad\therefore a=\frac{1}{2}$
따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$

17 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$
꼭짓점 (p, q)가 제1사분면 위에 있으므로
$p>0, q>0$

18 주어진 이차함수는 x^2의 계수가 a이고 $x=-1$일 때 최솟값 -5를 가지므로 이차함수의 식을
$y=a(x+1)^2-5$ (a는 상수)라고 하면 이 그래프가 점 $(1, 5)$를 지나므로
$5=a\times2^2-5,\ 4a=10 \qquad \therefore a=\frac{5}{2}$
따라서 $y=\frac{5}{2}(x+1)^2-5=\frac{5}{2}x^2+5x-\frac{5}{2}$이므로
$b=5,\ c=-\frac{5}{2}$
$\therefore a+b-c=\frac{5}{2}+5-\left(-\frac{5}{2}\right)=10$

19 x초 후의 직사각형의 가로의 길이는 $(12-x)$ cm, 세로의 길이는 $(8+2x)$ cm이므로
$y=(12-x)(8+2x)$
$=-2x^2+16x+96$
$=-2(x-4)^2+128$
따라서 y의 최댓값은 128이다.

20 정사각형 ABCD의 넓이가 29이므로 $\overline{AB}=\overline{AD}=\sqrt{29}$
$\overline{AP}=\overline{AD}=\sqrt{29}$이므로 점 P에 대응하는 수는 $1-\sqrt{29}$
$\therefore a=1-\sqrt{29}$
$\overline{AQ}=\overline{AB}=\sqrt{29}$이므로 점 Q에 대응하는 수는 $1+\sqrt{29}$
$\therefore b=1+\sqrt{29}$
$\therefore a-b=1-\sqrt{29}-(1+\sqrt{29})$
$=-2\sqrt{29}$

21 $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 8만큼 평행이동한 그래프의 식은
$y=-\frac{1}{3}(x-2)^2+8$
따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, 8)$이고, 직선 $x=2$를 축으로 하므로
$p=2,\ q=8,\ k=2$
$\therefore p+q+k=2+8+2=12$

22 $x=-1$을 $5x^2+Ax+1=0$에 대입하면
$5\times(-1)^2+A\times(-1)+1=0 \qquad \therefore A=6$
$3x^2+6x+1=0$에서
$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-3\times1}}{3}=\frac{-3\pm\sqrt{6}}{3}$
따라서 $B=3,\ C=6$이므로
$A+B-C=6+3-6=3$

23 꼭짓점의 좌표가 $(1, 9)$이므로 이차함수의 식을
$y=a(x-1)^2+9$라고 하면 이 그래프가 점 $(0, 8)$을 지나므로
$8=a\times(-1)^2+9 \qquad \therefore a=-1$
즉, $y=-(x-1)^2+9=-x^2+2x+8$이므로 $y=0$을 대입하면
$-x^2+2x+8=0,\ x^2-2x-8=0$
$(x+2)(x-4)=0 \qquad \therefore x=-2$ 또는 $x=4$
따라서 $B(-2, 0),\ C(4, 0)$이므로
$\overline{BC}=4-(-2)=6$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times9=27$

24 시환이는 상수항을 바르게 보았으므로
$(x+5)(x+2)=x^2+7x+10$에서 처음 이차식의 상수항은 10이다.
현빈이는 x의 계수를 바르게 보았으므로
$(x-3)(x-4)=x^2-7x+12$에서 처음 이차식의 x의 계수는 -7이다.
따라서 처음 주어진 이차식은 $x^2-7x+10$이므로 바르게 인수분해하면
$x^2-7x+10=(x-2)(x-5)$

25 조건 (가), (나)에서 주어진 이차함수는 $x=-1$일 때 최솟값 0을 가지므로 이차함수의 식을 $y=a(x+1)^2$으로 놓을 수 있다.
조건 (다)에서 이 그래프가 점 $(2, -18)$을 지나므로
$-18=a\times3^2 \qquad \therefore a=-2$
따라서 $y=-2(x+1)^2=-2x^2-4x-2$이므로
$a=-2,\ b=-4,\ c=-2$
$\therefore a-b+c=-2-(-4)+(-2)=0$

MEMO

MEMO

MEMO