풍산자 테스트북

중학수학

2-2

정답과 풀이

Ⅰ. 삼각형과 사각형의 성질

1. 삼각형의 성질

01. 이등변삼각형과 직각삼각형

소단원 테스트 [1회] 9~10쪽

01 12 cm	**02** 60°	**03** ③	**04** 28°	**05** 3 cm
06 8 cm	**07** ②	**08** 35	**09** ③	**10** ⑤
11 12 cm	**12** 4 cm	**13** ⑤	**14** ④	

01 $\angle C=180^\circ-(50^\circ+65^\circ)=65^\circ$
$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{AB}=\overline{AC}=12$ cm

02 $\angle C=180^\circ-120^\circ=60^\circ$
$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle B=\angle C=60^\circ$
$\therefore \angle x=180^\circ-2\times60^\circ=60^\circ$

03 $\triangle ACD$는 $\overline{AD}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{CD}=\overline{AD}=12$ cm
$\triangle DBC$는 $\overline{DB}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{BD}=\overline{CD}=12$ cm

04 $\triangle DPB$와 $\triangle CPB$에서
$\angle D=\angle C=90^\circ$, $\overline{DP}=\overline{CP}$, $\overline{PB}$는 공통이므로
$\triangle DPB\equiv\triangle CPB$(RHS 합동)
$\therefore \angle PBC=\angle PBD=28^\circ$

05 $\triangle AMC$와 $\triangle BMD$에서
$\angle CMA=\angle DMB$(맞꼭지각), $\angle C=\angle D=90^\circ$,
$\overline{AM}=\overline{BM}$이므로
$\triangle AMC\equiv\triangle BMD$(RHA 합동)
$\therefore \overline{BD}=\overline{AC}=3$ cm

06 $\triangle DBC$는 $\overline{DB}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle DCB=\angle DBC=30^\circ$
$\therefore \angle ADC=30^\circ+30^\circ=60^\circ$
이때 $\triangle DCA$는 $\overline{DC}=\overline{DA}$인 이등변삼각형이므로
$\angle DAC=\angle DCA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$
즉, $\triangle DCA$는 정삼각형이므로 $\overline{AD}=4$ cm
따라서 $\overline{AD}=\overline{DB}=4$ cm이므로
$\overline{AB}=4+4=8$(cm)

07 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-32^\circ)=74^\circ$
$\triangle BCD$는 $\overline{BC}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle DBC=180^\circ-2\times74^\circ=32^\circ$

08 $\triangle ABD$와 $\triangle CAE$에서
$\angle ABD=90^\circ-\angle BAD=\angle CAE$,
$\angle D=\angle E=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\triangle ABD\equiv\triangle CAE$(RHA 합동)
$\therefore \overline{AD}=\overline{CE}=5$, $\overline{AE}=\overline{BD}=12$
따라서 $\overline{DE}=12-5=7$이므로
$\overline{AD}\times\overline{DE}=5\times7=35$

09 $\angle DFE=\angle EFG$(접은 각), $\angle DFE=\angle FEG$(엇각)이므로
$\angle EFG=\angle FEG$
$\triangle FGE$에서 $\angle EGH=\angle EFG+\angle FEG$이므로
$106^\circ=2\angle DFE$
$\therefore \angle DFE=\frac{1}{2}\times106^\circ=53^\circ$

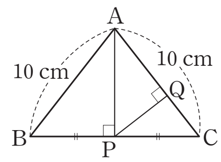
10 $\triangle ADE$에서 $\angle ADE=90^\circ$이고 $\overline{AD}=\overline{DE}$이므로
$\angle DAE=\angle DEA=45^\circ$
$\triangle ABC$에서 $\angle ACB=90^\circ$이고 $\angle BAC=45^\circ$이므로
$\angle ABC=45^\circ$
이때 $\triangle EDB$와 $\triangle ECB$에서
$\angle D=\angle C=90^\circ$, $\overline{DE}=\overline{CE}$, $\overline{BE}$는 공통이므로
$\triangle EDB\equiv\triangle ECB$(RHS 합동)
$\therefore \angle EBD=\angle EBC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times45^\circ=22.5^\circ$

11 $\triangle ABD$와 $\triangle CAE$에서
$\angle D=\angle E=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{CA}$,
$\angle ABD=90^\circ-\angle DAB=\angle CAE$이므로
$\triangle ABD\equiv\triangle CAE$(RHA 합동)
따라서 $\overline{AD}=\overline{CE}=5$ cm, $\overline{AE}=\overline{BD}=7$ cm이므로
$\overline{DE}=\overline{DA}+\overline{AE}=5+7=12$(cm)

12 $\angle ABC=\angle CBG$(접은 각), $\angle ACB=\angle CBG$(엇각)이므로
$\angle ABC=\angle ACB$
$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{AC}=\overline{AB}=6$ cm
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{DE}$
$=\frac{1}{2}\times6\times\overline{DE}=12(\text{cm}^2)$
이므로 $3\overline{DE}=12$ $\therefore \overline{DE}=4$ cm

13 $\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-54^\circ)=63^\circ$
$\triangle EBC$에서 $\angle ECB=90^\circ-63^\circ=27^\circ$
이때 $\angle ACB=63^\circ$이므로
$\angle DCO=63^\circ-27^\circ=36^\circ$
$\therefore \angle COD=90^\circ-36^\circ=54^\circ$

14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$를 그으면



$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이고 점 P는 BC의 중점이므로
$\triangle ABP$와 $\triangle ACP$에서
$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{AP}$는 공통,
$\angle APB=\angle APC=90^\circ$이므로
$\triangle ABP\equiv\triangle ACP$(RHS 합동)
즉, $\triangle ABP=\triangle ACP=\frac{1}{2}\times\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 24=12(\text{cm}^2)$
이때 $\triangle ACP=\frac{1}{2}\times 10\times\overline{PQ}=12(\text{cm}^2)$이므로
$5\overline{PQ}=12 \qquad \therefore \overline{PQ}=\frac{12}{5}$ cm

소단원 테스트 [2회] 11~12쪽

01 30°	**02** 70°	**03** 6 cm	**04** 2 cm	**05** ③
06 ③	**07** ③	**08** 50°	**09** ④	**10** ③
11 72 cm^2		**12** 55°	**13** ③	**14** 17°

01 $\angle B=\angle C=50^\circ \qquad \therefore \angle y=50^\circ$
$\angle A=180^\circ-(50^\circ+50^\circ)=80^\circ \qquad \therefore \angle x=80^\circ$
$\therefore \angle x-\angle y=80^\circ-50^\circ=30^\circ$

02 $\angle BAM=\angle CAM=20^\circ$이므로 $\angle A=40^\circ$
$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

03 두 직선 l, m이 평행하므로 $\angle DAB=\angle ABC$(엇각)
이때 $\angle DAB=\angle BAC$이므로
$\angle ABC=\angle BAC$
따라서 $\triangle CAB$는 이등변삼각형이므로
$\overline{AC}=\overline{BC}=6$ cm

04 $\triangle BAE$와 $\triangle DAE$에서
$\angle B=\angle D=90^\circ$, $\angle BAE=\angle DAE$, $\overline{AE}$는 공통이므로
$\triangle BAE\equiv\triangle DAE$(RHA 합동)
$\therefore \overline{DE}=\overline{BE}=2$ cm

05 $\triangle QOP$와 $\triangle ROP$에서
$\angle Q=\angle R=90^\circ$, $\overline{PQ}=\overline{PR}$, $\overline{OP}$는 공통이므로
$\triangle QOP\equiv\triangle ROP$(RHS 합동)
$\therefore \angle POB=\angle POA=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

06 $\triangle DCB$와 $\triangle DCE$에서
$\angle B=\angle E=90^\circ$, $\overline{BD}=\overline{ED}$, $\overline{CD}$는 공통이므로
$\triangle DCB\equiv\triangle DCE$(RHS 합동)
$\therefore \angle DCE=\angle DCB=180^\circ-(90^\circ+65^\circ)=25^\circ$
$\triangle ABC$에서
$\angle ACB=\angle ACD+\angle DCB=25^\circ+25^\circ=50^\circ$이므로
$\angle A=180^\circ-(90^\circ+50^\circ)=40^\circ \qquad \therefore \angle x=40^\circ$

07 $\triangle ADE$와 $\triangle ACE$에서
$\angle D=\angle C=90^\circ$, $\overline{AD}=\overline{AC}$, $\overline{AE}$는 공통이므로
$\triangle ADE\equiv\triangle ACE$(RHS 합동)
즉, $\overline{AD}=\overline{AC}=6$ cm이므로
$\overline{BD}=10-6=4(\text{cm})$
따라서 $\triangle DBE$의 둘레의 길이는
$\overline{BD}+\overline{DE}+\overline{BE}=\overline{BD}+\overline{CE}+\overline{BE}$
$=4+8=12(\text{cm})$

08 $\triangle DBC$는 $\overline{DC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle B=\angle BDC=65^\circ$
$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ACB=\angle B=65^\circ$
$\therefore \angle x=180^\circ-(65^\circ+65^\circ)=50^\circ$

09 $\triangle DBE$와 $\triangle DCF$에서
$\angle E=\angle F=90^\circ$, $\overline{BD}=\overline{CD}$, $\overline{DE}=\overline{DF}$이므로
$\triangle DBE\equiv\triangle DCF$(RHS 합동)
$\therefore \angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$
따라서 $\triangle BDE$에서
$\angle BDE=180^\circ-(90^\circ+55^\circ)=35^\circ$

10 $\triangle ABD$와 $\triangle CAE$에서
$\angle D=\angle E=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{CA}$,
$\angle ABD=90^\circ-\angle DAB=\angle CAE$이므로
$\triangle ABD\equiv\triangle CAE$(RHA 합동)
즉, $\overline{AD}=\overline{CE}=6$ cm, $\overline{AE}=\overline{BD}=4$ cm이므로
사각형 DBCE의 넓이는
$\frac{1}{2}\times(6+4)\times 10=50(\text{cm}^2)$
이때 $\triangle ABD=\triangle CAE=\frac{1}{2}\times 6\times 4=12(\text{cm}^2)$
따라서 $\triangle ABC$의 넓이는
$50-2\times 12=26(\text{cm}^2)$

11 $\triangle ABE$와 $\triangle ADE$에서
$\angle B=\angle D=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{AE}$는 공통이므로
$\triangle ABE\equiv\triangle ADE$(RHS 합동)
$\therefore \overline{DE}=\overline{BE}=12$ cm

이때 $\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로

$\angle DEC=45^\circ$

$\therefore\ \angle DCE=180^\circ-(90^\circ+45^\circ)=45^\circ$

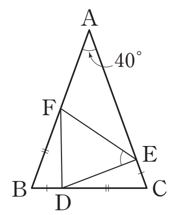
따라서 $\triangle DEC$는 $\overline{DE}=\overline{CD}=12\text{ cm}$인 이등변삼각형이므로

$\triangle DEC$의 넓이는

$\frac{1}{2}\times12\times12=72(\text{cm}^2)$

12 $\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DF}$를 그으면



$\triangle BDF$와 $\triangle CED$에서

$\overline{BF}=\overline{CD}$, $\overline{BD}=\overline{CE}$,

$\angle B=\angle C$이므로

$\triangle BDF\equiv\triangle CED$(SAS 합동)

$\therefore\ \angle EDF=180^\circ-(\angle BDF+\angle CDE)$

$\qquad\qquad=180^\circ-(\angle BDF+\angle BFD)$

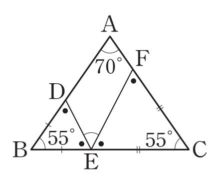
$\qquad\qquad=\angle B=70^\circ$

따라서 $\triangle FDE$는 $\overline{DE}=\overline{DF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle FED=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$

13 $\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)$

$\quad=55^\circ$



이때 $\triangle BDE$는 $\overline{BD}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이고 $\triangle FEC$는 $\overline{FC}=\overline{EC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BDE=\angle BED=\angle CEF=\angle CFE$

$\qquad=\frac{1}{2}\times(180^\circ-55^\circ)=62.5^\circ$

$\therefore\ \angle DEF=180^\circ-(62.5^\circ+62.5^\circ)=55^\circ$

14 $\angle B=\angle x$라고 하면 $\angle DEB=\angle x$

$\triangle DBE$에서

$\angle EDA=\angle x+\angle x=2\angle x$

$\triangle ADE$는 $\overline{EA}=\overline{ED}$인 이등변삼각형이므로

$\angle EAD=\angle EDA=2\angle x$

$\triangle ABE$에서

$\angle AEC=\angle x+2\angle x=3\angle x$

$\triangle AEC$는 $\overline{AE}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACE=\angle AEC=3\angle x$

따라서 $\triangle AEC$에서 $78^\circ+3\angle x+3\angle x=180^\circ$이므로

$6\angle x=102^\circ\qquad\therefore\ \angle x=17^\circ$

02. 삼각형의 외심과 내심

소단원 테스트 [1회] 13~14쪽

01 90° **02** ① **03** ㄴ, ㄷ, ㅁ **04** ②
05 ③ **06** ② **07** 60° **08** 6.5 **09** 2 cm
10 14 cm^2 **11** ① **12** 15° **13** ③
14 70°

01 $2(\angle x+\angle y+\angle z)=180^\circ$

$\therefore\ \angle x+\angle y+\angle z=90^\circ$

02 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 사각형 APBO에서

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+40^\circ+90^\circ)=140^\circ$

$\therefore\ \angle x=360^\circ-140^\circ=220^\circ$

03 $\triangle ABC$에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}$,

$\triangle IAD\equiv\triangle IAF$(RHA 합동),

$\triangle IBE\equiv\triangle IBD$(RHA 합동),

$\triangle ICF\equiv\triangle ICE$(RHA 합동), $\angle IBD=\angle IBE$,

$\angle IAD=\angle IAF$, $\angle ICE=\angle ICF$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㅁ이다.

04 $\triangle ABC$의 둘레의 길이를 x cm라고 하면

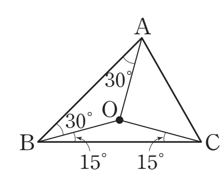
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times3\times x=\frac{3}{2}x$

이때 $\triangle ABC$의 넓이가 51 cm^2이므로

$\frac{3}{2}x=51\qquad\therefore\ x=34$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는 34 cm이다.

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$2\times(30^\circ+15^\circ+\angle OCA)=180^\circ$

$\therefore\ \angle OCA=\angle OAC=45^\circ$

$\therefore\ \angle A=30^\circ+45^\circ=75^\circ$

06 $\angle BIC=\frac{1}{2}\angle A+90^\circ=\frac{1}{2}\times72^\circ+90^\circ=126^\circ$

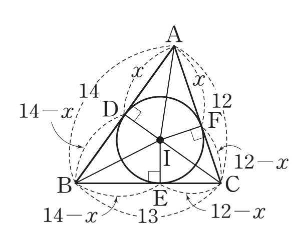
$\therefore\ \angle x=180^\circ-(126^\circ+30^\circ)=24^\circ$

07 $\angle BOC:\angle COA=4:5$, $\angle AOB=90^\circ$이므로

$\angle BOC=\frac{4}{4+5}\times(360^\circ-90^\circ)=120^\circ$

$\therefore\ \angle BAC=\frac{1}{2}\times120^\circ=60^\circ$

08 $\overline{AD}=\overline{AF}=x$라고 하면



$\overline{BD}=\overline{BE}=14-x$,

$\overline{CF}=\overline{CE}=12-x$

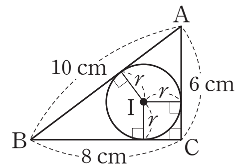
$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$에서

$13=(14-x)+(12-x)$

$13=26-2x$, $2x=13$ $\quad\therefore x=6.5$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 6.5이다.

09 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면



$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times r\times(10+8+6)$

$=12r$

이때 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 6=24$이므로

$12r=24$ $\quad\therefore r=2$

따라서 내접원의 반지름의 길이는 2 cm이다.

10 점 O는 △ABC의 외심이므로

$\triangle OAF\equiv\triangle OCF$(SAS 합동),

$\triangle OAD\equiv\triangle OBD$(SAS 합동),

$\triangle OBE\equiv\triangle OCE$(SAS 합동)

따라서 $\triangle OAF=\triangle OCF$, $\triangle OAD=\triangle OBD$, $\triangle OBE=\triangle OCE$이다.

이때 $\triangle OCA=\frac{1}{2}\times 12\times 4=24(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle OAB+\triangle OBC=52-24=28(\text{cm}^2)$

따라서 □ODBE의 넓이는

$\frac{1}{2}\times(\triangle OAB+\triangle OBC)=\frac{1}{2}\times 28=14(\text{cm}^2)$

11 점 O는 △ABC의 외심이므로

$\angle BOC=2\angle A=2\times 40^\circ=80^\circ$

점 I는 △ABC의 내심이므로

$\angle BIC=\frac{1}{2}\angle A+90^\circ=\frac{1}{2}\times 40^\circ+90^\circ=110^\circ$

$\therefore \angle BOC+\angle BIC=80^\circ+110^\circ=190^\circ$

12 점 I는 △ABC의 내심이므로

△ADC에서 $\angle ADB=\frac{1}{2}\angle A+70^\circ$

$\angle CEB=180^\circ-\left(\frac{1}{2}\angle B+70^\circ\right)=110^\circ-\frac{1}{2}\angle B$

이때 $\angle A+\angle B=180^\circ-70^\circ=110^\circ$이므로

$\angle ADB-\angle CEB=\frac{1}{2}\angle A+70^\circ-\left(110^\circ-\frac{1}{2}\angle B\right)$

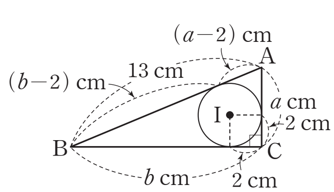
$=\frac{1}{2}\times(\angle A+\angle B)-40^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 110^\circ-40^\circ=15^\circ$

13 $\overline{AC}=a$ cm, $\overline{BC}=b$ cm라고 하면

$\overline{AB}=13$ cm이므로

오른쪽 그림에서



$(b-2)+(a-2)=13$

$a+b-4=13$

$\therefore a+b=17$

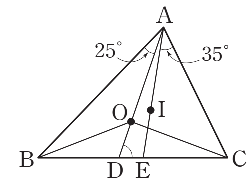
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 2\times(a+b+13)=a+b+13$

$=13+17=30(\text{cm}^2)$

14 점 I는 △ABC의 내심이므로

$\angle BAC=2\angle CAE=2\times 35^\circ=70^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그으면 점 O는 △ABC의 외심이므로



$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$, $\angle OBA=25^\circ$

이때

$\angle BOC=2\angle BAC=2\times 70^\circ=140^\circ$이므로

△OBC에서

$\angle OBC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-140^\circ)=20^\circ$

따라서 $\angle B=\angle ABO+\angle OBC=25^\circ+20^\circ=45^\circ$이므로

△ABD에서

$\angle ADE=\angle DAB+\angle B=25^\circ+45^\circ=70^\circ$

소단원 테스트 [2회]

15~16쪽

01 ④	**02** 125°	**03** ③	**04** ③	**05** ③
06 ⑤	**07** 30π cm		**08** 56°	**09** ④
10 100°	**11** 65°	**12** 4π cm^2		**13** 4 cm^2
14 6°				

01 ④ 삼각형의 외심의 위치는 삼각형에 따라 다르다.

02 △OPT에서 $\angle OTP=90^\circ$이므로

$\angle TOP=180^\circ-(90^\circ+20^\circ)=70^\circ$

△OAT는 $\overline{OA}=\overline{OT}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAT=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$

$\therefore \angle PAT=180^\circ-55^\circ=125^\circ$

03 $\angle BIC=\frac{1}{2}\angle A+90^\circ=\frac{1}{2}\times 40^\circ+90^\circ=110^\circ$

$\therefore \angle x=110^\circ$

04 $\overline{AD}=x$ cm라고 하면

$\overline{BE}=\overline{BD}=8-x$(cm), $\overline{CE}=\overline{CF}=7-x$(cm)이므로

$\overline{BE}+\overline{CE}=\overline{BC}$에서

$(8-x)+(7-x)=9$

$15-2x=9$, $2x=6$ $\quad\therefore x=3$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 3 cm이다.

05 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IBC=\angle IBA=25^\circ$, $\angle ICB=\angle ICA=30^\circ$

$\therefore \angle BIC=180^\circ-(25^\circ+30^\circ)=125^\circ$

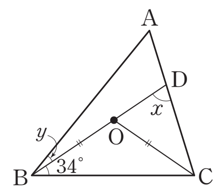
06 ⑤ 각 삼각형의 꼭짓점에서 내심까지 이르는 거리는 항상 같다고 할 수 없다.

07 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 외접원의 반지름의 길이는 $\overline{OA}=15\text{ cm}$

따라서 $\triangle ABC$의 외접원의 둘레의 길이는

$2\pi\times15=30\pi(\text{cm})$

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{OB}=\overline{OC}$,

$\angle OCB=\angle OBC=34^\circ$

즉,

$\angle BOC=180^\circ-(2\times34^\circ)=112^\circ$이므로

$\angle A=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times112^\circ=56^\circ$

따라서 $\triangle ABD$에서 $\angle x=\angle y+56^\circ$이므로

$\angle x-\angle y=56^\circ$

09 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times r\times(13+12+5)=15r$

이때 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times5=30$이므로

$15r=30\qquad\therefore r=2$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\frac{1}{2}\times12\times5-\pi\times2^2=30-4\pi(\text{cm}^2)$

10 외심 O가 변 BC 위의 점이므로 $\triangle ABC$는

$\angle A=90^\circ$인 직각삼각형이고 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이다.

즉, $\triangle ABO$는 $\overline{AO}=\overline{BO}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=\angle OBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$

따라서 $\angle OAC=90^\circ-40^\circ=50^\circ$이고 점 O′은 $\triangle AOC$의 외심이므로

$\angle OO'C=2\angle OAC=2\times50^\circ=100^\circ$

11 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle A=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times100^\circ=50^\circ$

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=90^\circ+\frac{1}{2}\times50^\circ=115^\circ$

$\therefore \angle BIC-\angle A=115^\circ-50^\circ=65^\circ$

12 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle DBI=\angle IBC$

이때 $\angle IBC=\angle DIB$(엇각)이므로

$\angle DBI=\angle DIB$

$\therefore \overline{DB}=\overline{DI}$

또, 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle ECI=\angle ICB$

이때 $\angle ICB=\angle EIC$(엇각)이므로

$\angle ECI=\angle EIC$

$\therefore \overline{EI}=\overline{EC}$

따라서 $\triangle ADE$의 둘레의 길이는

$\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{AE}=\overline{AD}+\overline{DI}+\overline{IE}+\overline{AE}$

$=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{EC}+\overline{AE}$

$=\overline{AB}+\overline{AC}$

$=12+10=22(\text{cm})$

이때 $\triangle ADE$의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\triangle ADE=22\text{ cm}^2$이므로

$22=\frac{1}{2}\times r\times22$

$22=11r\qquad\therefore r=2$

따라서 $\triangle ADE$의 내접원의 넓이는

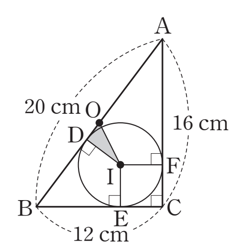
$\pi\times2^2=4\pi(\text{cm}^2)$

13 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times(12+16+20)\times\overline{ID}=24\overline{ID}$

이때 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times16=96(\text{cm}^2)$이므로

$96=24\overline{ID}\qquad\therefore \overline{ID}=4\text{ cm}$

$\overline{BC}$, $\overline{AC}$와 내접원의 접점을 각각 E, F라고 하면



$\overline{IE}=\overline{IF}=4\text{ cm}$

$\square IECF$는 정사각형이므로

$\overline{EC}=4\text{ cm}$

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{OB}=\overline{OA}=\frac{1}{2}\times\overline{AB}=\frac{1}{2}\times20=10(\text{cm})$

따라서 $\overline{BD}=\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{EC}=12-4=8(\text{cm})$

$\therefore \overline{OD}=\overline{OB}-\overline{BD}=10-8=2(\text{cm})$

$\therefore \triangle IOD=\frac{1}{2}\times4\times2=4(\text{cm}^2)$

14 외심 O가 $\overline{BC}$ 위의 점이므로 $\triangle ABC$는 $\angle A=90^\circ$인 직각삼각형이고 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이다.

즉, $\angle OAC=\angle OCA=28^\circ$, $\angle BAO=90^\circ-28^\circ=62^\circ$

또, $\angle BO'O=2\angle A=2\times62^\circ=124^\circ$이므로

$\angle O'BO=\angle O'OB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-124^\circ)=28^\circ$

따라서 $\angle ABO=180^\circ-(90^\circ+28^\circ)=62^\circ$이므로

$\angle ABO'=62^\circ-28^\circ=34^\circ$

한편, $\angle AOB=2\angle C=2\times28^\circ=56^\circ$이므로

$\angle AOO'=56^\circ-28^\circ=28^\circ$

$\therefore \angle ABO'-\angle AOO'=34^\circ-28^\circ=6^\circ$

중단원 테스트 [1회] 17~20쪽

01 ⑤	**02** ④	**03** ③	**04** ①	**05** ③
06 ②	**07** ④	**08** ①	**09** ⑤	**10** ③
11 ②	**12** 2 cm	**13** ③	**14** ①	**15** 5 cm
16 42°	**17** ④	**18** ④	**19** 18°	**20** ②
21 ②	**22** ③	**23** ⑤	**24** ④	**25** ②
26 20°	**27** 15 cm^2		**28** 90°	**29** 10 cm^2
30 18 cm				

01 ① 정삼각형: 삼각형의 내부(외심과 내심이 항상 일치)
② 이등변삼각형: 꼭지각의 이등분선
③ 예각삼각형: 삼각형의 내부
④ 직각삼각형: 빗변의 중점
⑤ 둔각삼각형: 삼각형의 외부
따라서 외심이 반드시 삼각형 외부에 있는 것은 ⑤이다.

03 ① SAS 합동 ② RHS 합동
④ RHA 합동 ⑤ ASA 합동

04 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\overline{AD}=\overline{BD}=7\text{ cm}$, $\overline{BE}=\overline{CE}=8\text{ cm}$
$\overline{AF}=\overline{CF}=6\text{ cm}$
따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는
$(7+8+6)\times 2=42(\text{cm})$

05 직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로
$\overline{MA}=\overline{MC}=\overline{MB}=3\text{ cm}$
$\therefore \overline{AC}=2\overline{BM}=2\times 3=6(\text{cm})$

06 ② 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 세 꼭짓점까지의 거리가 같다. 세 변까지의 거리가 같은 점은 내심이다.

07 $\triangle ABD$는 $\overline{AD}=\overline{BD}$인 직각이등변삼각형이므로
$\angle B=45^\circ$
$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle C=\angle B=45^\circ$

08 $\triangle ABC$에서 $\angle B+\angle C=180^\circ-46^\circ=134^\circ$
점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle IBC=\frac{1}{2}\angle B$, $\angle ICB=\frac{1}{2}\angle C$
이때 $\angle BID=\angle IBC$(엇각)이므로
$\angle x+\angle y=\angle ICB+\angle IBC$
$=\frac{1}{2}(\angle B+\angle C)=\frac{1}{2}\times 134^\circ=67^\circ$

09 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-64^\circ)=58^\circ$
$\triangle DBE$와 $\triangle ECF$에서
$\angle B=\angle C$, $\overline{BE}=\overline{CF}$, $\overline{BD}=\overline{CE}$이므로
$\triangle DBE\equiv\triangle ECF$(SAS 합동)
이때 $\angle CEF=\angle BDE$이므로
$\angle BED+\angle DEF+\angle CEF=180^\circ$에서
$\angle BED+\angle DEF+\angle BDE=180^\circ$
$\angle DEF+(180^\circ-\angle DBE)=180^\circ$
$\therefore \angle DEF=\angle DBE=58^\circ$
따라서 $\triangle DEF$는 $\overline{DE}=\overline{EF}$인 이등변삼각형이므로
$2\angle x+58^\circ=180^\circ$, $2\angle x=122^\circ$ $\therefore \angle x=61^\circ$

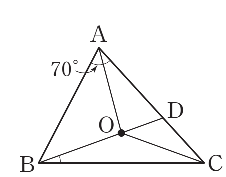
10 외접원의 중심은 직각삼각형의 빗변의 중점이므로 외접원의 반지름의 길이는 10 cm이다.
또, 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
$(16-r)+(12-r)=20$
$28-2r=20$ $\therefore r=4$
따라서 외접원과 내접원의 반지름의 길이의 차는
$10-4=6(\text{cm})$

11 $\triangle ACD$는 $\overline{AC}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle DAC=\angle D=70^\circ$
$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ABC=\angle ACB$이고 $\triangle ABC$에서
$\angle ABC+\angle ACB=2\angle ABC=70^\circ$
$\therefore \angle ABC=35^\circ$
따라서 $\triangle BCD$에서
$\angle DCE=\angle BDC+\angle DBC=70^\circ+35^\circ=105^\circ$

12 $\triangle ABD$와 $\triangle AED$에서
$\angle B=\angle E=90^\circ$, $\angle BAD=\angle EAD$, $\overline{AD}$는 공통이므로
$\triangle ABD\equiv\triangle AED$(RHA 합동)
따라서 $\overline{AE}=\overline{AB}=8\text{ cm}$이므로
$\overline{EC}=\overline{AC}-\overline{AE}=10-8=2(\text{cm})$

13 $\angle C=180^\circ-(90^\circ+50^\circ)=40^\circ$
점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle ACI=\frac{1}{2}\angle C=\frac{1}{2}\times 40^\circ=20^\circ$
또, 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}$
$\therefore \angle BOC=2\angle A=100^\circ$
따라서 $\triangle OPC$에서
$\angle BPC=\angle POC+\angle OCI=100^\circ+20^\circ=120^\circ$

14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$를 그으면 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로



$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
이때 $\angle OAB=\angle OBA=\angle a$,
$\angle OBC=\angle OCB=\angle b$,
$\angle OCA=\angle OAC=\angle c$라고 하자.
$\angle a+\angle c=70^\circ$, $\angle a+\angle b+\angle c=90^\circ$이므로
$\angle b=20^\circ$ $\therefore \angle DBC=20^\circ$

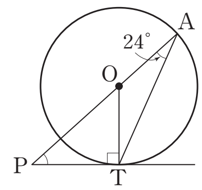
15 $\angle A=180^\circ-2\times60^\circ=60^\circ$

즉, $\triangle ABC$는 정삼각형이므로 $\overline{BC}=10\text{ cm}$

$\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선은 $\overline{BC}$를 수직이등분하므로

$\overline{DC}=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$

16 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O와 접점 T를 이으면 $\triangle OAT$는 $\overline{OA}=\overline{OT}$인 이등변삼각형이므로



$\angle OTA=24^\circ$

$\therefore\ \angle POT=24^\circ+24^\circ=48^\circ$

따라서 $\triangle OPT$에서 $\angle OTP=90^\circ$이므로

$\angle P=180^\circ-(90^\circ+48^\circ)=42^\circ$

17 $\triangle BDE$는 $\overline{BD}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DEB=\angle B=20^\circ$

$\triangle BDE$에서

$\angle ADE=20^\circ+20^\circ=40^\circ$

$\triangle ADE$는 $\overline{DE}=\overline{EA}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DAE=\angle ADE=40^\circ$

$\triangle ABE$에서

$\angle AEC=20^\circ+40^\circ=60^\circ$

$\triangle AEC$는 $\overline{AE}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACE=\angle AEC=60^\circ$

$\therefore\ \angle EAC=60^\circ$

18 $\angle CBA=\angle BAD$(엇각), $\angle CAB=\angle BAD$(접은 각)이므로

$\angle CAB=\angle CBA$

즉, $\triangle CAB$는 $\overline{CA}=\overline{CB}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AC}=\overline{CB}=6\text{ cm}$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$6+6+5=17(\text{cm})$

19 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$

$\therefore\ \angle ACD=\angle DCE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-72^\circ)=54^\circ$

$\angle BCD=\angle ACB+\angle ACD=72^\circ+54^\circ=126^\circ$이고

$\triangle CDB$는 $\overline{CB}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DBC=\angle BDC=\frac{1}{2}(180^\circ-126^\circ)=27^\circ$

따라서 $\angle ABP=72^\circ-27^\circ=45^\circ$이므로

$\angle ABP-\angle BDC=45^\circ-27^\circ=18^\circ$

20 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle DBI=\angle IBC$

이때 $\angle IBC=\angle DIB$(엇각)이므로

$\angle DBI=\angle DIB$

$\therefore\ \overline{DB}=\overline{DI}$

또, 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle ECI=\angle ICB$

이때 $\angle ICB=\angle EIC$(엇각)이므로

$\angle ECI=\angle EIC$

$\therefore\ \overline{EC}=\overline{EI}$

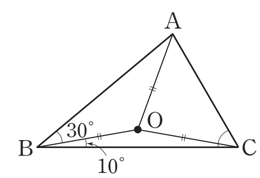
따라서 $\triangle ADE$의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{AE}&=\overline{AD}+\overline{DI}+\overline{IE}+\overline{AE}\\&=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{EC}+\overline{AE}\\&=\overline{AB}+\overline{AC}\\&=16+22=38(\text{cm})\end{aligned}$$

이때 $\triangle ADE$의 내접원의 반지름의 길이는 5 cm이므로

$\triangle ADE=\frac{1}{2}\times38\times5=95(\text{cm}^2)$

21 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$를 그으면 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로



$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$,

$\angle OAB=\angle OBA=30^\circ$,

$\angle OCB=\angle OBC=10^\circ$

이때 $\angle OCA=\angle OAC=\angle a$라고 하면

$30^\circ+10^\circ+\angle a=90^\circ\qquad\therefore\ \angle a=50^\circ$

$\therefore\ \angle C=\angle OCB+\angle OCA=10^\circ+50^\circ=60^\circ$

22 $\triangle DBE$는 $\overline{DB}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DBE=\angle DEB=\angle a$라고 하면 $\triangle DBE$에서

$\angle EDA=\angle EAD=2\angle a$

직각삼각형 ABC에서

$\angle a+2\angle a+18^\circ+90^\circ=180^\circ$

$3\angle a=72^\circ\qquad\therefore\ \angle a=24^\circ$

따라서 $\triangle ADE$는 $\overline{ED}=\overline{EA}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=180^\circ-(48^\circ+48^\circ)=84^\circ\qquad\therefore\ x=84$

23 $\angle IBC:\angle ICA=3:4$,

$\angle IAB:\angle ICA=1:2=2:4$이므로

$\angle IAB:\angle IBC:\angle ICA=2:3:4$

즉, $\angle IAB=2\angle a$, $\angle IBC=3\angle a$, $\angle ICA=4\angle a$ 라고 하면

$2\angle a+3\angle a+4\angle a=90^\circ$

$9\angle a=90^\circ\qquad\therefore\ \angle a=10^\circ$

따라서 $\angle IAC=20^\circ$, $\angle ICA=40^\circ$이므로

$\angle AIC=180^\circ-(20^\circ+40^\circ)=120^\circ$

24 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\triangle ACD$에서

$\angle BDC=\frac{1}{2}\angle C+\angle A$

$86^\circ=\angle y+\angle z\qquad\therefore\ \angle y=86^\circ-\angle z$ ······㉠

$\triangle ABE$에서

$\angle CEB=\frac{1}{2}\angle B+\angle A$

$70^\circ=\angle x+\angle z$ $\therefore \angle x=70^\circ-\angle z$ ……㉡

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$2\angle x+2\angle y+\angle z=180^\circ$ ……㉢

㉢에 ㉠, ㉡을 대입하면

$2(70^\circ-\angle z)+2(86^\circ-\angle z)+\angle z=180^\circ$

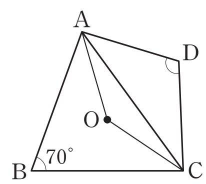
$312^\circ-3\angle z=180^\circ$, $3\angle z=132^\circ$ $\therefore \angle z=44^\circ$

$\angle z=44^\circ$를 ㉠, ㉡에 각각 대입하여 계산하면

$\angle x=26^\circ$, $\angle y=42^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y+\angle z=26^\circ-42^\circ+44^\circ=28^\circ$

25 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$를 그으면 점 O는 △ABC의 외심이므로



$\angle AOC=2\angle B=2\times70^\circ=140^\circ$

또, 점 O는 △ACD의 외심이므로

$2\angle D=360^\circ-140^\circ=220^\circ$

$\therefore \angle D=110^\circ$

26 △ABC에서 $\angle A=2\times20^\circ=40^\circ$이므로

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

$\therefore \angle y=70^\circ-50^\circ=20^\circ$ …… ❶

△PBD와 △PCD에서

$\overline{BD}=\overline{CD}$, $\angle PDB=\angle PDC=90^\circ$,

$\overline{PD}$는 공통이므로

△PBD≡△PCD(SAS 합동)

$\therefore \angle PBD=\angle PCD=50^\circ$

△BPD에서 $\angle PBD=50^\circ$, $\angle BDP=90^\circ$이므로

$\angle x=180^\circ-(50^\circ+90^\circ)=40^\circ$ …… ❷

$\therefore \angle x-\angle y=40^\circ-20^\circ=20^\circ$ …… ❸

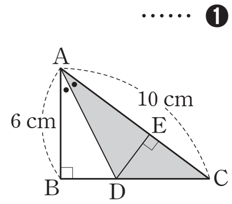
채점 기준	배점
❶ $\angle y$의 크기 구하기	2점
❷ $\angle x$의 크기 구하기	2점
❸ $\angle x-\angle y$의 크기 구하기	1점

27 $\triangle ABD=\frac{1}{2}\times6\times\overline{BD}=3\overline{BD}$

이때 $\triangle ABD=9\text{ cm}^2$이므로 $3\overline{BD}=9$

$\therefore \overline{BD}=3\text{ cm}$ …… ❶

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 E라고 하면



△ABD와 △AED에서

$\angle B=\angle E=90^\circ$, $\angle BAD=\angle EAD$,

$\overline{AD}$는 공통이므로

△ABD≡△AED(RHA 합동) …… ❷

따라서 $\overline{DE}=\overline{DB}=3\text{ cm}$이므로

$\triangle ADC=\frac{1}{2}\times10\times3=15(\text{cm}^2)$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{BD}$의 길이 구하기	2점
❷ 합동인 직각삼각형 찾기	1점
❸ △ADC의 넓이 구하기	2점

28 $\angle C=180^\circ-(90^\circ+45^\circ)=45^\circ$

직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로

$\overline{MA}=\overline{MB}=\overline{MC}$ …… ❶

즉, △BMC는 $\overline{MB}=\overline{MC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle MBC=\angle C=45^\circ$ …… ❷

따라서 △BMC에서

$\angle BMC=180^\circ-(45^\circ+45^\circ)=90^\circ$

…… ❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{MA}=\overline{MB}=\overline{MC}$임을 알기	2점
❷ $\angle MBC$의 크기 구하기	1점
❸ $\angle BMC$의 크기 구하기	2점

29 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times r\times(10+8+6)=12r$

이때 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times6=24(\text{cm}^2)$이므로

$12r=24$ $\therefore r=2$

따라서 내접원의 반지름의 길이는 2 cm이다. …… ❶

$\therefore \triangle ABI=\frac{1}{2}\times10\times2=10(\text{cm}^2)$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ 내접원의 반지름의 길이 구하기	3점
❷ △ABI의 넓이 구하기	2점

30 $\overline{BE}=\overline{BD}=16-6=10(\text{cm})$ …… ❶

$\overline{AF}=\overline{AD}=6\text{ cm}$이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=14-\overline{AF}=14-6=8(\text{cm})$ …… ❷

$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=10+8=18(\text{cm})$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{BE}$의 길이 구하기	2점
❷ $\overline{CE}$의 길이 구하기	1점
❸ $\overline{BC}$의 길이 구하기	2점

중단원 테스트 [2회] 21~24쪽

01 $50°$	**02** ③	**03** ①	**04** ①	**05** $67.5°$
06 3 cm	**07** ④	**08** ④	**09** ⑤	**10** 3.5 cm
11 ③	**12** ④	**13** ④	**14** ⑤	**15** ③
16 ②	**17** $10°$	**18** ⑤	**19** ②	**20** $15°$
21 $69°$	**22** $20°$	**23** ④	**24** ④	**25** $40°$
26 $54°$	**27** $\frac{75}{2}$ cm^2		**28** $156°$	**29** 16 cm
30 $28°$				

01 $\angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times 100°=50°$

02 직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로 △ABC의 외접원의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\times 10=5(\text{cm})$

따라서 △ABC의 외접원의 넓이는

$\pi\times 5^2=25\pi(\text{cm}^2)$

03 ① 점 O는 외심이므로 세 꼭짓점까지의 거리가 같다.
세 변까지의 거리가 같은 점은 내심이다.

04 점 O는 △ABC의 외심이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

△ABO의 둘레의 길이가 11 cm이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\frac{1}{2}\times(11-5)=3(\text{cm})$

따라서 △ABC의 외접원의 반지름의 길이는 3 cm이다.

05 △ABC가 직각이등변삼각형이므로 $\angle B=\angle C=45°$

△ABE와 △DBE에서

$\angle A=\angle D=90°$, $\overline{BA}=\overline{BD}$, $\overline{BE}$는 공통이므로

△ABE≡△DBE(RHS 합동)

$\therefore \angle DBE=\angle ABE=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{2}\times 45°=22.5°$

$\therefore \angle DEB=180°-(90°+22.5°)=67.5°$

06 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle C$

점 I는 △ABC의 내심이므로

$\angle IBC=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{2}\angle C=\angle ICB$

따라서 △IBC는 이등변삼각형이므로

$\overline{IC}=\overline{IB}=3$ cm

07 △DOE는 $\overline{DO}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DOE=\angle DEO=\angle a$라고 하면 △DOE에서

$\angle ODC=2\angle a$

△ODC는 $\overline{OD}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCD=\angle ODC=2\angle a$

△COE에서

$\angle AOC=\angle CEO+\angle ECO=\angle a+2\angle a=3\angle a$

따라서 $\angle DOB:\angle AOC=1:3$이므로

부채꼴 AOC의 넓이는

$3\times$(부채꼴 DOB의 넓이)$=3\times 6\pi=18\pi(\text{cm}^2)$

08 △ABD와 △CAE에서

$\angle DBA=90°-\angle DAB=\angle EAC$, $\angle D=\angle E=90°$,

$\overline{AB}=\overline{CA}$이므로

△ABD≡△CAE(RHA 합동)

따라서 $\overline{AE}=\overline{BD}=15$ cm, $\overline{AD}=\overline{CE}=8$ cm이므로

$\overline{DE}=15-8=7(\text{cm})$

09 △AMD와 △BMD에서

$\overline{AM}=\overline{BM}$, $\overline{MD}$는 공통, $\angle AMD=\angle BMD$이므로

△AMD≡△BMD(SAS 합동)

이때 $\angle DAM=\angle DBM=\angle a$라고 하면 △ABC에서

$90°+\angle a+2\angle a=180°$

$3\angle a=90°$ $\quad\therefore \angle a=30°$

$\therefore \angle ADC=2\angle a=60°$

10 $\overline{BE}=x$ cm라고 하면

$(6-x)+(5-x)=4$

$11-2x=4$, $2x=7$ $\quad\therefore x=3.5$

따라서 $\overline{BE}$의 길이는 3.5 cm이다.

11 △ADM과 △CEM에서

$\angle ADM=\angle CEM=90°$, $\overline{AM}=\overline{CM}$,

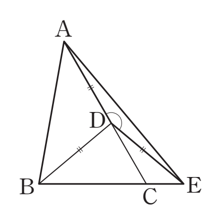
$\overline{MD}=\overline{ME}$이므로

△ADM≡△CEM(RHS 합동)

따라서 △ABC에서 $\angle A=\angle C=20°$이므로

$\angle B=180°-(20°+20°)=140°$

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면



$\overline{DA}=\overline{DB}=\overline{DE}$이므로

점 D는 △ABE의 외심이다.

$\therefore \angle ADE=2\angle ABC$

$=2\times 80°=160°$

13 △ABD와 △AED에서

$\angle B=\angle E=90°$, $\overline{AB}=\overline{AE}$, $\overline{AD}$는 공통이므로

△ABD≡△AED(RHS 합동)

따라서 $\angle ADE=\angle ADB=90°-25°=65°$이므로

$\angle x=180°-2\times 65°=50°$

14 ① 직선 l에 대하여 동위각의 크기가 $90°$로 같으므로
$\overline{BD}/\!/\overline{CE}$

② △ABD와 △CAE에서
$\angle ADB=\angle CEA=90°$, $\overline{AB}=\overline{CA}$,
$\angle BAD=90°-\angle CAE=\angle ACE$이므로
△ABD≡△CAE(RHA 합동)

③ $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$(RHA 합동)이므로

$\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{AE}=\overline{CE}+\overline{BD}=b+a$

④ $\overline{AE}=\overline{BD}=a$이므로 $\triangle ACE=\frac{1}{2}ab$

⑤ $\overline{DE}=a+b$이므로

$\square BCED=\frac{1}{2}\times(a+b)\times(a+b)=\frac{1}{2}(a+b)^2$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

15 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 사각형 APBO에서

$\angle AOB=360^\circ-(90^\circ+50^\circ+90^\circ)=130^\circ$

이때 $\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-130^\circ)=25^\circ$

16 $\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

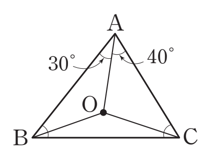
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times r\times(10+8+6)=12r$

이때 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 6=24(\text{cm}^2)$이므로

$12r=24 \qquad \therefore r=2$

$\therefore \triangle AIC=\frac{1}{2}\times 6\times 2=6(\text{cm}^2)$

17 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그으면 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로



$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}$,

$\angle OBA=\angle OAB=30^\circ$,

$\angle OCA=\angle OAC=40^\circ$

$\therefore \angle OBC+\angle OCB=180^\circ-(30^\circ+30^\circ+40^\circ+40^\circ)$

$=40^\circ$

이때 $\angle OBC=\angle OCB$이므로

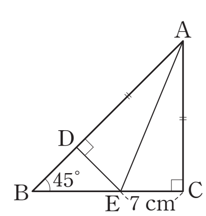
$\angle OBC=\angle OCB=\frac{1}{2}\times 40^\circ=20^\circ$

$\angle B=\angle OBA+\angle OBC=30^\circ+20^\circ=50^\circ$

$\angle C=\angle OCA+\angle OCB=40^\circ+20^\circ=60^\circ$

$\therefore \angle C-\angle B=60^\circ-50^\circ=10^\circ$

18 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면



$\triangle ADE$와 $\triangle ACE$에서

$\angle D=\angle C=90^\circ$, $\overline{AD}=\overline{AC}$,

$\overline{AE}$는 공통이므로

$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$(RHS 합동)

$\therefore \overline{DE}=\overline{CE}=7$ cm이고

이때 $\angle DBE=\angle DEB=45^\circ$이므로

$\triangle DBE$는 직각이등변삼각형이고

$\overline{DB}=\overline{DE}=\overline{CE}=7$ cm

$\therefore \overline{DB}+\overline{DE}=7+7=14(\text{cm})$

19 $\angle A=\angle a$라고 하면 $\triangle ABD$에서

$\angle BDC=\angle a+30^\circ$

$\triangle BCD$는 $\overline{BC}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BCD=\angle BDC=\angle a+30^\circ$

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle ACB=\angle a+30^\circ$

따라서 $\triangle ABC$에서

$\angle a+\angle a+30^\circ+\angle a+30=180^\circ$이므로

$3\angle a+60^\circ=180^\circ,\ 3\angle a=120^\circ$

$\therefore \angle a=40^\circ$

20 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle BOC=2\angle A=2\times 40^\circ=80^\circ$

또한 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로

$\angle OBC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-80^\circ)=50^\circ$

이때 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IBC=\frac{1}{2}\times\angle B=\frac{1}{2}\times 70^\circ=35^\circ$

$\therefore \angle OBI=\angle OBC-\angle IBC=50^\circ-35^\circ=15^\circ$

21 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-32^\circ)=74^\circ$

$\therefore \angle CBD=\frac{1}{2}\times 74^\circ=37^\circ$

따라서 $\triangle BCD$에서

$\angle BDC=180^\circ-(37^\circ+74^\circ)=69^\circ$

22 $\triangle ABC$는 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BCA=\angle BAC=\angle x$

$\triangle ABC$에서

$\angle CBD=\angle x+\angle x=2\angle x$

$\triangle BCD$는 $\overline{CB}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CDB=\angle CBD=2\angle x$

$\triangle ACD$에서

$\angle DCE=\angle x+2\angle x=3\angle x$

$\triangle DCE$는 $\overline{DC}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DEC=\angle DCE=3\angle x$

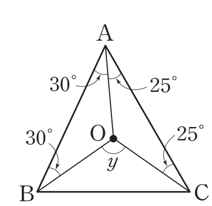
따라서 $\triangle DAE$에서

$\angle x+3\angle x+100^\circ=180^\circ$이므로

$4\angle x+100^\circ=80^\circ,\ 4\angle x=80^\circ$

$\therefore \angle x=20^\circ$

23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로



$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$,

$\angle OAB=\angle OBA=30^\circ$,

$\angle OAC=\angle OCA=25^\circ$

즉, $\angle x=30^\circ+25^\circ=55^\circ$

$\angle y=2\angle x=2\times 55^\circ=110^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=55^\circ+110^\circ=165^\circ$

24 △ABC의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times r\times 48=24r$

이때 △ABC의 넓이가 96 cm²이므로

$24r=96 \quad \therefore r=4$

$\overline{EC}=\overline{IE}=4$ cm이고, $\overline{BD}=x$ cm라고 하면 △ABC의 둘레의 길이가 48 cm이므로

$8+x+x+4+4+8=48$

$2x+24=48,\ 2x=24 \quad \therefore x=12$

따라서 $\overline{AB}=8+12=20(\text{cm})$이므로

△ABC의 외접원의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\times 20=10(\text{cm})$

∴ (△ABC의 외접원의 넓이)$=\pi\times 10^2=100\pi(\text{cm}^2)$

25 $\angle AOC : \angle BOC=5:4$이므로

$\angle AOC=\frac{5}{9}\times 180^\circ=100^\circ$

이때 △AOC는 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle A=\frac{1}{2}\times(180^\circ-100^\circ)=40^\circ$

26 $\angle B=3\angle a,\ \angle C=2\angle a$라고 하면

$\overline{AM}=\overline{CM}$이므로

$\angle MAC=\angle C=2\angle a$ …… ❶

$\overline{AM}=\overline{BM}$이므로

$\angle MAB=\angle B=3\angle a$ …… ❷

△ABC에서

$\angle A+\angle B+\angle C=5\angle a+3\angle a+2\angle a=180^\circ$이므로

$10\angle a=180^\circ \quad \therefore \angle a=18^\circ$

$\therefore \angle MAB=3\angle a=3\times 18^\circ=54^\circ$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ ∠C와 크기가 같은 각 구하기	2점
❷ ∠B와 크기가 같은 각 구하기	1점
❸ ∠MAB의 크기 구하기	2점

27 △ABF와 △BCG에서

$\angle AFB=\angle BGC=90^\circ,\ \overline{AB}=\overline{BC}$

$\angle BAF=90^\circ-\angle ABF=\angle CBG$이므로

△ABF≡△BCG(RHA 합동) …… ❶

따라서 $\overline{BG}=\overline{AF}=15$ cm, $\overline{BF}=\overline{CG}=10$ cm이므로

$\overline{FG}=\overline{BG}-\overline{BF}=5(\text{cm})$ …… ❷

$\therefore \triangle AFG=\frac{1}{2}\times 15\times 5=\frac{75}{2}(\text{cm}^2)$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ △ABF≡△BCG임을 설명하기	2점
❷ $\overline{FG}$의 길이 구하기	1점
❸ △AFG의 넓이 구하기	2점

28 점 O는 △ABC의 외심이므로

$\angle BOC=2\angle A$

$88^\circ=2\angle A \quad \therefore \angle A=44^\circ$ …… ❶

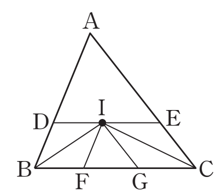
점 I는 △ABC의 내심이므로

$\angle BIC=\frac{1}{2}\angle A+90^\circ=\frac{1}{2}\times 44^\circ+90^\circ=112^\circ$ …… ❷

$\therefore \angle BIC+\angle A=112^\circ+44^\circ=156^\circ$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ ∠A의 크기 구하기	2점
❷ ∠BIC의 크기 구하기	2점
❸ ∠BIC+∠A의 크기 구하기	1점

29 오른쪽 그림과 같이 $\overline{IB},\ \overline{IC}$를 그으면 점 I는 △ABC의 내심이므로



$\angle DBI=\angle IBF$

이때 $\angle DIB=\angle IBF$(엇각)이므로

$\angle DBI=\angle DIB$

$\therefore \overline{DB}=\overline{DI}$

또한 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{IF}$이므로 $\angle IBD=\angle BIF$(엇각)

이때 $\angle IBF=\angle IBD$이므로

$\angle IBF=\angle BIF$

$\therefore \overline{FB}=\overline{FI}$ …… ❶

또, 점 I는 △ABC의 내심이므로

$\angle ICG=\angle ECI$

이때 $\angle EIC=\angle ICG$(엇각)이므로

$\angle ECI=\angle EIC$

$\therefore \overline{EC}=\overline{EI}$

또한 $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{IG}$이므로 $\angle ICE=\angle CIG$(엇각)

이때 $\angle ICG=\angle ICE$이므로

$\angle ICG=\angle CIG$

$\therefore \overline{GC}=\overline{GI}$ …… ❷

△ADE의 둘레의 길이는

$\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EA}=\overline{AD}+\overline{DI}+\overline{IE}+\overline{EA}$

$=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{EC}+\overline{EA}$

$=\overline{AB}+\overline{AC}$

$=32(\text{cm})$

이때 △ABC의 둘레의 길이가 48 cm이므로

$\overline{BC}=48-32=16(\text{cm})$ …… ❸

따라서 △IFG의 둘레의 길이는

$\overline{IF}+\overline{FG}+\overline{GI}=\overline{BF}+\overline{FG}+\overline{GC}$

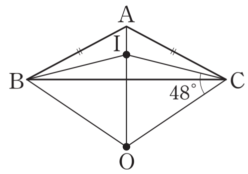
$=\overline{BC}=16(\text{cm})$ …… ❹

채점 기준	배점
❶ $\overline{FB}=\overline{FI}$임을 알기	1점
❷ $\overline{GC}=\overline{GI}$임을 알기	1점
❸ $\overline{BC}$의 길이 구하기	1점
❹ △IFG의 둘레의 길이 구하기	2점

30 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle C$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{IA}$, $\overline{IB}$, $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면 $\triangle ABC$가 이등변삼각형이므로



점 I는 $\overline{OA}$ 위에 있다.

점 I는 $\triangle ABC$의 내심, 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle IAB=\angle IAC=\angle a$,

$\angle IBA=\angle IBC=\angle ICA=\angle ICB=\angle b$,

$\angle OBC=\angle OCB=\angle c$라고 하면

$\angle a+2\angle b=90°$, $\angle b+\angle c=48°$

$\therefore \angle a=90°-2\angle b$, $\angle c=48°-\angle b$ ······ ㉠

······ ❶

$\overline{OA}=\overline{OB}$이므로 $\angle a=2\angle b+\angle c$ ······ ㉡

㉡에 ㉠을 각각 대입하면

$90°-2\angle b=2\angle b+48°-\angle b$

$3\angle b=42°$ $\quad\therefore \angle b=14°$ ······ ❷

$\therefore \angle B=2\angle b=2\times 14=28°$ ······ ❸

채점 기준	배점
❶ $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$의 크기 사이의 관계 알기	2점
❷ $\angle b$의 크기 구하기	2점
❸ $\angle B$의 크기 구하기	1점

2. 사각형의 성질

01. 평행사변형

소단원 테스트 [1회] 25~26쪽

01 ③ **02** ㄴ, ㄹ, ㅁ **03** ⑤ **04** ⑤
05 32 **06** 70° **07** 21 cm² **08** ④
09 21 cm **10** ③ **11** 110° **12** 5 cm **13** 32°
14 ③

01 ③ $\angle BAC=\angle ACD$

02 ㄴ. $\angle C=360°-(60°+120°+120°)=60°$

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

ㄹ. $\angle A+\angle D=180°$이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$

이때 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

따라서 평행사변형이다.

ㅁ. 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.

03 $\square ABCD=4\triangle OAD=4\times 9=36(cm^2)$

04 $\angle BDC=\angle x$(엇각), $\angle DBC=35°$(엇각)이므로

$\triangle BCD$에서 $\angle x+35°+\angle y+55°=180°$

$\therefore \angle x+\angle y=90°$

05 $3x+4=5x$이므로 $2x=4$ $\quad\therefore x=2$

$2y=y+3$이므로 $y=3$

따라서 $\overline{AB}=\overline{DC}=6$, $\overline{AD}=\overline{BC}=10$이므로

평행사변형 ABCD의 둘레의 길이는

$6+10+6+10=32$

06 $\angle OCB=\angle OAD$(엇각)이므로

$\triangle BCO$에서 $30°+\angle OAD=100°$

$\therefore \angle OAD=70°$

07 $\triangle PDA+\triangle PBC=\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{2}\times 42=21(cm^2)$

08 $\angle DAE=\angle BAE$이고 $\angle AEB=\angle DAE$(엇각)이므로

$\angle AEB=\angle BAE$

즉, $\triangle ABE$는 $\overline{BE}=\overline{BA}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{BE}=\overline{BA}=7$ cm

$\therefore \overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=11-7=4(cm)$

09 $\overline{CD}=\overline{AB}=8$ cm

$\overline{OC}=\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 11=\frac{11}{2}(cm)$

$\overline{OD}=\overline{OB}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 15=\frac{15}{2}(cm)$

$\therefore$ (△DOC의 둘레의 길이)$=\overline{OC}+\overline{OD}+\overline{CD}$

$=\frac{11}{2}+\frac{15}{2}+8$

$=21(\text{cm})$

10 $2\angle A=3\angle B$에서 $\angle A:\angle B=3:2$

$\angle A+\angle B=180^\circ$이므로 $\angle A=\frac{3}{5}\times 180^\circ=108^\circ$

$\therefore \angle C=\angle A=108^\circ$

11 △ABE는 $\overline{AB}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이고

$\angle AEB=\angle EBC=35^\circ$(엇각)이므로

$\angle ABE=\angle AEB=35^\circ$

△ABE에서 $\angle A+35^\circ+35^\circ=180^\circ$ $\therefore \angle A=110^\circ$

$\therefore \angle C=\angle A=110^\circ$

12 $\angle OCB=\angle OAD=60^\circ$(엇각)이므로

△OBC에서 $\angle BOC+60^\circ+30^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle BOC=90^\circ$

△ABO와 △CBO에서

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\angle AOB=\angle COB=90^\circ$, $\overline{BO}$는 공통이므로

△ABO≡△CBO(SAS 합동)

따라서 $\angle ABO=\angle CBO=30^\circ$이므로 $\angle ABC=60^\circ$

즉, △ABC의 세 내각이 모두 60°이므로

△ABC는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{AC}=\overline{AB}=5$ cm

13 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACB=\angle ABC=64^\circ$

$\therefore \angle BAC=180^\circ-(64^\circ+64^\circ)=52^\circ$

△ACE는 $\overline{AC}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이고

$\angle CAE+\angle CEA=64^\circ$이므로

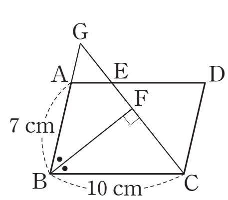
$\angle CAE=\angle CEA=\frac{1}{2}\times 64^\circ=32^\circ$

평행사변형 ABCD에서 $\angle ABC+\angle BAD=180^\circ$이므로

$\angle BAD=180^\circ-64^\circ=116^\circ$

$\therefore \angle DAE=116^\circ-(52^\circ+32^\circ)=32^\circ$

14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BA}$, $\overline{CE}$의 연장선의 교점을 G라고 하면



△BGF와 △BCF에서

$\angle GBF=\angle CBF$,

$\angle BFG=\angle BFC$, $\overline{BF}$는 공통이므로 △BGF≡△BCF(ASA 합동)

$\therefore \overline{BG}=\overline{BC}=10$ cm

$\therefore \overline{AG}=\overline{BG}-\overline{AB}=10-7=3(\text{cm})$

또한 △BCG가 $\overline{BG}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle AGE=\angle BCF$

이때 $\overline{AE}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle BCF=\angle AEG$(동위각)

따라서 $\angle AGE=\angle AEG$이므로

△AGE는 $\overline{AG}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{AE}=\overline{AG}=3(\text{cm})$

소단원 테스트 [2회] 27~28쪽

01 ④	**02** ③	**03** ④	**04** 24 cm²	**05** ⑤
06 ②	**07** 100°	**08** 40 cm²		**09** 7 cm
10 ⑤	**11** 120°	**12** 52°	**13** 57°	**14** 3 cm

01 ④ $\angle BAC=\angle ACD$

02 $2x-3=x+1$이므로 $x=4$

$y=x-1$이므로 $y=3$

$\therefore x+y=4+3=7$

03 ④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.

04 $\triangle PAB+\triangle PCD=\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{2}\times 80=40(\text{cm}^2)$

이때 $\triangle PAB=16\text{ cm}^2$이므로

$16+\triangle PCD=40$ $\therefore \triangle PCD=24\text{ cm}^2$

05 $\angle DCA=\angle BAC=50^\circ$(엇각), $\angle DAC=\angle x$(엇각)이므로

△ACD에서 $\angle x+30^\circ+\angle y+50^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=100^\circ$

06 $\overline{CD}=\overline{AB}=8$ cm

$\overline{OC}+\overline{OD}=\frac{1}{2}(\overline{AC}+\overline{BD})=\frac{1}{2}\times 24=12(\text{cm})$

$\therefore$ (△DOC의 둘레의 길이)$=\overline{OC}+\overline{OD}+\overline{CD}$

$=12+8=20(\text{cm})$

07 $\angle A+\angle B=180^\circ$, $\angle A=\angle B+20^\circ$이므로

$\angle B+20^\circ+\angle B=180^\circ$

$2\angle B=160^\circ$ $\therefore \angle B=80^\circ$

$\therefore \angle C=\angle A=80^\circ+20^\circ=100^\circ$

08 평행사변형 ABCD의 넓이는 $10\times 8=80(\text{cm}^2)$

$\triangle PAB+\triangle PCD=\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{2}\times 80=40(\text{cm}^2)$

09 $\angle BAE=\angle EAD$이고 $\angle EAD=\angle AEB$(엇각)이므로

$\angle AEB=\angle BAE$

따라서 △ABE는 $\overline{AB}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{BE}=\overline{BC}-\overline{EC}=11-4=7(\text{cm})$

10 $\angle ABF=\angle FBC$이고 $\angle AFB=\angle FBC$(엇각)이므로

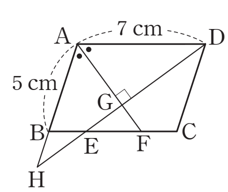
$\angle ABF=\angle AFB$
즉, $\triangle ABF$는 $\overline{AB}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{AF}=\overline{AB}=6\text{ cm}$
$\therefore \overline{DF}=\overline{AD}-\overline{AF}=11-6=5(\text{cm})$
또, $\angle ABF=\angle FED$(엇각), $\angle AFB=\angle EFD$(맞꼭지각)이므로
$\angle FED=\angle EFD$
따라서 $\triangle DEF$는 $\overline{DE}=\overline{DF}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{DE}=\overline{DF}=5\text{ cm}$

11 $\angle DFC=180°-150°=30°$이므로
$\angle ADF=\angle DFC=30°$(엇각)
$\angle D=2\angle ADF=60°$이고 $\angle C+\angle D=180°$이므로
$\angle C+60°=180°$ $\therefore \angle C=120°$
$\angle ECF=\frac{1}{2}\angle C=\frac{1}{2}\times 120°=60°$이므로
$\angle DEC=\angle ECF=60°$(엇각)
$\therefore \angle AEC=180°-60°=120°$

12 $\angle DAE=\angle AEC=29°$(엇각)이므로
$\angle DAC=2\times 29°=58°$
$\triangle ACD$에서 $\angle D=\angle B=70°$이므로
$58°+70°+\angle ACD=180°$ $\therefore \angle ACD=52°$

13 $\triangle ABE$에서 $\angle ABE=\angle a$, $\angle BAE=\angle b$라고 하면
$\angle a+\angle b=90°$
$\triangle BCF$에서 $\angle BFC=\angle a$(엇각), $\angle C=\angle b+\angle x$이므로
$33°+\angle a+\angle b+\angle x=180°$
$33°+90°+\angle x=180°$ $\therefore \angle x=57°$

14 $\angle DAF=\angle BAF$이고 $\angle DAF=\angle AFB$(엇각)이므로
$\angle BAF=\angle AFB$
즉, $\triangle ABF$는 $\overline{BA}=\overline{BF}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{BF}=\overline{BA}=5\text{ cm}$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{DE}$의 연장선의 교점을 H라고 하면



$\triangle AHG$와 $\triangle ADG$에서
$\angle AGH=\angle AGD=90°$,
$\angle HAG=\angle DAG$, $\overline{AG}$는 공통
이므로 $\triangle AHG\equiv\triangle ADG$(ASA 합동)
$\therefore \overline{AH}=\overline{AD}=7\text{ cm}$
$\therefore \overline{BH}=\overline{AH}-\overline{AB}=7-5=2(\text{cm})$
또한 $\triangle AHD$가 $\overline{AH}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BHE=\angle ADG$
이때 $\overline{AD}/\!/\overline{BE}$이므로 $\angle ADG=\angle BEH$(동위각)
따라서 $\angle BHE=\angle BEH$이므로
$\triangle BHE$는 $\overline{BH}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이고
$\overline{BE}=\overline{BH}=2\text{ cm}$이므로
$\overline{EF}=\overline{BF}-\overline{BE}=5-2=3(\text{cm})$

02. 여러 가지 사각형

소단원 테스트 [1회] 29~30쪽

01 5 cm	**02** ②	**03** ③	**04** ④	**05** ③
06 66°	**07** ⑤	**08** 90°	**09** 40°	**10** 28°
11 ②	**12** 20 cm	**13** 45°	**14** 72°	

01 등변사다리꼴이므로
$\overline{CD}=\overline{AB}=5\text{ cm}$

02 ② $\angle A=90°$이면 네 내각이 모두 $90°$이고 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이면 네 변의 길이가 모두 같으므로 정사각형이 된다.

03 $\triangle ABD : \triangle ADC=1 : 2$이므로
$\triangle ABD=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times 60=20(\text{cm}^2)$

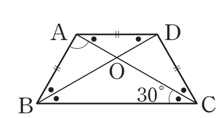
04 ㉠ 사다리꼴 ㉡ 평행사변형 ㉢ 마름모
㉣ 직사각형 ㉤ 정사각형
ⓔ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

05 $\triangle CDO=\triangle DBC-\triangle OBC$
$=\triangle ABC-\triangle OBC$
$=\triangle ABO=8(\text{cm}^2)$

06 $\triangle ABD$는 $\overline{AB}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle DBA=\angle BDA=24°$
$\triangle ABO$는 직각삼각형이므로
$\angle BAO+90°+24°=180°$ $\therefore \angle BAO=66°$

07 $\angle DBC=\angle ADB=35°$(엇각)
□ABCD는 등변사다리꼴이므로
$\angle ABC=\angle C=75°$
$\therefore \angle ABD=75°-35°=40°$

08 $\angle DAC=\angle ACB=30°$(엇각)



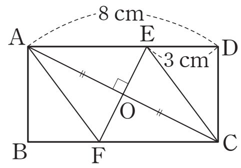
이때 $\overline{AB}=\overline{AD}=\overline{DC}$이므로
$\triangle ABD$와 $\triangle DAC$는 이등변삼각형
이고 □ABCD는 등변사다리꼴이므로
$\angle ABD=\angle ADB=\angle DAC=\angle DCA=30°$
따라서 $\triangle ABD$에서 $30°+\angle BAC+30°+30°=180°$
$\therefore \angle BAC=90°$

09 $\angle C'BE=\angle CBE=25°$(접은 각),
$\angle BEC=\angle BEC'=90°-25°=65°$이므로
$\angle C'ED=180°-(65°+65°)=50°$
따라서 $\triangle C'DE$에서 $\angle x=90°-50°=40°$

10 $\angle ABE+\angle C=180°$이므로
$\angle ABE+118°=180°$ $\therefore \angle ABE=62°$
$\triangle ABE$에서 $\angle AEC=90°$이므로

$\angle x+62^\circ=90^\circ \qquad \therefore \angle x=28^\circ$

11 오른쪽 그림과 같이 $\square$AFCE의 두 대각선의 교점을 O라고 하면



$\triangle$AOE와 $\triangle$COF에서

$\angle$EAO$=\angle$FCO(엇각),

$\overline{\mathrm{AO}}=\overline{\mathrm{CO}}$, $\angle$AOE$=\angle$COF$=90^\circ$이므로

$\triangle$AOE$\equiv\triangle$COF(ASA 합동)

즉, $\overline{\mathrm{OE}}=\overline{\mathrm{OF}}$이므로 $\square$AFCE는 마름모이다.

따라서 $\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{AD}}-\overline{\mathrm{AE}}=8-3=5(\mathrm{cm})$이므로

$\square$AFCE의 둘레의 길이는 $5\times4=20(\mathrm{cm})$

12 $\triangle$BEF는 $\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{BF}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle$BEF$=\angle$BFE

이때 $\angle$BFE$=\angle$AFD(맞꼭지각),

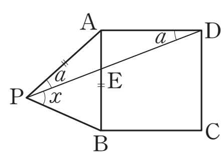
$\angle$BEF$=\angle$DAF(엇각)이므로

$\angle$AFD$=\angle$DAF

따라서 $\triangle$DAF는 $\overline{\mathrm{FD}}=\overline{\mathrm{AD}}=12$ cm인 이등변삼각형이므로

$\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BF}}+\overline{\mathrm{FD}}=8+12=20(\mathrm{cm})$

13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{PD}}$와 $\overline{\mathrm{AB}}$의 교점을 E라고 하자.



$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AD}}$이므로

$\angle$APD$=\angle$ADP$=\angle a$라고 하면

$\angle$APB$=\angle$ABP$=\angle a+\angle x$

이때 $\angle$AED$=\angle$PEB(맞꼭지각)이므로

$\triangle$AED와 $\triangle$PEB에서

$\angle$EBP$+\angle$EPB$=\angle$BED$=\angle$EAD$+\angle$EDA

$(\angle a+\angle x)+\angle x=90^\circ+\angle a$

$2\angle x=90^\circ \qquad \therefore \angle x=45^\circ$

14 $\triangle$ADC는 $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{DC}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle$DAC$=\angle$DCA$=\angle a$라 하고,

$\triangle$ABC는 $\overline{\mathrm{AC}}=\overline{\mathrm{BC}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle$CAB$=\angle$CBA$=\angle b$라고 하자.

$\angle$CBA$=\angle$BCD$=\angle b$이고

$\angle$ACB$=\angle$DAC$=\angle a$(엇각)이므로 $\angle b=2\angle a$ …… ㉠

$\triangle$ABC에서 $\angle a+2\angle b=180^\circ$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $\angle a=36^\circ$, $\angle b=72^\circ$

$\therefore \angle$BAC$=72^\circ$

소단원 테스트 [2회] 31~32쪽

01 ⑤	**02** 5 cm^2	**03** 2	**04** 32 cm^2	**05** ③
06 45°	**07** ④	**08** ㄴ, ㅂ	**09** ③	**10** 4 cm
11 ①	**12** 17 cm	**13** 118°	**14** ④	

01 $\square$ABCD$=\triangle$ABC$+\triangle$ACD

$=\triangle$ABC$+\triangle$ACE$=\triangle$ABE

02 $\triangle$DCA$=\triangle$ABD$=5$ cm^2

03 $x+y=2x-1 \qquad \therefore x-y=1$ …… ㉠

$x+y=5y-2 \qquad \therefore x-4y=-2$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=2$, $y=1$

$\therefore xy=2\times1=2$

04 $\overline{\mathrm{AO}}=\frac{1}{2}\times8=4(\mathrm{cm})$이므로

$\triangle$ABD$=\frac{1}{2}\times8\times4=16(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore \square$ABCD$=2\times16=32(\mathrm{cm}^2)$

05 $\triangle$ABD는 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AD}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle$ADB$=\angle$ABD$=40^\circ$

따라서 $\triangle$AOD는 직각삼각형이므로

$\angle$OAD$+90^\circ+40^\circ=180^\circ \qquad \therefore \angle$OAD$=50^\circ$

06 $\angle$DCB$=\angle$B$=70^\circ$이므로

$\angle$ACB$=\angle$DCB$-\angle$ACD$=70^\circ-25^\circ=45^\circ$

$\therefore \angle$DAC$=\angle$ACB$=45^\circ$(엇각)

07 ④ 등변사다리꼴은 평행사변형이 아니므로 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하지 않는다.

08 ㄱ. 두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 정사각형이다.

ㄷ. 대각선이 서로 수직으로 만나는 사각형은 마름모이다.

ㄹ. 이웃한 두 변의 길이가 같은 사각형은 마름모이다.

ㅁ. 네 변의 길이가 같고 네 내각의 크기가 같은 사각형은 정사각형이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㅂ이다.

09 $\angle$A$+\angle$D$=180^\circ$이므로

$$\angle\mathrm{FAD}+\angle\mathrm{FDA}=\frac{1}{2}\angle\mathrm{A}+\frac{1}{2}\angle\mathrm{D}=\frac{1}{2}(\angle\mathrm{A}+\angle\mathrm{D})=\frac{1}{2}\times180^\circ=90^\circ$$

즉, $\triangle$AFD에서 $\angle$AFD$=90^\circ$

같은 방법으로 하면 $\angle$HEF$=\angle$EHG$=\angle$HGF$=90^\circ$

따라서 $\square$EFGH는 직사각형이다.

③ 두 대각선이 서로 수직으로 만나는 사각형은 마름모이다.

10 $\overline{AB}=\overline{DC}=3\text{ cm}$
이때 □AECD는 평행사변형이므로
$\overline{AE}=\overline{DC}=3\text{ cm}$
즉, $3+3+\overline{BE}=7$이므로
$\overline{BE}=1\text{ cm}$
따라서 $\overline{AD}$의 길이는
$\overline{AD}=\overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=5-1=4(\text{cm})$

11 $\triangle ABE+\triangle DEC=\frac{1}{2}\square ABCD$
$=\frac{1}{2}\times 36=18(\text{cm}^2)$
이때 $\overline{BE}:\overline{EC}=2:1$이므로
$\triangle ABE:\triangle DEC=2:1$
$\therefore \triangle ABE=\frac{2}{3}\times 18=12(\text{cm}^2)$

12 □ABED는 평행사변형이므로
$\overline{BE}=\overline{AD}=8\text{ cm}$
이때 $\angle B=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로
$\angle C=\angle B=60^\circ$, $\angle DEC=\angle B=60^\circ$(동위각)
즉, $\triangle ECD$의 세 내각이 모두 60°이므로
$\triangle ECD$는 정삼각형이다.
$\therefore \overline{EC}=\overline{DE}=\overline{AB}=9\text{ cm}$
$\therefore \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}=8+9=17(\text{cm})$

13 $\triangle BCD$가 $\overline{CB}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle CBD=\angle CDB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-124^\circ)=28^\circ$
따라서 $\triangle DFE$에서
$\angle AFD=90^\circ+28^\circ=118^\circ$

14 $\triangle AED$와 $\triangle CED$에서
$\overline{AD}=\overline{CD}$, $\overline{DE}$는 공통,
$\angle ADE=\angle CDE=\frac{1}{2}\angle ADC=45^\circ$이므로
$\triangle AED\equiv\triangle CED$(SAS 합동)
따라서 $\triangle DEC$에서 $\angle DCE=\angle DAE=22^\circ$이므로
$\angle BEC=45^\circ+22^\circ=67^\circ$

중단원 테스트 [1회]

33~36쪽

01 15 cm^2		**02** ④	**03** ④	**04** ④
05 ②	**06** 23	**07** ⑤	**08** ⑤	**09** ③
10 ③	**11** ③	**12** ①	**13** ③	**14** ③
15 ③	**16** ⑤	**17** ②	**18** ③	**19** ③
20 20 cm^2		**21** 50°	**22** ①	**23** ④
24 ③	**25** ④	**26** 125°		

27 평행사변형, 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
28 20 cm^2 **29** 76° **30** 13

01 $\triangle ABO=\frac{1}{4}\square ABCD$
$=\frac{1}{4}\times 60=15(\text{cm}^2)$

02 ④ $\angle CAD=\angle ACB$이면 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$
즉, $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이면 □ABCD가 평행사변형이라고 할 수 없다.

03 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은
ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ이다.

04 ④ $\angle AOD=90^\circ$인 평행사변형은 마름모이다.

05 $\square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$
$=\triangle ABC+\triangle ACE$
$=20+25=45(\text{cm}^2)$

06 $\overline{CD}=\overline{AB}=10$, $\overline{OD}=\overline{OB}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 12=6$
$\therefore$ ($\triangle COD$의 둘레의 길이)$=\overline{OD}+\overline{OC}+\overline{CD}$
$=6+7+10=23$

07 $\angle CDO=\angle ABO=32^\circ$(엇각)
따라서 $\triangle OCD$에서
$\angle AOD=32^\circ+50^\circ=82^\circ$

08 $\overline{AB}=\overline{DE}$이고 $\overline{AB}=\overline{BE}=\frac{1}{2}\overline{BC}$이므로
$\overline{EC}=\frac{1}{2}\overline{BC}$
즉, $\overline{DE}=\overline{EC}=\overline{CD}$이므로 $\triangle DEC$는 정삼각형이다.
$\therefore \angle DCE=60^\circ$
□ABCD는 등변사다리꼴이므로
$\angle ABC=\angle DCB=60^\circ$
$\therefore \angle ADC=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

09 $\angle A-\angle B=90^\circ$이고 $\angle A+\angle B=180^\circ$이므로
두 식을 연립하여 풀면 $\angle A=135^\circ$, $\angle B=45^\circ$
$\therefore \angle C=\angle A=135^\circ$

10 $\triangle ABD$는 $\overline{AB}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ABD=\angle ADB=30^\circ$

$\triangle ABD$에서 $\angle A+30^\circ+30^\circ=180^\circ$ $\therefore \angle A=120^\circ$

$\therefore \angle BCD=\angle A=120^\circ$

11 $\angle DAE=\angle BAE$이고 $\angle AEB=\angle DAE$(엇각)이므로

$\angle AEB=\angle BAE$

즉, $\triangle ABE$는 $\overline{BE}=\overline{BA}=4\text{ cm}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=9-4=5(\text{cm})$

12 $\triangle PAB+\triangle PCD=\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{2}\times 50=25$

이때 $\triangle PAB=8\text{ cm}^2$이므로

$8+\triangle PCD=25$ $\therefore \triangle PCD=17\text{ cm}^2$

13 ① $\square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\triangle ABC+\triangle ACE$

$=\triangle ABE$

② $\overline{AC}/\!/\overline{DE}$이므로

$\triangle ACD=\triangle ACE$

④ $\triangle AFD=\triangle ACD-\triangle ACF$

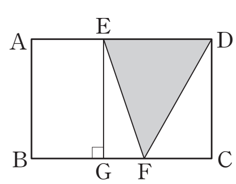
$=\triangle ACE-\triangle ACF$

$=\triangle CFE$

⑤ $\overline{AC}/\!/\overline{DE}$이므로

$\triangle AED=\triangle CDE$

14 오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 G라고 하면



$\square ABCD=50\text{ cm}^2$이고

$\overline{AE}:\overline{ED}=2:3$이므로

$\square EGCD=\frac{3}{5}\times 50=30(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle EFD=\frac{1}{2}\square EGCD=\frac{1}{2}\times 30=15(\text{cm}^2)$

15 $\angle DAE=\angle AEB$(엇각)이고

$\angle B=\frac{1}{2}\angle A=\angle DAE$이므로

$\triangle ABE$는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{AE}=\overline{AB}=3\text{ cm}$

16 $\angle ADB=\angle DBC=40^\circ$(엇각)

이때 $\triangle ABD$는 $\overline{AB}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABD=\angle ADB=40^\circ$

$\therefore \angle B=40^\circ+40^\circ=80^\circ$

따라서 $\square ABCD$가 등변사다리꼴이므로

$\angle C=\angle B=80^\circ$

17 $\angle A+\angle B=180^\circ$이고 $\angle A:\angle B=5:4$이므로

$\angle A=\frac{5}{9}\times 180^\circ=100^\circ=\angle C$

$\angle B=\frac{4}{9}\times 180^\circ=80^\circ=\angle D$

$\therefore \angle C-\angle D=100^\circ-80^\circ=20^\circ$

18 $\angle ADE=\angle CDE$이고 $\angle ADE=\angle CED$(엇각)이므로

$\angle CDE=\angle CED$

즉, $\triangle CDE$는 $\overline{CE}=\overline{CD}=6\text{ cm}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{EC}=4+6=10(\text{cm})$

$\therefore \overline{AD}=\overline{BC}=10\text{ cm}$

19 $\overline{AE}=\overline{AD}=10\text{ cm}$이므로 $\triangle AED$는 이등변삼각형이고

$\angle AED=\angle ADE$

이때 $\angle BFE=\angle ADE$(동위각)이므로

$\angle BEF=\angle BFE$

따라서 $\triangle BEF$는 $\overline{BF}=\overline{BE}=4\text{ cm}$인 이등변삼각형이고

$\overline{BC}=\overline{AD}=10\text{ cm}$이므로

$\overline{CF}=\overline{BC}-\overline{BF}=10-4=6(\text{cm})$

20 점 F는 $\overline{AC}$의 중점이고 $\overline{AE}:\overline{EC}=1:3$이므로

$\overline{AE}=\overline{EF}$

$\triangle ABF=\triangle BCF=\triangle AFD=20\text{ cm}^2$이므로

$\triangle BFE=\triangle DEF=\frac{1}{2}\triangle ABF=\frac{1}{2}\times 20=10(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle BDE=\triangle BFE+\triangle DEF=10+10=20(\text{cm}^2)$

21 $\angle D=\angle B=80^\circ$이므로

$\angle ADP=\frac{1}{2}\angle D=\frac{1}{2}\times 80=40^\circ$

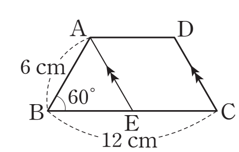
$\therefore \angle PAD=180^\circ-(90^\circ+40^\circ)=50^\circ$

따라서 $\angle BAD=180^\circ-80^\circ=100^\circ$이므로

$\angle BAP=\angle BAD-\angle PAD$

$=100^\circ-50^\circ=50^\circ$

22 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{DC}$에 평행한 직선과 $\overline{BC}$가 만나는 점을 E라고 하면



$\angle C=\angle B$이고

$\angle AEB=\angle C$(동위각)이므로

$\angle AEB=\angle B=60^\circ$

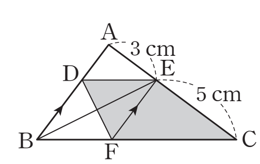
즉, $\triangle ABE$는 정삼각형이므로 $\overline{BE}=6\text{ cm}$

따라서 $\overline{AD}=\overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=12-6=6(\text{cm})$,

$\overline{CD}=\overline{AE}=\overline{AB}=6\text{ cm}$이므로

$\overline{AD}+\overline{CD}=6+6=12(\text{cm})$

23 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면



$\square DFCE=\triangle EDF+\triangle EFC$

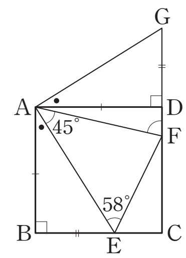
$=\triangle EBF+\triangle EFC$

$=\triangle EBC$

이때 $\overline{AE}:\overline{EC}=3:5$이므로

$\triangle EBC=\frac{5}{8}\triangle ABC=\frac{5}{8}\times 16=10(\text{cm}^2)$

24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$의 길이와 같게 $\overline{CD}$의 연장선을 긋고 점 A와 연결한 선을 그어 만난 점을 G라고 하자.



$\triangle ABE$와 $\triangle ADG$에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle B=\angle D=90°$,

$\overline{BE}=\overline{DG}$이므로

$\triangle ABE \equiv \triangle ADG$(SAS 합동)

즉, $\angle BAE=\angle DAG$이고,

$\angle FAD=45°-\angle BAE$이므로

$\angle FAG=\angle FAD+\angle DAG$

$=45°-\angle BAE+\angle DAG=45°$

$\triangle AEF$와 $\triangle AGF$에서

$\angle FAE=\angle FAG$, $\overline{AE}=\overline{AG}$, $\overline{AF}$는 공통이므로

$\triangle AEF \equiv \triangle AGF$(SAS 합동)

따라서 $\angle FAG=45°$, $\angle AGF=58°$이므로 $\triangle AFG$에서

$\angle AFD+45°+58°=180°$ $\quad\therefore \angle AFD=77°$

25 $\triangle APD$와 $\triangle CQD$에서

$\angle A=\angle C=90°$, $\overline{AD}=\overline{CD}$, $\overline{PD}=\overline{QD}$이므로

$\triangle APD \equiv \triangle CQD$(RHS 합동)

즉, $\angle CDQ=\angle ADP=26°$,

$\therefore \angle CQD=90°-26°=64°$

이때 $\triangle DPQ$는 $\overline{DP}=\overline{DQ}$인 이등변삼각형이고

$\angle PDQ=90°$이므로 $\angle DQP=45°$

$\therefore \angle BQP=64°-45°=19°$

26 □ABCD가 평행사변형이므로

$\angle BAD=180°-70°=110°$ …… ❶

$\therefore \angle BAE=\frac{1}{2}\angle BAD=\frac{1}{2}\times 110°=55°$ …… ❷

따라서 $\triangle ABE$에서

$\angle AEC=55°+70°=125°$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\angle BAD$의 크기 구하기	2점
❷ $\angle BAE$의 크기 구하기	1점
❸ $\angle AEC$의 크기 구하기	2점

27 □ABCD는 평행사변형이므로

$\overline{BO}=\overline{DO}$, $\overline{AO}=\overline{CO}$ …… ❶

이때 $\overline{AE}=\overline{CF}$이므로

$\overline{EO}=\overline{AO}-\overline{AE}=\overline{CO}-\overline{CF}=\overline{FO}$ …… ❷

따라서 □BFDE의 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다. …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{BO}=\overline{DO}$임을 알기	2점
❷ $\overline{EO}=\overline{FO}$임을 알기	1점
❸ 평행사변형임을 설명하기	2점

28 $\triangle ABC$에서 $\overline{AO}:\overline{OC}=1:2$이므로

$\triangle ABO:\triangle OBC=1:2$

이때 $\triangle OBC$의 넓이가 40 cm^2이므로

$\triangle ABO=\frac{1}{2}\triangle OBC=\frac{1}{2}\times 40=20(\text{cm}^2)$ …… ❶

$\therefore \triangle OCD=\triangle DBC-\triangle OBC$

$=\triangle ABC-\triangle OBC$

$=\triangle ABO=20\text{ cm}^2$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ $\triangle ABO$의 넓이 구하기	3점
❷ $\triangle OCD$의 넓이 구하기	2점

29 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE}$가 $\angle A$의 이등분선이므로

$\angle EAD=\angle BAE=70°$

$\therefore \angle BCD=\angle BAD=140°$ …… ❶

평행사변형 CEFD에서

$\angle DCE=180°-36°=144°$ …… ❷

$\therefore \angle BCE=360°-(140°+144°)=76°$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\angle BCD$의 크기 구하기	2점
❷ $\angle DCE$의 크기 구하기	2점
❸ $\angle BCE$의 크기 구하기	1점

30 정사각형 ABCD의 넓이는 $10\times 10=100$이고

$\triangle AOD=\triangle AOB=\frac{1}{4}$□ABCD

$=\frac{1}{4}\times 100=25$

이때 $\overline{AF}:\overline{FD}=6:4=3:2$이므로

$\triangle AOF=\frac{3}{5}\triangle AOD=\frac{3}{5}\times 25=15$

또한 $\overline{AE}:\overline{EB}=4:6=2:3$이므로

$\triangle AOE=\frac{2}{5}\triangle AOB=\frac{2}{5}\times 25=10$

$\therefore$ □AEOF$=\triangle AOF+\triangle AOE$

$=15+10=25$ …… ❶

이때 $\triangle AEF=\frac{1}{2}\times 6\times 4=12$이므로 …… ❷

$\triangle EOF=$□AEOF$-\triangle AEF$

$=25-12=13$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ □AEOF의 넓이 구하기	3점
❷ $\triangle AEF$의 넓이 구하기	1점
❸ $\triangle EOF$의 넓이 구하기	1점

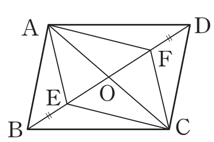
중단원 테스트 [2회] 37~40쪽

01 ①, ④ **02** ② **03** ② **04** ④ **05** ③, ④
06 36° **07** ④ **08** ① **09** ④ **10** 20 cm
11 4 **12** 직사각형 **13** 16 cm^2
14 25° **15** 10 cm^2 **16** ③ **17** 49
18 40° **19** 90° **20** ④ **21** 14 cm**22** 20 cm^2
23 ⑤ **24** ③ **25** 10.5 cm^2
26 마름모, 네 변의 길이가 모두 같다.
27 50° **28** 40° **29** 3 : 2 **30** 9 cm

01 평행사변형의 두 대각선이 직교하거나 이웃하는 두 변의 길이가 같으면 마름모이다.

02 $\triangle PAB+\triangle PCD=\frac{1}{2}\square ABCD$
$=\frac{1}{2}\times 70=35(\text{cm}^2)$
이때 $\triangle PAB=15\ \text{cm}^2$이므로
$15+\triangle PCD=35$ $\quad\therefore \triangle PCD=20\ \text{cm}^2$

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$가 만나는 점을 O라고 하면



$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$
이때 $\overline{BE}=\overline{DF}$이므로
$\overline{EO}=\overline{BO}-\overline{BE}=\overline{DO}-\overline{DF}=\overline{FO}$
따라서 $\square AECF$의 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다.

04 (i) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것은 평행사변형, 직사각형, 정사각형, 마름모이므로 4개 $\quad\therefore m=4$
(ii) 두 대각선이 서로 수직인 것은 마름모, 정사각형이므로 2개 $\quad\therefore n=2$
(i), (ii)에서 $m+n=4+2=6$

05 ③ 마름모에서 $\angle DAB=\angle ABC$이면 네 각이 모두 90°이므로 정사각형이 된다.
④ 마름모에서 $\overline{AO}=\overline{BO}$이면 두 대각선의 길이가 같으므로 정사각형이 된다.

06 $\angle A+\angle B=180^\circ$이고 $\angle A:\angle B=3:2$이므로
$\angle A=\frac{3}{5}\times 180^\circ=108^\circ=\angle C$
$\angle B=\frac{2}{5}\times 180^\circ=72^\circ=\angle D$
$\therefore \angle C-\angle D=108^\circ-72^\circ=36^\circ$

07 $\triangle BCD=\triangle ABD=2\triangle AOB=2\times 20=40(\text{cm}^2)$
$\therefore \square BFED=4\triangle BCD=4\times 40=160(\text{cm}^2)$

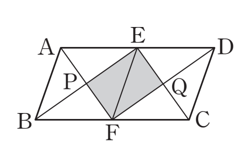
08 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ABC=\angle ACB$
이때 $\angle ACB=\angle PQB$(동위각)이므로
$\angle ABC=\angle PQB$
따라서 $\angle PBQ=\angle PQB$이므로
$\triangle PBQ$는 $\overline{PB}=\overline{PQ}$인 이등변삼각형이다.
같은 방법으로 하면 $\triangle ABC$에서 $\angle ABC=\angle ACB$
이때 $\angle RQC=\angle ABC$(동위각)이므로
$\angle RQC=\angle ACB$
따라서 $\angle RQC=\angle RCQ$이므로
$\triangle RQC$는 $\overline{RQ}=\overline{RC}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore$ ($\square APQR$의 둘레의 길이)$=\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RA}$
$=\overline{AP}+\overline{PB}+\overline{CR}+\overline{RA}$
$=\overline{AB}+\overline{AC}$
$=10+10=20(\text{cm})$

09 $\angle D=\angle B=70^\circ$이므로
$\angle HDC=\frac{1}{2}\angle D=\frac{1}{2}\times 70^\circ=35^\circ$
이때 $\angle C=180^\circ-70^\circ=110^\circ$이므로
$\square DHEC$에서
$35^\circ+90^\circ+\angle x+110^\circ=360^\circ$ $\quad\therefore \angle x=125^\circ$

10 $\angle C=\angle A=60^\circ$
$\angle D=\angle B=180^\circ-60^\circ=120^\circ$
이때 $\overline{DE}$, $\overline{BF}$가 각각 $\angle D$, $\angle B$의 이등분선이므로
$\angle ADE=\angle FDE=\angle CBF=EBF=60^\circ$
또, $\overline{DE}/\!/\overline{BF}$이므로 $\angle AED=\angle EBF=60^\circ$(동위각)
$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 $\angle BFC=\angle EBF=60^\circ$(엇각)
즉, $\triangle AED$와 $\triangle FBC$는 정삼각형이므로
$\overline{FC}=\overline{BC}=10$ cm
$\therefore \overline{DF}=\overline{DC}-\overline{FC}=20-10=10(\text{cm})$
따라서 $\square DEBF$는 두 쌍의 대변이 평행하고 이웃한 두 변의 길이가 같으므로 한 변의 길이가 10 cm인 마름모이고
$\overline{DE}+\overline{EB}=10+10=20(\text{cm})$

11 $\overline{AD}/\!/\overline{BE}$, $\overline{AD}=\overline{BC}=\overline{CE}$이므로 $\square ACED$는 평행사변형이다. 또, $\overline{AB}/\!/\overline{DF}$, $\overline{AB}=\overline{DC}=\overline{CF}$이므로 $\square ABFC$도 평행사변형이다. 한편, $\overline{BC}=\overline{CE}$, $\overline{DC}=\overline{CF}$이므로 $\square BFED$도 평행사변형이다.
따라서 평행사변형은 $\square ABCD$, $\square ACED$, $\square ABFC$, $\square BFED$의 4개이다.

12 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이고 $\frac{1}{2}\overline{AD}=\overline{AE}=\overline{ED}=\overline{BF}=\overline{FC}$이므로
$\square AFCE$와 $\square EBFD$는 모두 평행사변형이다.
$\therefore \overline{PF}/\!/\overline{EQ}$, $\overline{EP}/\!/\overline{QF}$
이때 오른쪽 그림과 같이 $\overline{EF}$를 그으면 $\square ABFE$는 마름모이므로
$\angle EPF=90^\circ$



따라서 □EPFQ는 한 내각의 크기가 90°인 평행사변형이므로 직사각형이다.

13 □ABCD$=\triangle$ABC$+\triangle$ACD

$=\triangle$ABC$+\triangle$ACE

$=\triangle$ABE

$=\frac{1}{2}\times(5+3)\times4=16(\text{cm}^2)$

14 $\triangle$ABE에서 $\angle$BAE$+90^\circ=115^\circ$ $\therefore$ $\angle$BAE$=25^\circ$

$\triangle$ABE와 $\triangle$BCF에서

$\overline{\text{AB}}=\overline{\text{BC}}$, $\angle$ABE$=\angle$BCF$=90^\circ$, $\overline{\text{BE}}=\overline{\text{CF}}$이므로

$\triangle$ABE$\equiv\triangle$BCF(SAS 합동)

$\therefore$ $\angle$CBF$=\angle$BAE$=25^\circ$

15 $\triangle$ADC$=\triangle$AEC$=\triangle$ABC$-\triangle$ABE

$=30-20=10(\text{cm}^2)$

16 $\triangle$ABE와 $\triangle$ADF에서

$\angle$BAE$=90^\circ-\angle$ABE$=90^\circ-\angle$ADF$=\angle$DAF

$\overline{\text{AE}}=\overline{\text{AF}}$, $\angle$AEB$=\angle$AFD이므로

$\triangle$ABE$\equiv\triangle$ADF(ASA 합동)

$\therefore$ $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{AD}}$

즉, □ABCD는 마름모이므로

$\therefore$ $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{BC}}$, $\overline{\text{AC}}\perp\overline{\text{BD}}$

따라서 $\triangle$ABD는 $\overline{\text{AB}}=\overline{\text{AD}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle$ABD$=\angle$ADB

17 $\triangle$GCF와 $\triangle$GAE에서

$\overline{\text{GC}}=\overline{\text{GA}}$, $\overline{\text{GF}}=\overline{\text{GE}}$, $\angle$FGC$=\angle$EGA(맞꼭지각)이므로

$\triangle$GCF$\equiv\triangle$GAE(SAS 합동)

따라서 $\overline{\text{AE}}=\overline{\text{FC}}=5$이므로

정사각형 ABCD의 한 변의 길이는

$\overline{\text{AB}}=\overline{\text{AE}}+\overline{\text{EB}}=5+2=7$

따라서 정사각형 ABCD의 넓이는

$7\times7=49$

18 $\angle$OAF$=\angle$DAF$=\angle a$라고 하면

$\triangle$OAD는 $\overline{\text{OA}}=\overline{\text{OD}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle$ADF$=2\angle a$

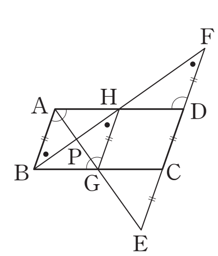
$\triangle$AFD에서 $\angle a+2\angle a+120^\circ=180^\circ$이므로

$3\angle a=60^\circ$ $\therefore$ $\angle a=20^\circ$

따라서 $\angle$AOE$=\angle$OAD(엇각)이므로

$\angle$AOE$=2\angle a=40^\circ$

19 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{HG}}$를 그으면



$\triangle$ABH와 $\triangle$DFH에서

$\angle$HDF$=\angle$HAB(엇각),

$\angle$ABH$=\angle$DFH(엇각),

$\overline{\text{AB}}=\overline{\text{DC}}=\overline{\text{FD}}$이므로

$\triangle$ABH$\equiv\triangle$DFH(ASA 합동)

$\therefore$ $\overline{\text{AH}}=\overline{\text{DH}}$

이때 $2\overline{\text{AB}}=\overline{\text{AD}}$이므로

$\overline{\text{AB}}=\overline{\text{AH}}$

따라서 □ABGH는 마름모이므로

$\angle$FPE$=90^\circ$

20 $\triangle$ABM은 $\overline{\text{AM}}=\overline{\text{AB}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle$ABM$=\angle$AMB

이때 $\angle$MBC$=\angle$AMB(엇각)이므로

$\angle$AMB$=\angle a$라고 하면

$\angle$ABM$=\angle$MBC$=\angle a$

같은 방법으로 $\angle$DMC$=\angle b$라고 하면

$\angle$DCM$=\angle$MCB$=\angle b$이므로

$2\angle a+2\angle b=180^\circ$ $\therefore$ $\angle a+\angle b=90^\circ$

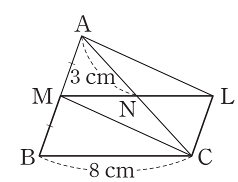
즉, $\triangle$BMC에서

$\angle$BMC$+\angle a+\angle b=180^\circ$ $\therefore$ $\angle$BMC$=90^\circ$

21 □MBCL은 평행사변형이므로 $\overline{\text{ML}}=\overline{\text{BC}}=8$ cm

$\overline{\text{AM}}=\overline{\text{MB}}=\overline{\text{LC}}$이므로

오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{MC}}$를 그으면



□AMCL은 평행사변형이다.

점 N은 두 대각선의 중점이므로

$\overline{\text{AC}}=2\overline{\text{AN}}=2\times3=6(\text{cm})$

$\therefore$ $\overline{\text{ML}}+\overline{\text{AC}}=8+6=14(\text{cm})$

22 $\overline{\text{BC}}=a$, $\overline{\text{AD}}=b$, 사다리꼴 ABCD의 높이를 $2h$라고 하면

$\triangle$ADE$=\frac{bh}{2}$, $\triangle$EBC$=\frac{ah}{2}$

$\triangle$ADE$+\triangle$EBC$=\frac{(a+b)h}{2}$ …… ㉠

□ABCD$=\frac{(a+b)\times2h}{2}=(a+b)h$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $\triangle$ADE$+\triangle$EBC$=\frac{1}{2}$□ABCD

$\therefore$ $\triangle$ABE$=\frac{1}{2}$□ABCD$=\frac{1}{2}\times40=20(\text{cm}^2)$

23 $\triangle$AED와 $\triangle$CED에서

$\overline{\text{AD}}=\overline{\text{CD}}$, $\angle$ADE$=\angle$CDE, $\overline{\text{DE}}$는 공통이므로

$\triangle$AED$\equiv\triangle$CED(SAS 합동)

이때 $\angle$DAE$=\angle$CFE$=28^\circ$(엇각)이므로

$\angle$DCE$=\angle$DAE$=28^\circ$

$\therefore$ $\angle$BCE$=90^\circ-28^\circ=62^\circ$

24 $\angle$ABD$=\angle$CDB(엇각)이고, □EBFD가 마름모이므로

$\angle$EBF$=\angle$EDF

또, $\overline{\text{BD}}$는 $\angle$EBF의 이등분선이므로

$\angle$EBD$=\angle$DBF

즉, $\angle$ABC$=\angle$ABE$+\angle$EBD$+\angle$DBF

$=3\angle$DBF$=90^\circ$

$\therefore$ $\angle$DBF$=30^\circ$

따라서 $\angle BDF=\angle DBF=30°$이므로
$\triangle BFD$에서
$\angle DFC=30°+30°=60°$

25 $\triangle ABP : \triangle APD=\overline{BP} : \overline{PD}=2 : 1$이고
$\triangle ABP=14\ cm^2$이므로
$14 : \triangle APD=2 : 1$
$2\triangle APD=14 \quad \therefore \triangle APD=7\ cm^2$
$\therefore \triangle ABD=\triangle ABP+\triangle APD=14+7=21(cm^2)$
이때 $\triangle ABQ=\triangle ABD$이므로
$\triangle ABP+\triangle BPQ=\triangle ABP+\triangle APD$
$\therefore \triangle BPQ=\triangle APD=7\ cm^2$
또한, $\triangle BPQ : \triangle PDQ=\overline{BP} : \overline{PD}=2 : 1$이고
$\angle BPQ=7\ cm^2$이므로
$7 : \triangle PDQ=2 : 1$
$2\triangle PDQ=7 \quad \therefore \triangle PDQ=3.5\ cm^2$
$\therefore \triangle BDQ=\triangle BPQ+\triangle PDQ=7+3.5=10.5(cm^2)$
따라서 $\triangle BCD=\triangle BCQ+\triangle BDQ$이고
$\triangle BCD=\triangle ABD=21\ cm^2$이므로
$21=\triangle BCQ+10.5 \quad \therefore \triangle BCQ=10.5\ cm^2$

26 □ABCD가 평행사변형이므로 $\angle B=\angle D$
$\overline{BD}$가 $\angle B$와 $\angle D$를 이등분하므로 $\angle ABD=\angle ADB$
즉, $\triangle ABD$는 $\overline{AB}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이다. …… ❶
따라서 □ABCD는 네 변의 길이가 같으므로 마름모가 된다. …… ❷

채점 기준	배점
❶ $\triangle ABD$는 이등변삼각형임을 알기	3점
❷ □ABCD가 마름모임을 알고 이유 설명하기	2점

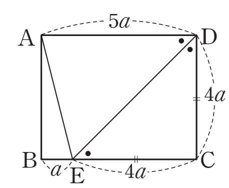
27 □ABCD는 등변사다리꼴이므로 $\angle C=\angle B=75°$
$\triangle ABC$에서 $\angle ACB+85°+75°=180°$
$\therefore \angle ACB=20°$
$\therefore \angle x=\angle C-\angle ACB=75°-20°=55°$ …… ❶
이때 $\angle D+\angle C=180°$이므로
$\angle y+75°=180° \quad \therefore \angle y=105°$ …… ❷
$\therefore \angle y-\angle x=105°-55°=50°$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\angle x$의 크기 구하기	2점
❷ $\angle y$의 크기 구하기	2점
❸ $\angle y-\angle x$의 크기 구하기	1점

28 $\overline{AD}=\overline{PD}$, $\overline{AD}=\overline{DC}$이므로
$\triangle DPC$는 $\overline{DP}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이다.
즉, $\angle DPC=\angle DCP=80°$이므로
$\angle PDC=180°-(80°+80°)=20°$ …… ❶
$\triangle APD$는 정삼각형이므로
$\angle ADC=20°+60°=80°$ …… ❷
$\angle BAD+\angle ADC=180°$이므로
$\angle BAD+80°=180° \quad \therefore \angle BAD=100°$
$\therefore \angle BAP=100°-60°=40°$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\angle PDC$의 크기 구하기	2점
❷ $\angle ADC$의 크기 구하기	2점
❸ $\angle BAP$의 크기 구하기	1점

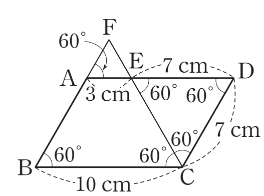
29 $\angle ADE=\angle EDC$이고, $\angle DEC=\angle ADE$(엇각)이므로
$\angle DEC=\angle EDC$
즉, $\triangle DEC$는 $\overline{EC}=\overline{DC}$인 직각이등변삼각형이다. …… ❶
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그어
$\overline{AD}=5a$로 놓으면
$\overline{EC}=\overline{DC}=4a$,
$\overline{BE}=5a-4a=a$
이때 $\triangle ABE$, $\triangle DEC$, $\triangle AED$는
모두 높이가 같으므로



$\triangle ABE : \triangle DEC : \triangle AED=\overline{BE} : \overline{EC} : \overline{AD}$
$=a : 4a : 5a$ …… ❷
$\therefore$ □ABED : $\triangle DEC=(\triangle ABE+\triangle AED) : \triangle DEC$
$=6a : 4a=3 : 2$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\triangle DEC$가 직각이등변삼각형임을 알기	2점
❷ $\triangle ABE$, $\triangle DEC$, $\triangle AED$의 넓이의 비 구하기	2점
❸ □ABED, $\triangle DEC$의 넓이의 비 구하기	1점

30 평행사변형 ABCD에서
$\angle BAD+\angle B=180°$이고,
$\angle BAD=2\angle B$이므로
$2\angle B+\angle B=180°$
$3\angle B=180° \quad \therefore \angle B=60°$



이때 $\angle D=\angle B=60°$, $\angle BAD=\angle BCD=120°$이고
$\overline{CF}$가 $\angle C$의 이등분선이므로 $\angle DCE=\frac{1}{2}\times 120°=60°$
즉, $\triangle CDE$는 정삼각형이다. …… ❶
$\overline{ED}=\overline{CD}=7\ cm$이므로
$\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{ED}=10-7=3(cm)$ …… ❷
또 $\angle FAE=\angle ABC=60°$(동위각),
$\angle FEA=\angle CED=60°$(맞꼭지각),
$\angle AFE=\angle DCF=60°$(엇각)이므로
$\triangle AEF$는 정삼각형이다.
따라서 $\triangle AEF$의 둘레의 길이는
$3\overline{AE}=3\times 3=9(cm)$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\triangle CDE$가 정삼각형임을 알기	2점
❷ $\overline{AE}$의 길이 구하기	1점
❸ $\triangle AEF$의 둘레의 길이 구하기	2점

대단원 테스트 [1회] 41~46쪽

01 ①, ③	**02** ②	**03** ④	**04** ⑤	**05** ⑤
06 ④	**07** ③	**08** ④	**09** ③	**10** 68
11 8	**12** 64	**13** 90°	**14** 6 cm	**15** 110°
16 ③	**17** ⑤	**18** ③	**19** 9 cm^2	**20** 2 cm
21 ②	**22** ③	**23** 75°	**24** 50 cm^2	
25 ④	**26** 18 cm	**27** 12	**28** ⑤	**29** ④
30 ④	**31** ②	**32** ③	**33** 6°	
34 21π cm^2		**35** 58°	**36** ④	**37** 24 cm
38 75°	**39** 40 cm	**40** 72	**41** 40°	**42** 123°
43 ④	**44** ⑤	**45** 96 cm^2		

01 평행사변형의 이웃한 두 변의 길이가 같거나, 두 대각선이 서로 수직이면 마름모이다.

02 ② 점 I는 내심이므로 세 변까지의 거리가 같다.

03 ② $\angle A=\angle C=110^\circ$
$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle B=\angle D=70^\circ$
즉, 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로
□ABCD는 평행사변형이다.
③ $\overline{AB}=\overline{DC}=5$ cm
$\angle A+\angle D=180^\circ$이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$
즉, 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로
□ABCD는 평행사변형이다.
④ $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$일 때에는 $\overline{AD}=\overline{BC}$이어야 □ABCD는 평행사변형이다.
따라서 □ABCD가 평행사변형이 아닌 것은 ④이다.

04 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로 $y=7$
또, $\overline{AD}$는 ∠A를 이등분하므로 $x=4$
$\therefore x+y=4+7=11$

05 점 I는 △ABC의 내심이므로
$\angle BAC=35^\circ+35^\circ=70^\circ$
$\therefore \angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle BAC$
$=90^\circ+\frac{1}{2}\times70^\circ=125^\circ$

06 ④ △ABE≡△ACE(SAS 합동)이므로
$\overline{BE}=\overline{CE}$

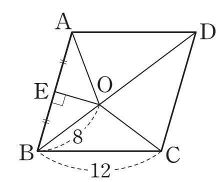
07 $\triangle PAB+\triangle PCD=\triangle PBC+\triangle PDA$
이때 $\triangle PAB+\triangle PCD=25\ cm^2$, $\triangle PBC=16\ cm^2$이므로
$25=16+\triangle PDA$ $\therefore \triangle PDA=9\ cm^2$

08 $\angle BOC=180^\circ-120^\circ=60^\circ$
△OBC에서 $\angle OCB=90^\circ$이므로
$\angle OBC=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)=30^\circ$

09 점 I는 △ABC의 내심이므로
$\angle IBA=\angle IBC=20^\circ$, $\angle ICA=\angle ICB=40^\circ$
따라서 △ABC에서
$\angle A=180^\circ-2\times(20^\circ+40^\circ)=60^\circ$

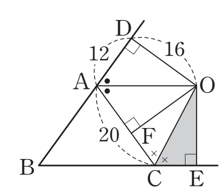
10 ∠BCA=∠CAE(엇각), ∠BAC=∠CAE(접은 각)이므로
∠BAC=∠BCA
즉, △ABC는 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{BC}=\overline{BA}=7$ cm $\therefore x=7$
이때 △ABC에서
$\angle BCA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-58^\circ)=61^\circ$ $\therefore y=61$
$\therefore x+y=7+61=68$

11 오른쪽 그림과 같이 선분 AB의 중점을 E라고 하고, $\overline{OA}$를 그으면



△OAE와 △OBE에서
$\overline{AE}=\overline{BE}$, ∠OEA=∠OEB,
$\overline{OE}$는 공통이므로
△OAE≡△OBE(SAS 합동)
$\therefore \overline{OA}=\overline{OB}=8$
또, △OAB와 △OCB에서
$\overline{AB}=\overline{BC}$, ∠ABO=∠CBO, $\overline{OB}$는 공통이므로
△OAB≡△OCB(SAS 합동)
$\therefore \overline{OC}=\overline{OA}=8$

12 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 F라고 하자.



△OAF와 △OAD에서
$\angle OFA=\angle ODA=90^\circ$,
∠OAF=∠OAD,
$\overline{OA}$는 공통이므로
△OAF≡△OAD(RHA 합동)
$\therefore \overline{AF}=\overline{AD}=12$
또 △OCF와 △OCE에서
$\angle OFC=\angle OEC=90^\circ$, ∠OCF=∠OCE,
$\overline{OC}$는 공통이므로
△OCF≡△OCE(RHA 합동)
$\therefore \overline{CE}=\overline{CF}=\overline{AC}-\overline{AF}=20-12=8$
따라서 $\overline{OE}=\overline{OF}=\overline{OD}=16$이므로
$\triangle OCE=\frac{1}{2}\times8\times16=64$

13 ∠A : ∠B : ∠C=3 : 4 : 5이므로
$\angle A=\frac{3}{12}\times180^\circ=45^\circ$
$\therefore \angle BOC=2\angle A=2\times45^\circ=90^\circ$

14 $\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$

$\angle ABD=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{2}\times 72^\circ=36^\circ$

$\triangle ABD$에서 $\angle BDC=36^\circ+36^\circ=72^\circ$

따라서 $\triangle ABD$는 $\overline{BD}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이고

$\triangle BCD$는 $\overline{BC}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{BC}=6\text{ cm}$

15 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이다.

$\therefore \angle OBA=\angle OAB=23^\circ$

이때 $\angle B=23^\circ+32^\circ=55^\circ$이므로

$\angle AOC=2\angle B=2\times 55^\circ=110^\circ$

16 $\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

내접원의 둘레의 길이가 6π이므로

$2\pi r=6\pi \qquad \therefore r=3$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\triangle ABC-$(내접원의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times 3\times$($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$-\pi\times 3^2$

$=\frac{1}{2}\times 3\times 32-9\pi=48-9\pi(\text{cm}^2)$

17 $\triangle ABD$에서 $\angle x=90^\circ-30^\circ=60^\circ$

$\triangle ABO$는 $\overline{AO}=\overline{BO}$인 이등변삼각형이고

$\angle AOB=\angle y$(맞꼭지각)이므로

$\angle AOB=180^\circ-(60^\circ+60^\circ)=60^\circ \qquad \therefore \angle y=60^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=60^\circ+60^\circ=120^\circ$

18 $\triangle AOE$와 $\triangle COF$에서

$\angle EAO=\angle FCO$, $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\angle AEO=\angle CFO$이므로

$\triangle AOE\equiv\triangle COF$(ASA 합동)

즉, $\overline{EO}=\overline{FO}$이고 □AFCE는 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로 마름모이다.

$\therefore \overline{AF}=\overline{CF}=\overline{CB}-\overline{BF}=\overline{AD}-\overline{BF}$

$=8-2=6(\text{cm})$

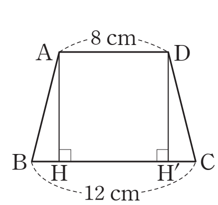
19 $\overline{AP}:\overline{PC}=2:1$이므로

$\triangle APD:\triangle PCD=2:1$

$\therefore \triangle PCD=\frac{1}{3}\times\triangle ACD=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{6}\square ABCD=\frac{1}{6}\times 54=9(\text{cm}^2)$

20 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H′이라고 하면



$\triangle ABH$와 $\triangle DCH'$에서

$\angle H=\angle H'=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{DC}$,

$\angle B=\angle C$이므로

$\triangle ABH\equiv\triangle DCH'$(RHA 합동)

$\therefore \overline{BH}=\overline{CH'}$

따라서 $\overline{HH'}=\overline{AD}=8\text{ cm}$이므로

$\overline{BH}=\frac{1}{2}\times(12-8)=2(\text{cm})$

21 $\angle B+\angle C=180^\circ$, $\angle B=\angle C$이므로

□ABCD는 직사각형이다.

따라서 $\overline{DC}=\overline{AB}=10\text{ cm}$, $\overline{OC}=\overline{OD}=7\text{ cm}$이므로

($\triangle DOC$의 둘레의 길이)$=\overline{OC}+\overline{OD}+\overline{CD}$

$=7+7+10$

$=24(\text{cm})$

22 $\triangle AEO$와 $\triangle CFO$에서

$\angle EAO=\angle FCO$(엇각), $\overline{AO}=\overline{CO}$,

$\angle AOE=\angle COF$(맞꼭지각)이므로

④ $\triangle AEO\equiv\triangle CFO$(ASA 합동)

① $\overline{EO}=\overline{FO}$

② $\overline{AE}=\overline{CF}$

⑤ 같은 방법으로 하면 $\triangle EDO\equiv\triangle FBO$(ASA 합동)

23 $\angle ADB=\angle OBC=35^\circ$(엇각)

$\triangle ABD$는 $\overline{AB}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABD=\angle ADB=35^\circ$

$\therefore \angle B=35^\circ+35^\circ=70^\circ$

이때 □ABCD는 등변사다리꼴이므로

$\angle A=\angle D=180^\circ-70^\circ=110^\circ$

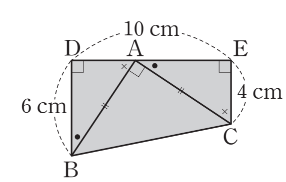
또, $\overline{AD}=\overline{AB}=\overline{DC}$이므로

$\triangle ACD$에서 $\angle DAC=\angle DCA$

즉, $\angle DAC=\angle DCA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-110^\circ)=35^\circ$

$\therefore \angle BAC=110^\circ-35^\circ=75^\circ$

24 $\triangle ABD$와 $\triangle CAE$에서



$\angle ADB=\angle CEA=90^\circ$,

$\angle ABD=90^\circ-\angle DAB$

$=\angle CAE$,

$\overline{AB}=\overline{CA}$이므로

$\triangle ABD\equiv\triangle CAE$(RHA 합동)

따라서 $\overline{AE}=\overline{BD}=6\text{ cm}$,

$\overline{EC}=\overline{DA}=\overline{DE}-\overline{AE}=10-6=4(\text{cm})$이므로

$\square EDBC=\frac{1}{2}\times(6+4)\times 10=50(\text{cm}^2)$

25 $\triangle EFB$와 $\triangle CAB$에서

$\angle FBE=60^\circ-\angle EBA=\angle ABC$,

$\overline{FB}=\overline{AB}$, $\overline{EB}=\overline{CB}$이므로

$\triangle EFB\equiv\triangle CAB$(SAS 합동)

또, $\triangle CDE$와 $\triangle CAB$에서

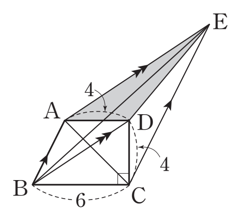
$\angle ECD=60^\circ-\angle ECA=\angle BCA$,

$\overline{EC}=\overline{BC}$, $\overline{DC}=\overline{AC}$이므로

$\triangle CDE \equiv \triangle CAB$(SAS 합동)
즉, $\triangle EFB \equiv \triangle CAB \equiv \triangle CDE$이다.
따라서 $\overline{EF} = \overline{CD} = \overline{DA}$, $\overline{ED} = \overline{BA} = \overline{AF}$이고,
□EFAD는 평행사변형이므로 옳은 것은 ㄱ, ㄹ, ㅁ이다.

26 $\angle A = 180° - 60° = 120°$
$\overline{AE}$가 $\angle A$의 이등분선이므로
$\angle BAE = \angle DAE = 60°$
이때 $\angle BEA = \angle DAE = 60°$(엇각)이므로
$\triangle ABE$는 정삼각형이다.
$\therefore \overline{AE} = \overline{BE}$
같은 방법으로 하면 $\triangle CDF$도 정삼각형이므로
$\overline{CF} = \overline{DF}$
따라서 □AECF의 둘레의 길이는
$\overline{AF} + \overline{FC} + \overline{EC} + \overline{AE} = \overline{AF} + \overline{FD} + \overline{EC} + \overline{BE}$
$= \overline{AD} + \overline{BC} = 2\overline{AD}$
$= 2 \times 9 = 18(\text{cm})$

27 $\triangle EAD = \triangle EAB = \triangle ABC$
$= \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$

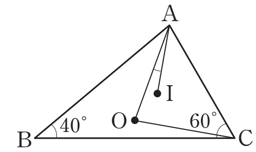


28 $\triangle ACD$는 $\overline{AC} = \overline{CD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle CAD = \angle CDA = \angle x$라고 하면
$\triangle ABC$는 $\overline{AB} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BAC = \angle BCA = \angle x + \angle x = 2\angle x$
$\triangle ABD$에서 $\angle BAD = 2\angle x + \angle x = 90°$ $\quad \therefore \angle x = 30°$
따라서 $\triangle ACD$에서
$\angle ACD = 180° - (30° + 30°) = 120°$

29 $\triangle AOB$는 $\overline{AO} = \overline{AB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle AOB = \angle x$라고 하면
$\angle ABO = \angle AOB = \angle x$
$\triangle ABC$는 $\overline{BA} = \overline{BC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BAC = \angle BCA = \angle x + \angle x = 2\angle x$
$\triangle CBO$는 $\overline{CB} = \overline{CD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle CBD = \angle CDB = 2\angle x + \angle x = 3\angle x$
이때 $\angle CDB = 75°$이므로
$3\angle x = 75°$ $\quad \therefore \angle x = 25°$

30 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\angle A = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2} \times 140° = 70°$
점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$
$= 90° + \frac{1}{2} \times 70° = 125°$

31 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\angle AOC = 2\angle B$
$= 2 \times 40° = 80°$
$\triangle OCA$는 $\overline{OA} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OAC = \frac{1}{2} \times (180° - 80°) = 50°$
$\triangle ABC$에서 $\angle BAC = 180° - (40° + 60°) = 80°$이므로
$\angle IAC = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$
$\therefore \angle OAI = \angle OAC - \angle IAC$
$= 50° - 40° = 10°$

32 $\angle BCD = 180° - 70° = 110°$이므로
$\angle ACB = 110° - 50° = 60°$
$\therefore \angle DAC = \angle ACB = 60°$(엇각)
즉, $\angle CAE = \frac{1}{2}\angle DAC = \frac{1}{2} \times 60° = 30°$,
$\angle DCE = \angle ABC = 70°$(동위각)이므로
$\triangle ACE$에서
$\angle AEC = 180° - (30° + 50° + 70°) = 30°$

33 $\angle DIB = \angle CBI$(엇각)이고 점 I는 내심이므로
$\angle CBI = \angle DBI$
$\therefore \angle DIB = \angle DBI = \angle x$
같은 방법으로 하면 $\angle EIC = \angle ECI = \angle y$
$\triangle DBI$에서 $\angle x + \angle x = 66°$ $\quad \therefore \angle x = 33°$
$\triangle EIC$에서 $\angle y + \angle y = 54°$ $\quad \therefore \angle y = 27°$
$\therefore \angle x - \angle y = 33° - 27° = 6°$

34 $\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (6 + 10 + 8) = 12r$
이때 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24(\text{cm}^2)$이므로
$12r = 24$ $\quad \therefore r = 2$
따라서 내접원의 넓이는 $\pi \times 2^2 = 4\pi$
한편, 직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로
$\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이는
$\frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$
따라서 외접원의 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$= 25\pi - 4\pi = 21\pi(\text{cm}^2)$

35 $\angle B = \angle D = 64°$이므로
$\angle A = 180° - 64° = 116°$,
$\angle ABE = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2} \times 64° = 32°$
이때 $\triangle ABE$에서 $\angle AEB = 90°$이므로
$\angle BAE = 180° - (32° + 90°) = 58°$
$\therefore \angle DAF = \angle A - \angle BAE$
$= 116° - 58° = 58°$

36 $\angle A=\angle x$라고 하면

$\angle DBE=\angle A=\angle x$(접은 각)이므로

$\angle DBC=\angle x+9^{\circ}$

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x+(\angle x+9^{\circ})+(\angle x+9^{\circ})=180^{\circ}$

$3\angle x=162^{\circ}$ $\therefore \angle x=54^{\circ}$

이때 $\triangle ADE$에서 $\angle ADE=\angle BDE=90^{\circ}$이므로

$\angle AED=180^{\circ}-(90^{\circ}+54^{\circ})=36^{\circ}$

37 $\triangle CBD$와 $\triangle CED$에서

$\angle B=\angle E=90^{\circ}$, $\overline{CB}=\overline{CE}$, $\overline{CD}$는 공통이므로

$\triangle CBD\equiv\triangle CED$(RHS 합동)

$\therefore \overline{DE}=\overline{DB}=10\text{ cm}$

$\overline{CF}=x\text{ cm}$라고 하면 $\triangle DCF=30\text{ cm}^2$이므로

$\triangle DCF=\frac{1}{2}\times x\times 10=30(\text{cm}^2)$

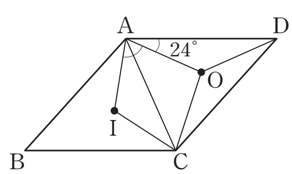
$5x=30$ $\therefore x=6$

이때 $\overline{CF}:\overline{AC}=1:5$이므로

$\overline{AC}=5\overline{CF}=5\times 6=30(\text{cm})$

$\therefore \overline{AF}=\overline{AC}-\overline{CF}=30-6=24(\text{cm})$

38 오른쪽 그림과 같이 $\overline{IC}$, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 그으면



$\overline{OA}=\overline{OD}$이므로

$\angle ODA=\angle OAD=24^{\circ}$

$\triangle ACD$는 $\overline{DA}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로 점 O는 $\angle D$의 이등분선 위에 있다.

$\therefore \angle ADC=2\angle ODA=2\times 24^{\circ}=48^{\circ}$

$\angle AOC=2\angle D=2\times 48^{\circ}=96^{\circ}$이고 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OAC=\frac{1}{2}\times(180^{\circ}-96^{\circ})=42^{\circ}$

$\angle BAD=180^{\circ}-48^{\circ}=132^{\circ}$이므로

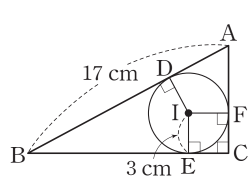
$\angle BAC=\frac{1}{2}\times 132^{\circ}=66^{\circ}$

$\triangle ABC$에서 $\angle BAC=66^{\circ}$이므로

$\angle IAC=\frac{1}{2}\times 66^{\circ}=33^{\circ}$

$\therefore \angle IAO=\angle OAC+\angle IAC=42^{\circ}+33^{\circ}=75^{\circ}$

39 오른쪽 그림과 같이 $\overline{ID}$, $\overline{IF}$를 그으면 $\overline{ID}=\overline{IF}=3\text{ cm}$



$\square IECF$는 정사각형이므로

$\overline{EC}=\overline{FC}=3\text{ cm}$

이때 $\overline{BD}=\overline{BE}=x\text{ cm}$라고 하면

$\overline{AF}=\overline{AD}=(17-x)\text{ cm}$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=17+(x+3)+\{3+(17-x)\}$

$=40(\text{cm})$

40 $\triangle ABM$과 $\triangle DEM$에서

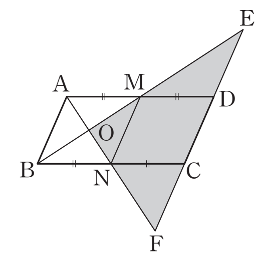
$\angle ABM=\angle DEM$(엇각), $\overline{AM}=\overline{DM}$,

$\angle AMB=\angle DME$(맞꼭지각)이므로

$\triangle ABM\equiv\triangle DEM$(ASA 합동)

같은 방법으로 하면 $\triangle ABN\equiv\triangle FCN$(ASA 합동)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{MN}$을 그으면



$\triangle DEM=\triangle ABM$

$=\frac{1}{2}\square ABNM$

$=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times 64=16$

$\triangle FCN=\triangle ABN=\frac{1}{2}\square ABNM=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times 64=16$

이때 $\square MNCD=\frac{1}{2}\square ABCD=32$이고

$\triangle MON=\frac{1}{4}\square ABNM=\frac{1}{8}\square ABCD$

$=\frac{1}{8}\times 64=8$

따라서 $\triangle EOF$의 넓이는

$\triangle DEM+\triangle FCN+\triangle MON+\square MNCD$

$=16+16+8+32=72$

41 $\angle EBD=\angle DBC$(접은 각),

$\angle BDA=\angle DBC$(엇각)이므로

$\angle EBD=\angle BDA$

$\angle DBC=\angle a$, $\angle FBE=\angle b$라고 하면

$\triangle FBE$에서 $\angle BED=\angle b+100^{\circ}$

즉, $\angle C=\angle BED=\angle b+100^{\circ}$이고

$\angle ABC=\angle ADC=2\angle a+\angle b$이므로

$\angle BDC=\angle ADC-\angle ADB$

$=2\angle a+\angle b-\angle a=\angle a+\angle b$

$\triangle DBC$에서

$\angle a+(\angle a+\angle b)+(\angle b+100^{\circ})=180^{\circ}$이므로

$2(\angle a+\angle b)=80^{\circ}$ $\therefore \angle a+\angle b=40^{\circ}$

$\therefore \angle BDC=\angle a+\angle b=40^{\circ}$

42 점 O가 $\triangle EBC$의 외심이므로

$\angle OBE=\angle OEB=90^{\circ}-(30^{\circ}+24^{\circ})=36^{\circ}$

$\angle EBC=36^{\circ}+30^{\circ}=66^{\circ}$이므로

$\angle ADE=\angle EBC=66^{\circ}$(엇각)

따라서 점 I가 $\triangle AED$의 내심이므로

$\angle AIE=90^{\circ}+\frac{1}{2}\angle ADE$

$=90^{\circ}+\frac{1}{2}\times 66^{\circ}=123^{\circ}$

43 △ABC에서 $\angle C=90^\circ-50^\circ=40^\circ$

△CFE는 $\overline{CE}=\overline{CF}$인 이등변삼각형이므로

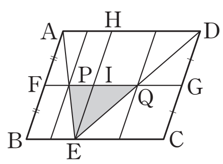
$\angle CFE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

△ADF는 $\overline{AD}=\overline{AF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle AFD=\frac{1}{2}\times(180^\circ-90^\circ)=45^\circ$

$\therefore \angle DFE=180^\circ-(70^\circ+45^\circ)=65^\circ$

44 오른쪽 그림과 같이 점 P, E, Q를 지나면서 $\overline{AB}$에 평행한 세 선분을 각각 그어 점 E를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선이 $\overline{AD}$, $\overline{FG}$와 만나는 점을 각각 H, I라고 하면



$\triangle PEQ=\triangle PEI+\triangle IEQ$

$=\frac{1}{8}\times(\square ABEH+\square HECD)$

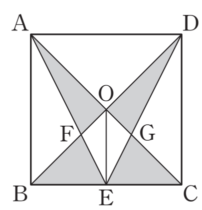
$=\frac{1}{8}\square ABCD$

즉, $8\triangle PEQ=\square ABCD$이므로

$\square ABCD : \triangle PEQ=8:1$

45 $\overline{AC}$와 $\overline{DE}$의 교점을 G라고 하자.

정사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로



$\overline{OB}=\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

$=\frac{1}{2}\times24=12\,(cm)$

$\therefore \triangle BOC=\frac{1}{2}\times12\times12=72(cm^2)$

즉, $\triangle BEO=\frac{1}{2}\times72=36(cm^2)$이고,

$\overline{BF}=\overline{OB}-\overline{OF}=12-4=8(cm)$이므로

$\overline{OF}:\overline{BF}=4:8=1:2$

$\therefore \triangle OFE=\frac{1}{3}\times36=12(cm^2)$

$\therefore \triangle FBE=\triangle BEO-\triangle OFE=36-12=24(cm^2)$

같은 방법으로 하면 $\triangle GEC=24\ cm^2$

이때 $\triangle AED=2\triangle BOC=2\times72=144(cm^2)$이므로

$\triangle AFO+\triangle DOG$

$=\triangle AED-\triangle AOD-\square OFEG$

$=\triangle AED-\triangle AOD-(\triangle OFE+\triangle OEG)$

$=\triangle AED-\triangle BOC-2\triangle OFE$

$=144-72-2\times12$

$=48(cm^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\triangle AFO+\triangle DOG+\triangle FBE+\triangle GEC$

$=48+24+24=96(cm^2)$

대단원 테스트 [2회]

47~52쪽

01 ⑤	**02** ④	**03** ⑤	**04** ⑤	**05** ②
06 ④	**07** ③	**08** ④	**09** 3 cm	**10** 30°
11 3 cm	**12** 14	**13** ⑤	**14** 26 cm	**15** 126°
16 60	**17** ③	**18** 140°	**19** ④	**20** ⑤
21 20 cm^2		**22** ②	**23** 70°	**24** ③
25 78°	**26** 15	**27** 18 cm^2		**28** ②
29 ③	**30** 21°	**31** 115°	**32** 22.5°	**33** ②
34 56°	**35** 30 cm^2		**36** 76°	**37** ②
38 ④	**39** ④	**40** 28 cm^2		**41** ④
42 48°	**43** ③	**44** ④	**45** $\frac{300}{11}$	

01 ⑤ 이웃하는 두 변의 길이가 같고, 두 대각선이 수직으로 만나는 평행사변형은 마름모이다.

02 ④ 등변사다리꼴의 두 대각선이 항상 서로 수직이라고 할 수 없다.

03 $\square ABCD=4\triangle OCD=4\times4=16(cm^2)$

04 점 O는 △ABC의 외심이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=6\ cm$ $\quad\therefore b=6$

△OBC는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCB=\angle OBC=40^\circ$ $\quad\therefore a=40$

$\therefore a+b=40+6=46$

05 평행사변형에서 두 대각선의 길이가 같으면 직사각형이 되고, 직사각형에서 이웃하는 두 변의 길이가 같거나 두 대각선이 수직으로 만나면 정사각형이 된다.

06 점 O는 △ABC의 외심이므로

$\angle A=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times150^\circ=75^\circ$

따라서 $\angle OAB=\angle OBA=15^\circ$이므로

$\angle OAC=\angle A-\angle OAB=75^\circ-15^\circ=60^\circ$

07 점 I는 △ABC의 내심이므로 $\angle A=2\times34^\circ=68^\circ$

$\therefore \angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$

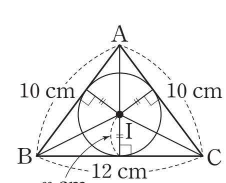
$=90^\circ+\frac{1}{2}\times68^\circ=124^\circ$

08 $\angle ADB=\angle DBC=30^\circ$(엇각), $\angle A+\angle D=180^\circ$이므로

$\angle x+60^\circ+\angle y+30^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=90^\circ$

09 내접원의 반지름의 길이를 x cm라고 하면



△ABC

$=\frac{1}{2}\times x\times(10+12+10)=16x$

이때 $\triangle ABC=48\ cm^2$이므로

$16x=48 \qquad \therefore x=3$

따라서 내접원의 반지름의 길이는 3 cm이다.

10 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle C=70°$

$\triangle BCD$는 $\overline{BC}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BDC=\angle C=70°$

$\triangle BCD$에서 $\angle DBC=180°-2\times 70°=40°$

$\therefore \angle ABD=\angle ABC-\angle DBC=70°-40°=30°$

11 $\overline{BD}=\overline{BE}=x$ cm라고 하면

$\overline{AF}=\overline{AD}=(9-x)$ cm, $\overline{CF}=\overline{CE}=(7-x)$ cm

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{FC}$에서 $10=(9-x)+(7-x)$

$16-2x=10 \qquad \therefore x=3$

따라서 $\overline{BD}$의 길이는 3 cm이다.

12 $2x-3=9-x$이므로 $3x=12$

$\therefore x=4$

$y=2\times(9-x)=2\times(9-4)=10$

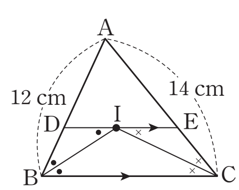
$\therefore x+y=4+10=14$

13 $\angle A : \angle D=3 : 2$, $\angle A+\angle D=180°$이므로

$\angle A=\frac{3}{5}\times 180°=108°$

$\therefore \angle C=\angle A=108°$

14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{IB}$, $\overline{IC}$를 그으면



$\angle CBI=\angle DIB$(엇각)이고

점 I는 내심이므로

$\angle DBI=\angle CBI$

$\therefore \angle DBI=\angle DIB$

즉, $\triangle DBI$는 $\overline{DB}=\overline{DI}$인 이등변삼각형이다.

같은 방법으로 하면 $\triangle EIC$는 $\overline{EI}=\overline{EC}$인 이등변삼각형이다.

따라서 $\triangle ADE$의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{AE}&=\overline{AD}+(\overline{DI}+\overline{EI})+\overline{AE}\\&=\overline{AD}+\overline{DB}+\overline{EC}+\overline{AE}\\&=\overline{AB}+\overline{AC}\\&=12+14=26(\text{cm})\end{aligned}$$

15 $\angle A=180°-72°=108°$이므로

$\angle BAE=\angle DAE=\frac{1}{2}\times 108°=54°$

$\therefore \angle AEB=\angle DAE=54°$(엇각)

$\therefore \angle AEC=180°-54°=126°$

16 $\angle ABD=\angle CDB=38°$(엇각)이므로

$\triangle ABO$에서 $\angle AOB=180°-(52°+38°)=90°$

즉, 평행사변형의 두 대각선이 서로 수직이므로

$\square ABCD$는 마름모이다.

따라서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$x=52$, $y=8$

$\therefore x+y=52+8=60$

17 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\frac{1}{2}\times(180°-36°)=72° \qquad \therefore x=72$

$\triangle BCD$에서 $\angle BCD=\frac{1}{2}\angle C=\frac{1}{2}\times 72°=36°$

$\therefore \angle BDC=180°-(72°+36°)=72°$

즉, $\triangle BCD$는 $\overline{BC}=\overline{DC}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{BC}=\overline{DC}=9$ cm $\qquad \therefore y=9$

$\therefore x+y=72+9=81$

18 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\angle ABO=35°$

$\triangle ABO$에서 $\angle AOB=180°-(35°+35°)=110°$

$\therefore \angle C=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 110°=55°$

이때 $\triangle ABC$가 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle C=55°$

즉, $\angle B=35°+\angle OBC \qquad \therefore \angle OBC=20°$

따라서 $\triangle OBC$는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$$\begin{aligned}\angle BOC&=180°-(\angle OBC+\angle OCB)\\&=180°-(20°+20°)\\&=140°\end{aligned}$$

19 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\frac{1}{2}\angle A+\angle IBA+\angle ICA=\frac{1}{2}\angle A+34°+26°=90°$

$\frac{1}{2}\angle A=30° \qquad \therefore \angle A=60°$

20 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$\triangle IBC=\frac{1}{2}\times 8\times r=4r(\text{cm}^2)$

$$\begin{aligned}\triangle ABC&=\frac{1}{2}\times r\times(7+8+6)\\&=\frac{21}{2}r(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

$\therefore \triangle IBC : \triangle ABC=4r : \frac{21}{2}r=8 : 21$

21 $\triangle OAE$와 $\triangle OCF$에서

$\angle OAE=\angle OCF$(엇각), $\angle AOE=\angle COF$(맞꼭지각),

$\overline{AO}=\overline{CO}$이므로

$\triangle OAE\equiv\triangle OCF$(ASA 합동)

따라서 $\square ABCD=80\ cm^2$이므로

$$\begin{aligned}(\text{색칠한 부분의 넓이})&=\triangle OCD=\frac{1}{4}\square ABCD\\&=\frac{1}{4}\times 80=20(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

22 $\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서

$\angle DBE=\angle DBA-\angle EBA=\angle EBC-\angle EBA$

$=\angle ABC$

$\overline{DB}=\overline{AB}$, $\overline{EB}=\overline{CB}$이므로

$\triangle ABC\equiv\triangle DBE$(SAS 합동)

$\therefore\ \overline{DE}=\overline{AC}=\overline{AF}$

같은 방법으로 하면 $\triangle ABC\equiv\triangle FEC$(SAS 합동)이므로

$\overline{EF}=\overline{BA}=\overline{DA}$

따라서 □EDAF는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

23 $\triangle BAE$와 $\triangle DAE$에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle BAE=\angle DAE=45^\circ$, $\overline{AE}$는 공통이므로

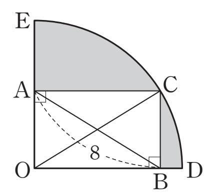
$\triangle BAE\equiv\triangle DAE$(SAS 합동)

이때 $\triangle ABE$에서 $\angle ABE=90^\circ-25^\circ=65^\circ$이므로

$\angle AEB=180^\circ-(45^\circ+65^\circ)=70^\circ$

$\therefore\ \angle AED=\angle AEB=70^\circ$

24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\overline{OC}=\overline{AB}=8$

$\therefore\ \overline{OE}=\overline{OD}=\overline{OC}=8$

□AOBC는 직사각형이므로

$\overline{AC}=\overline{OB}$, $\overline{AO}=\overline{CB}$

즉, $\overline{EA}+\overline{AC}+\overline{CB}+\overline{BD}$

$=\overline{EA}+\overline{OB}+\overline{AO}+\overline{BD}$

$=\overline{EO}+\overline{OD}$

이때 호 DE의 길이는 $16\pi\times\frac{90}{360}=4\pi$이므로

색칠한 부분의 둘레의 길이는

$4\pi+8\times2=4\pi+16$

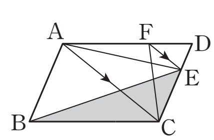
25 $\angle CDE=\angle AED=52^\circ$(엇각)이고

$\angle ADE:\angle CDE=1:2$이므로

$\angle ADE=\frac{1}{2}\angle CDE=26^\circ$

$\therefore\ \angle x=\angle D=\angle CDE+\angle ADE=52^\circ+26^\circ=78^\circ$

26 오른쪽 그림과 같이 $\overline{FC}$를 그으면



$\overline{AF}:\overline{FD}=2:1$이므로

$\triangle AFC=\frac{2}{3}\triangle ADC$

$\therefore\ \triangle BEC=\triangle AEC=\triangle ACF$

$=\frac{2}{3}\triangle ACD=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$□ABCD

$=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times45=15$

27 $\triangle ADE$와 $\triangle ACE$에서

$\overline{AD}=\overline{AC}$, $\angle C=\angle D=90^\circ$, $\overline{AE}$는 공통이므로

$\triangle ADE\equiv\triangle ACE$(RHS 합동)

$\therefore\ \overline{ED}=\overline{EC}=6$ cm

이때 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 직각이등변삼각형이므로

$\angle B=45^\circ$

$\triangle DBE$에서 $\angle B+\angle DEB=90^\circ$이므로

$\angle DEB=45^\circ$

따라서 $\triangle DBE$는 $\overline{DB}=\overline{DE}$인 직각이등변삼각형이므로

$\triangle DBE=\frac{1}{2}\times6\times6=18(\text{cm}^2)$

28 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-44^\circ)=68^\circ$

$\therefore\ \angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times68^\circ=34^\circ$

이때 $\angle DCE=\frac{1}{2}\angle ACE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-68^\circ)=56^\circ$

따라서 $\triangle DBC$에서

$34^\circ+\angle BDC=56^\circ\qquad\therefore\ \angle BDC=22^\circ$

29 $\overline{DA}=\overline{DE}$이므로 $\triangle DAE$는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle DAE=\angle DEA$

이때 $\angle DAE=\angle CFE$(동위각)이므로

$\triangle CFE$는 $\overline{CF}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BC}=\overline{AD}=18$ cm, $\overline{CF}=\overline{CE}=3$ cm이므로

$\overline{BF}=\overline{BC}-\overline{CF}=18-3=15(\text{cm})$

30 점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle BOC=2\angle A=2\times32^\circ=64^\circ$

$\angle OBC$는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OBC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-64^\circ)=58^\circ$

이때 $\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-32^\circ)=74^\circ$이고

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IBC=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times74^\circ=37^\circ$

$\therefore\ \angle OBI=\angle OBC-\angle IBC=58^\circ-37^\circ=21^\circ$

31 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

$\therefore\ \angle DCB=65^\circ-20^\circ=45^\circ$

$\triangle BFC$에서 $\angle CFB=180^\circ-(45^\circ+20^\circ)=115^\circ$

$\therefore\ \angle DFE=\angle CFB=115^\circ$

32 $\angle XOY=\angle x$라고 하면

$\triangle AOB$는 $\overline{AO}=\overline{AB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABO=\angle AOB=\angle x$

$\therefore\ \angle BAC=\angle x+\angle x=2\angle x$

$\triangle BAC$는 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle BCA=\angle BAC=2\angle x$

$\therefore\ \angle CBD=\angle x+2\angle x=3\angle x$

$\triangle DBC$는 $\overline{BC}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle CDB=\angle CBD=3\angle x$

$\therefore \angle DCX=\angle x+3\angle x=4\angle x$

이때 $4\angle x=90^\circ$이므로 $\angle x=22.5^\circ$

따라서 $\angle XOY=22.5^\circ$이다.

33 $\angle DBC=\angle x$라고 하면

$\angle ADB=\angle DBC=\angle x$(엇각)

$\triangle ABD$는 $\overline{AD}=\overline{AB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABD=\angle ADB=\angle x$

등변사다리꼴의 성질에 의해 $\angle B=\angle C=84^\circ$이므로

$\angle B=\angle ABD+\angle DBC=2\angle x=84^\circ$

$\therefore \angle x=42^\circ$

따라서 $\angle DBC=42^\circ$이다.

34 $\angle EAF=\angle D'AE-\angle D'AF$

$=90^\circ-22^\circ=68^\circ$

$\angle FEC=\angle AEF$(접은 각), $\angle AFE=\angle FEC$(엇각)이므로

$\angle AFE=\angle AEF$

$\therefore \angle AEF=\frac{1}{2}\times(180^\circ-68^\circ)=56^\circ$

35 $\triangle AOD : \triangle ABO=\overline{OD} : \overline{OB}=2 : 3$이므로

$\triangle ABO=\frac{3}{5}\triangle ABD=\frac{3}{5}\times 20=12(cm^2)$

또, $\triangle CDO : \triangle BCO=\overline{OD} : \overline{OB}=2 : 3$이고

$\triangle CDO=\triangle ABO=12\ cm^2$이므로

$12 : \triangle BCO=2 : 3$

$2\triangle BCO=36$ $\quad\therefore \triangle BCO=18\ cm^2$

$\therefore \triangle ABC=\triangle ABO+\triangle BCO$

$=12+18=30(cm^2)$

36 $\triangle ABD$와 $\triangle ACE$에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle B=\angle C$, $\overline{BD}=\overline{CE}$이므로

$\triangle ABD\equiv\triangle ACE$(SAS 합동)

따라서 $\triangle ADE$는 $\overline{AD}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ADE=\frac{1}{2}\times(180^\circ-28^\circ)=76^\circ$

37 $\angle ABC=\angle x$라고 하면

$\triangle BDE$는 $\overline{BD}=\overline{DE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DEB=\angle DBE=\angle x$

$\therefore \angle EDA=\angle x+\angle x=2\angle x$

$\triangle EDA$는 $\overline{EA}=\overline{ED}$인 이등변삼각형이므로

$\angle EAD=\angle EDA=2\angle x$

$\therefore \angle AEC=\angle x+2\angle x=3\angle x$

$\triangle AEC$는 $\overline{AE}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACE=\angle AEC=3\angle x$

이때 $\angle ACB=\angle ABC+40^\circ$이므로

$3\angle x=\angle x+40^\circ$

$2\angle x=40^\circ$ $\quad\therefore \angle x=20^\circ$

따라서 $\angle ABC=20^\circ$이다.

38 $\angle OCB=180^\circ-(90^\circ+70^\circ)=20^\circ$

점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\angle OBC=\angle OCB=20^\circ$

$\therefore \angle ICB=\frac{1}{2}\times 20^\circ=10^\circ$

따라서 $\triangle PBC$에서

$\angle BPC=180^\circ-(20^\circ+10^\circ)=150^\circ$

39 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle BAI=\angle a$, $\angle ABI=\angle b$라고 하면

$\triangle ABC$에서 $2\angle a+2\angle b+60^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b=60^\circ$

$\triangle ADC$에서 $\angle ADB=\angle a+60^\circ=\angle x$

$\triangle BCE$에서 $\angle AEB=\angle b+60^\circ=\angle y$

$\therefore \angle x+\angle y=\angle a+60^\circ+\angle b+60^\circ$

$=(\angle a+\angle b)+120^\circ$

$=60^\circ+120^\circ=180^\circ$

40 $\triangle PDA=k$라고 하면

$\triangle PCD=2k$, $\triangle PAB=3k$

이때 $\triangle PDA+\triangle PBC=\triangle PAB+\triangle PCD$이므로

$k+\triangle PBC=3k+2k$ $\quad\therefore \triangle PBC=4k$

$\therefore \triangle PBC=\frac{4}{10}\square ABCD$

$=\frac{4}{10}\times 70=28(cm^2)$

41 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle C$

$\triangle DFC$에서 $\angle D=90^\circ-\angle C$

$\triangle EBF$에서 $\angle BEF=90^\circ-\angle B=90^\circ-\angle C=\angle D$

즉, $\angle DEA=\angle BEF=\angle D$이므로 $\triangle ADE$는

$\overline{AD}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이다.

이때 $\overline{AD}=\overline{AE}=x$라고 하면

$\overline{AB}=(x+10)$ cm, $\overline{AC}=(24-x)$ cm이므로

$x+10=24-x$, $2x=14$ $\quad\therefore x=7$

따라서 $\overline{AD}=7$ cm이다.

42 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이고 $\triangle ABO$와 $\triangle AOC$는 모두 이등변삼각형이다.

즉, $\triangle AOC$에서 $\angle OAC=\angle OCA=58^\circ$이므로

$\angle AOB=58^\circ+58^\circ=116^\circ$

$\triangle ABO$에서

$\angle OBA=\angle OAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-116^\circ)=32^\circ$

$\angle ABD=\frac{1}{2}\angle OBA=\frac{1}{2}\times 32^\circ=16^\circ$

따라서 $\triangle ABD$에서

$\angle BDO=32^\circ+16^\circ=48^\circ$

43 $\square\mathrm{ABCD}$의 넓이를 x라고 하면 $\triangle\mathrm{ACD}=\frac{1}{2}x$

$\overline{\mathrm{AD}}/\!/\overline{\mathrm{CE}}$이므로

$\triangle\mathrm{ACD}=\triangle\mathrm{AED}=\frac{1}{2}x$

$\overline{\mathrm{DF}}=2\overline{\mathrm{FC}}$이므로

$\overline{\mathrm{DF}}=\frac{2}{3}\overline{\mathrm{DC}}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{AFD}=\frac{2}{3}\triangle\mathrm{ACD}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}x=\frac{1}{3}x$

$\therefore\ \triangle\mathrm{DFE}=\triangle\mathrm{AED}-\triangle\mathrm{AFD}$

$=\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}x=\frac{1}{6}x$

즉, $\triangle\mathrm{DFE}$의 넓이는 $\square\mathrm{ABCD}$의 넓이의 $\frac{1}{6}$배이다.

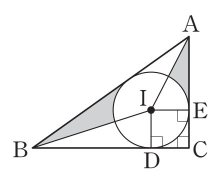
44 $\triangle\mathrm{ABC}$의 둘레의 길이가 24이고 넓이가 36이므로

$\triangle\mathrm{ABC}$의 내접원의 반지름의 길이를 r라고 하면

$\frac{1}{2}\times24\times r=36$

$12r=36\qquad\therefore\ r=3$

오른쪽 그림과 같이 점 I에서 $\overline{\mathrm{BC}}$와 $\overline{\mathrm{AC}}$에 내린 수선의 발을 각각 D, E라고 하면 정사각형 IDCE의 넓이는 $3\times3=9$



색칠한 부분의 넓이는 $\triangle\mathrm{ABC}$의 넓이에서 $\square\mathrm{IDCE}$의 넓이와 중심각의 크기가 270°인 부채꼴의 넓이를 뺀 것의 $\frac{1}{2}$이다.

중심각의 크기가 270°인 부채꼴의 넓이는

$\pi\times3^2\times\frac{270}{360}=\frac{27}{4}\pi$

따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times\left(36-9-\frac{27}{4}\pi\right)=\frac{27}{2}-\frac{27}{8}\pi$

45 $\overline{\mathrm{AE}}:\overline{\mathrm{ED}}=2:3$이므로

$\overline{\mathrm{AE}}=\frac{2}{5}\times30=12$, $\overline{\mathrm{ED}}=30-12=18$

$\square\mathrm{ABCD}=30\times60=1800$,

$\triangle\mathrm{ABE}=\frac{1}{2}\times12\times60=360$이므로

$\square\mathrm{EBCD}=1800-360=1440$

이때 $\square\mathrm{FBCG}=2\square\mathrm{EFGD}$이므로

$\square\mathrm{EFGD}=\frac{1}{3}\square\mathrm{EBCD}=\frac{1}{3}\times1440=480$,

$\square\mathrm{FBCG}=\frac{2}{3}\square\mathrm{EBCD}=\frac{2}{3}\times1440=960$

$\overline{\mathrm{EF}}:\overline{\mathrm{FB}}=1:2$이므로

$\triangle\mathrm{EFG}=S$, $\triangle\mathrm{GFB}=2S$, $\overline{\mathrm{DG}}=x$라고 하면

$\square\mathrm{EFGD}=S+\frac{1}{2}\times18\times x=S+9x=480$

$\therefore\ S=480-9x$ $\cdots\cdots$ ㉠

$\square\mathrm{FBCG}=2S+\frac{1}{2}\times30\times(60-x)$

$=2S+900-15x=960$

$\therefore\ 2S-15x=60$ $\cdots\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$2(480-9x)-15x=60$

$960-33x=60$, $33x=900\qquad\therefore\ x=\frac{300}{11}$

Ⅱ. 도형의 닮음

1. 도형의 닮음

01. 닮은 도형

소단원 테스트 [1회] 55쪽

01 $\angle C=90°$, $\angle D=60°$ **02** 면 $A'B'E'D'$
03 $4:3$ **04** ⑤ **05** ① **06** ⑤ **07** ④
08 7290 cm^3

01 $\angle C=\angle F=90°$
$\angle D=\angle A=180°-(90°+30°)=60°$

02 면 ABED에 대응하는 면은 면 $A'B'E'D'$이다.

03 $\triangle ABC \backsim \triangle EFD$이므로
닮음비는 $\overline{AB}:\overline{EF}=12:9=4:3$

04 ① 닮은 두 도형의 대응각의 크기는 같다.
② 닮음비는 $\overline{BC}:\overline{B'C'}=3:7$
③ 닮은 두 도형의 대응변의 길이의 비는 일정하다.
④ 닮음비는 $\overline{BC}:\overline{B'C'}=3:7$이므로
$\overline{AB}:6=3:7$, $7\overline{AB}=18$ $\quad\therefore \overline{AB}=\frac{18}{7}\text{ cm}$
⑤ 닮음비는 $\overline{BC}:\overline{B'C'}=3:7$이므로
$\overline{AD}:\overline{A'D'}=3:7$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

05 닮음비는 $\overline{BC}:\overline{EF}=4:6=2:3$이므로
$\overline{AB}:\overline{DE}=6:x=2:3$, $2x=18$ $\quad\therefore x=9$
또한 $\overline{AC}:\overline{DF}=y:12=2:3$, $3y=24$ $\quad\therefore y=8$

06 면의 개수가 같은 두 정다면체는 항상 닮은 도형이다.

07 닮음비는 $2:3$이므로
옆넓이의 비는 $2^2:3^2=4:9$이다.
이때 B의 옆넓이를 $S\text{ cm}^2$라고 하면 A의 옆넓이가 $40\pi\text{ cm}^2$이므로
$4:9=40\pi:S$, $4S=360\pi$
$\therefore S=90\pi\text{ cm}^2$
따라서 B의 옆넓이는 $90\pi\text{ cm}^2$이다.

08 겉넓이의 비가 $9:81=1:9=1^2:3^2$이므로
닮음비는 $1:3$이고 부피의 비는 $1^3:3^3=1:27$이다.
큰 직육면체의 부피를 $V\text{ cm}^3$라고 하면 작은 직육면체의 부피가 270 cm^3이므로
$1:27=270:V$ $\quad\therefore V=7290\text{ cm}^3$
따라서 큰 직육면체의 부피는 7290 cm^3이다.

소단원 테스트 [2회] 56쪽

01 $\angle A=35°$, $\overline{DE}=5\text{ cm}$ **02** $5:3$ **03** ③
04 ③ **05** $1:1$ **06** ④ **07** ④ **08** 4배

01 $\angle A=\angle D=35°$
닮음비는 $\overline{AC}:\overline{DF}=12:6=2:1$이므로
$10:\overline{DE}=2:1$
$2\overline{DE}=10$ $\quad\therefore \overline{DE}=5\text{ cm}$

02 $\square ABCD \backsim \square EFGH$이므로
닮음비는 $\overline{BC}:\overline{FG}=15:9=5:3$

03 $\triangle ABC$에서 $\angle B=180°-(90°+20°)=70°$
$\angle B=\angle E$이므로
$\angle B+\angle E=70°+70°=140°$

04 작은 원뿔과 큰 원뿔의 닮음비는 $4:6=2:3$
작은 원뿔의 반지름의 길이를 $r\text{ cm}$라고 하면
큰 원뿔의 반지름의 길이가 3 cm이므로
$2:3=r:3$
$3r=6$ $\quad\therefore r=2$
따라서 작은 원뿔의 반지름의 길이는 2 cm이므로
밑면의 둘레의 길이는
$2\pi\times2=4\pi(\text{cm})$

05 합동인 도형은 닮음비가 $1:1$이다.

06 ④ 닮음비는 $\overline{AC}:\overline{DF}=12:8=3:2$이고,
$\overline{BC}$에 대응하는 변은 $\overline{EF}$이다.

07 가장 작은 원뿔, 중간 원뿔, 가장 큰 원뿔의 닮음비는
$1:2:3$이므로
부피의 비는 $1^3:2^3:3^3=1:8:27$이다.
따라서 V_1, V_2, V_3의 부피의 비는
$1:(8-1):(27-8)=1:7:19$
이때 V_2의 부피가 21 cm^3이므로
$21:(V_3\text{의 부피})=7:19$, $7\times(V_3\text{의 부피})=399$
$\therefore (V_3\text{의 부피})=57\text{ cm}^3$

08 큰 쇠공과 작은 쇠공의 닮음비는 $4:1$이므로
겉넓이의 비는 $4^2:1^2=16:1$,
부피의 비는 $4^3:1^3=64:1$이다.
즉, 큰 쇠공을 1개 녹이면 작은 쇠공 64개를 만들 수 있다.
따라서 큰 쇠공의 겉넓이와 작은 쇠공의 겉넓이의 합의 비는
$(16\times1):(1\times64)=16:64=1:4$
이므로 작은 쇠공의 겉넓이의 합은 큰 쇠공의 겉넓이의 4배이다.

02. 삼각형의 닮음 조건

소단원 테스트 [1회] 57쪽

01 ① **02** $\frac{18}{5}$ cm **03** 3 cm **04** 9 cm
05 ① **06** 15 cm **07** ① **08** ⑤

01 ① $\angle A=80^\circ$이면 $\angle C=180^\circ-(40^\circ+80^\circ)=60^\circ$
즉, $\angle B=\angle F=40^\circ$, $\angle C=\angle E=60^\circ$이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DFE$(AA 닮음)

02 $\triangle ABC$와 $\triangle ACD$에서
$\angle BAC=\angle CAD$, $\angle BCA=\angle CDA=90^\circ$이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle ACD$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{AB} : \overline{AC}=10 : 6=5 : 3$이므로
$\overline{AC} : \overline{AD}=6 : \overline{AD}=5 : 3$
$5\overline{AD}=18$ $\therefore \overline{AD}=\frac{18}{5}$ cm

03 $\triangle ABC$와 $\triangle DEC$에서
$\angle C$는 공통, $\angle BAC=\angle EDC=90^\circ$이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DEC$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{BC} : \overline{EC}=(6+4) : 5=2 : 1$이므로
$\overline{AC} : \overline{DC}=\overline{AC} : 4=2 : 1$ $\therefore \overline{AC}=8$ cm
$\therefore \overline{AE}=\overline{AC}-\overline{EC}=8-5=3$(cm)

04 $\triangle ABC$와 $\triangle HBA$에서
$\angle B$는 공통, $\angle BAC=\angle BHA=90^\circ$이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle HBA$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{AB} : \overline{HB}=6 : 3=2 : 1$이므로
$\overline{BC} : \overline{BA}=(3+\overline{HC}) : 6=2 : 1$
$3+\overline{HC}=12$ $\therefore \overline{HC}=9$ cm

05 $\triangle ABC$와 $\triangle DBA$에서
$\angle B$는 공통, $\angle BAC=\angle BDA=90^\circ$이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{BC} : \overline{BA}=10 : 6=5 : 3$이므로
$\overline{AB} : \overline{DB}=6 : \overline{DB}=5 : 3$
$5\overline{BD}=18$ $\therefore \overline{BD}=\frac{18}{5}$ cm

06 $\triangle ABC$와 $\triangle EDC$에서
$\angle ACB=\angle ECD$(맞꼭지각)
$\angle BAC=\angle DEC$(엇각)이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle EDC$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{BC} : \overline{DC}=2 : (8-2)=1 : 3$이므로
$\overline{AC} : \overline{CE}=5 : \overline{CE}=1 : 3$ $\therefore \overline{CE}=15$ cm

07 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서
$\angle ABC=\angle ABE+\angle FBC$
$=\angle ABE+\angle EAB=\angle DEF$
같은 방법으로 하면 $\angle BCA=\angle EFD$이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DEF$(AA 닮음)
$\therefore \overline{DE} : \overline{EF}=\overline{AB} : \overline{BC}=5 : 7$

08 $\triangle ABC$와 $\triangle ACD$에서
$\angle A$는 공통, $\angle ABC=\angle ACD$이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle ACD$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{AB} : \overline{AC}=10 : 8=5 : 4$이므로
$\overline{AC} : \overline{AD}=8 : \overline{AD}=5 : 4$
$5\overline{AD}=32$ $\therefore \overline{AD}=\frac{32}{5}$ cm

소단원 테스트 [2회] 58쪽

01 ④ **02** ④ **03** ④ **04** $\frac{9}{2}$ cm
05 $\frac{15}{2}$ cm **06** $\frac{15}{4}$ cm **07** ①
08 $\frac{15}{8}$ cm

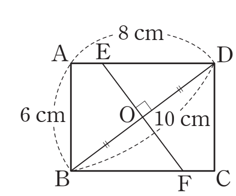
01 $\overline{BC}^2=\overline{CH}\times\overline{CA}$이므로
$\overline{BC}^2=4\times(4+5)=36$ $\therefore \overline{BC}=6$ cm

02 $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$이므로
$20^2=16\times(16+\overline{CH})$
$400=256+16\overline{CH}$, $16\overline{CH}=144$
$\therefore \overline{CH}=9$ cm

03 $\triangle ADC$와 $\triangle BEC$에서
$\angle C$는 공통, $\angle ADC=\angle BEC=90^\circ$이므로
$\triangle ADC \backsim \triangle BEC$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{AC} : \overline{BC}=25 : 20=5 : 4$이므로
$\overline{AD} : \overline{BE}=\overline{AD} : 18=5 : 4$
$4\overline{AD}=90$ $\therefore \overline{AD}=\frac{45}{2}$ cm

04 $\triangle DAE$와 $\triangle CBA$에서
$\angle DAE=\angle CBA$(엇각), $\angle DEA=\angle CAB$(엇각)이므로
$\triangle DAE \backsim \triangle CBA$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{DA} : \overline{CB}=6 : 12=1 : 2$이므로
$\overline{AE} : \overline{BA}=\overline{AE} : 9=1 : 2$
$2\overline{AE}=9$ $\therefore \overline{AE}=\frac{9}{2}$ cm
$\therefore \overline{BE}=\overline{BA}-\overline{AE}=9-\frac{9}{2}=\frac{9}{2}$(cm)

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{EF}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라고 하면 $\triangle ABD$와 $\triangle OED$에서 $\angle BDA$는 공통, $\angle BAD=\angle EOD=90^\circ$이므로



$\triangle ABD \backsim \triangle OED$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{AD} : \overline{OD} = 8 : \frac{10}{2} = 8 : 5$이므로
$\overline{AB} : \overline{OE} = 6 : \overline{OE} = 8 : 5$
$8\overline{OE} = 30 \quad \therefore \overline{OE} = \frac{15}{4}$ cm
이때 $\triangle OED$와 $\triangle OFB$에서
$\angle EOD = \angle FOB = 90^\circ$, $\overline{OD} = \overline{OB}$,
$\angle EDO = \angle FBO$(엇각)이므로
$\triangle OED \equiv \triangle OFB$(ASA 합동)
$\therefore \overline{EF} = 2 \times \overline{OE} = 2 \times \frac{15}{4} = \frac{15}{2}$(cm)

06 $\angle PBD = \angle DBC$(접은 각), $\angle PDB = \angle DBC$(엇각)이므로
$\angle PBD = \angle PDB$
즉, $\triangle PBD$는 $\overline{PB} = \overline{PD}$인 이등변삼각형이므로
$\overline{BQ} = \frac{1}{2} \times \overline{BD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$(cm)
이때 $\triangle BPQ$와 $\triangle BDC$에서
$\angle PBD = \angle DBC$, $\angle PQB = \angle DCB = 90^\circ$이므로
$\triangle BPQ \backsim \triangle BDC$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{BQ} : \overline{BC} = 5 : 8$이므로
$\overline{PQ} : \overline{DC} = \overline{PQ} : 6 = 5 : 8$
$8\overline{PQ} = 30 \quad \therefore \overline{PQ} = \frac{15}{4}$ cm

07 $\triangle GEF$와 $\triangle DEB$에서
$\angle EFG = \angle EBD = 90^\circ$, $\angle E$는 공통이므로
$\triangle GEF \backsim \triangle DEB$(AA 닮음)
이때 $\triangle DEB$는 $\overline{EB} = \overline{DB}$인 이등변삼각형이므로
$\triangle GEF$도 $\overline{EF} = \overline{GF}$인 이등변삼각형이다.
$\overline{EF} = \overline{GF} = x$ cm라고 하면 $\overline{BF} = (8-x)$cm
같은 방법으로 하면 $\triangle BGF \backsim \triangle BCA$(AA 닮음)이므로
$\overline{BF} : \overline{BA} = \overline{GF} : \overline{CA}$
즉, $(8-x) : (8+2) = x : 6$이므로
$10x = 6(8-x)$, $16x = 48 \quad \therefore x = 3$
따라서 $\overline{GF}$의 길이는 3 cm이다.

08 $\triangle AED$와 $\triangle CDB$에서
$\angle ADE = 180^\circ - (60^\circ + \angle CDB)$
$= 180^\circ - (\angle DCB + \angle CDB) = \angle CBD$
$\angle A = \angle C = 60^\circ$이므로
$\triangle AED \backsim \triangle CDB$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{AD} : \overline{CB} = 3 : 8$이므로
$\overline{AE} : \overline{CD} = \overline{AE} : 5 = 3 : 8$
$8\overline{AE} = 15 \quad \therefore \overline{AE} = \frac{15}{8}$ cm

중단원 테스트 [1회]
59~60쪽

01 ①	**02** 9 cm	**03** ③	**04** ②	**05** ⑤
06 $\frac{9}{2}$ cm		**07** $\frac{16}{5}$ cm		**08** ⑤
09 ⑤	**10** ③	**11** ④	**12** ④	**13** ③
14 4 cm		**15** $\frac{25}{2}$ cm		**16** 24

01 ② $\triangle ABC$와 $\triangle AEF$에서
$\angle A$는 공통, $\angle ABC = \angle AEF = 90^\circ$이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle AEF$(AA 닮음)
③ $\triangle AEF$와 $\triangle DBF$에서
$\angle AEF = \angle DBF = 90^\circ$,
$\angle AFE = \angle DFB$(맞꼭지각)이므로
$\triangle AEF \backsim \triangle DBF$(AA 닮음)
④ $\triangle DEC$와 $\triangle DBF$에서
$\angle D$는 공통, $\angle DEC = \angle DBF = 90^\circ$이므로
$\triangle DEC \backsim \triangle DBF$(AA 닮음)
⑤ $\triangle ABC$와 $\triangle DEC$에서
$\angle C$는 공통, $\angle ABC = \angle DEC = 90^\circ$이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DEC$(AA 닮음)

02 $\triangle ABC$와 $\triangle FED$에서
$\angle C = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ = \angle D$,
$\angle A = \angle F$이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle FED$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{AC} : \overline{FD} = 8 : 6 = 4 : 3$이므로
$\overline{AB} : \overline{FE} = 12 : \overline{FE} = 4 : 3$
$4\overline{EF} = 36 \quad \therefore \overline{EF} = 9$ cm

03 두 원과 변의 개수가 같은 두 정다각형은 항상 닮은 도형이다.

04 $\triangle ABC \backsim \triangle CBD$이므로
닮음비는 $\overline{AB} : \overline{CB} = (5+4) : 6 = 3 : 2$

05 $\triangle ABC$와 $\triangle EFD$에서
$\angle A = 180^\circ - (60^\circ + 50^\circ) = 70^\circ = \angle E$,
$\angle C = \angle D$이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle EFD$(AA 닮음)
따라서 닮음비는 $c : d = a : e = b : f$

06 $\triangle ABC$와 $\triangle EDC$에서
$\angle ACB = \angle ECD$(맞꼭지각),
$\angle BAC = \angle DEC$(엇각)이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle EDC$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{BC} : \overline{DC} = (7-3) : 3 = 4 : 3$이므로
$\overline{AC} : \overline{EC} = 6 : \overline{EC} = 4 : 3$
$4\overline{CE} = 18 \quad \therefore \overline{CE} = \frac{9}{2}$ cm

07 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=5$ cm, $\overline{DM}=3$ cm

$\triangle ADM$에서 $\overline{DM}^2=\overline{MH}\times\overline{AM}$이므로

$3^2=(5-\overline{AH})\times 5$

$5\overline{AH}=16 \quad \therefore \overline{AH}=\frac{16}{5}$ cm

08 $\angle DEF=\angle A=60^\circ$ (접은 각)이고

$\triangle DBE$와 $\triangle ECF$에서

$\angle BDE=180^\circ-(\angle B+\angle DEB)$

$=180^\circ-(\angle DEF+\angle DEB)$

$=\angle CEF$

$\angle B=\angle C$이므로

$\triangle DBE \backsim \triangle ECF$(AA 닮음)

닮음비는 $\overline{EB}:\overline{FC}=4:6=2:3$이므로

$\overline{BD}:\overline{CE}=\overline{BD}:16=2:3$

$3\overline{BD}=32 \quad \therefore \overline{BD}=\frac{32}{3}$ cm

09 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로

$4^2=\overline{BD}\times 2 \quad \therefore \overline{BD}=8$ cm

10 $\triangle ADE$와 $\triangle ACB$에서

$\angle A$는 공통, $\angle ADE=\angle ACB$이므로

$\triangle ADE \backsim \triangle ACB$(AA 닮음)

닮음비는 $\overline{AE}:\overline{AB}=3:(4+2)=1:2$이므로

$\overline{AD}:\overline{AC}=4:(3+\overline{CE})=1:2$

$3+\overline{CE}=8 \quad \therefore \overline{CE}=5$ cm

11 지름의 길이의 비가 $9:3$이므로

닮음비는 $3:1$이고 부피의 비는 $3^3:1^3=27:1$이다.

따라서 지름이 3 cm인 쇠구슬을 27개까지 만들 수 있다.

12 겉넓이의 비가 $9:16=3^2:4^2$이므로

닮음비는 $3:4$이다.

작은 구의 반지름의 길이를 r cm, 큰 구의 반지름의 길이를 R cm라고 하면 작은 구의 부피가 36π cm^{3}이므로

$\frac{4}{3}\pi r^3=36\pi,\ r^3=27 \quad \therefore r=3$

$r:R=3:R=3:4$이므로

$3R=12 \quad \therefore R=4$

따라서 큰 구의 반지름의 길이는 4 cm이다.

13 $\triangle ABC$와 $\triangle ADB$에서

$\angle A$는 공통, $\angle ACB=\angle ABD$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle ADB$(AA 닮음)이고,

닮음비는 $\overline{AB}:\overline{AD}=6:2=3:1$이므로

넓이의 비는 $3^2:1^2=9:1$이다.

이때 $\triangle ADB=5$ cm^{2}이므로

$\triangle ABC:5=9:1 \quad \therefore \triangle ABC=45$ cm^2

$\therefore \triangle BDC=45-5=40$(cm^2)

14 물이 채워진 부분의 높이는

$15\times\frac{2}{3}=10$(cm) …… ❶

원뿔 모양의 그릇과 물이 채워진 원뿔 모양은 닮음이고

닮음비는 $15:10=3:2$ …… ❷

수면의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

$6:r=3:2,\ 3r=12 \quad \therefore r=4$

따라서 수면의 반지름의 길이는 4 cm이다. …… ❸

채점 기준	배점
❶ 물의 높이 구하기	3점
❷ 닮음비 구하기	2점
❸ 수면의 반지름의 길이 구하기	2점

15 $\triangle ABE$와 $\triangle DAE$에서

$\angle ABE=90^\circ-\angle BAE=\angle DAE$

$\angle AEB=\angle DEA=90^\circ$이므로

$\triangle ABE \backsim \triangle DAE$(AA 닮음) …… ❶

닮음비는 $\overline{AE}:\overline{DE}=6:8=3:4$이므로

$\overline{BE}:\overline{AE}=\overline{BE}:6=3:4$

$4\overline{BE}=18 \quad \therefore \overline{BE}=\frac{9}{2}$ cm …… ❷

$\therefore \overline{BD}=\overline{BE}+\overline{DE}=\frac{9}{2}+8=\frac{25}{2}$(cm) …… ❸

채점 기준	배점
❶ 서로 닮은 두 삼각형 찾기	2점
❷ $\overline{BE}$의 길이 구하기	3점
❸ $\overline{BD}$의 길이 구하기	2점

16 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로

$12^2=x\times 16$

$16x=144 \quad \therefore x=9$ …… ❶

$\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이므로

$y^2=9\times(9+16)=225 \quad \therefore y=15$ …… ❷

$\therefore x+y=9+15=24$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ x의 값 구하기	3점
❷ y의 값 구하기	3점
❸ $x+y$의 값 구하기	2점

중단원 테스트 [2회]

61~62쪽

01 ②	**02** ⑤	**03** ②	**04** ②, ④	**05** 3 : 1
06 5 cm	**07** ①	**08** $\frac{25}{4}$ cm		**09** ④
10 15 cm		**11** $\frac{27}{2}\pi$ cm²		**12** $\frac{1}{8}$배
13 ③	**14** 17	**15** $\frac{35}{4}$ cm		**16** $\frac{16}{3}$ cm

01 ② $\overline{AD} : \overline{A'D'} = \overline{BC} : \overline{B'C'}$이므로
$c : 12 = b : 8$

02 ⑤ 닮은 도형에서 대응하는 각의 크기는 서로 같으므로
$\angle C : \angle F = 1 : 1$

03 $\overline{AB}^2 = \overline{AH} \times \overline{AC}$이므로
$4^2 = \overline{AH} \times 6$ $\quad \therefore \overline{AH} = \frac{8}{3}$ cm

04 변의 개수가 같은 두 정다각형, 두 구는 항상 닮은 도형이다.

05 큰 원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면 큰 원의 둘레의 길이가 6π cm이므로
$2\pi \times r = 6\pi$ $\quad \therefore r = 3$
따라서 큰 원의 반지름의 길이는 3 cm이므로 큰 원과 작은 원의 닮음비는 3 : 1이다.

06 △ABD와 △ACB에서
∠A는 공통, ∠ABD=∠ACB이므로
△ABD∽△ACB(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{AD} : \overline{AB} = 4 : 6 = 2 : 3$이므로
$\overline{AB} : \overline{AC} = 6 : (4 + \overline{CD}) = 2 : 3$
$2(4 + \overline{CD}) = 18$, $2\overline{CD} = 10$ $\quad \therefore \overline{CD} = 5$ cm

07 △ABP와 △DPQ에서
$\angle APB = 90^\circ - \angle DPQ = \angle DQP$,
$\angle A = \angle D = 90^\circ$이므로
△ABP∽△DPQ(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{AB} : \overline{DP} = 9 : 3 = 3 : 1$이므로
$\overline{BP} : \overline{PQ} = \overline{BP} : (9-4) = 3 : 1$
$\therefore \overline{BP} = 15$ cm

08 △APO와 △CAB에서
$\angle AOP = \angle CBA = 90^\circ$, ∠PAO=∠ACB(엇각)
∴ △APO∽△CAB(AA 닮음)
이때 $\overline{AO} = \overline{CO} = 5$ cm, $\overline{AC} = 2\overline{CO} = 10$ cm이고
닮음비는 $\overline{AO} : \overline{CB} = 5 : 8$이므로
$\overline{AP} : \overline{CA} = \overline{AP} : 10 = 5 : 8$
$8\overline{AP} = 50$ $\quad \therefore \overline{AP} = \frac{25}{4}$ cm

09 ④ 두 원과 두 정사각형은 항상 닮은 도형이지만 두 이등변 삼각형은 항상 닮은 도형이 아니다.

10 △PDA와 △PBM에서
∠APD=∠MPB(맞꼭지각),
∠PAD=∠PMB(엇각)이므로
△PDA∽△PBM(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{AD} : \overline{MB} = 2 : 1$이므로
$\overline{PA} : \overline{PM} = \overline{PA} : 5 = 2 : 1$ $\quad \therefore \overline{PA} = 10$ cm
$\therefore \overline{AM} = \overline{PA} + \overline{PM} = 10 + 5 = 15$(cm)

11 세 원의 반지름의 길이의 비가 1 : 2 : 4이므로
넓이의 비는 $1^2 : 2^2 : 4^2 = 1 : 4 : 16$이다.
크기가 가장 큰 원의 넓이가 72π cm²일 때, 크기가 가장 작은 원과 크기가 중간인 원의 넓이를 각각 S_1, S_2라고 하면
$1 : 16 = S_1 : 72\pi$
$16S_1 = 72\pi$ $\quad \therefore S_1 = \frac{9}{2}\pi$ cm²
$4 : 16 = S_2 : 72\pi$
$16S_2 = 288\pi$ $\quad \therefore S_2 = 18\pi$ cm²
따라서 색칠한 부분의 넓이는
$S_2 - S_1 = 18\pi - \frac{9}{2}\pi = \frac{27}{2}\pi$(cm²)

12 원뿔 모양의 그릇과 물이 채워진 원뿔 모양은 닮음이고
닮음비는 30 : 15 = 2 : 1이므로
부피의 비는 $2^3 : 1^3 = 8 : 1$이다.
따라서 물의 부피는 그릇 전체의 부피의 $\frac{1}{8}$배이다.

13 음료수 캔 (가)와 (나)의 닮음비는 2 : 3이므로
부피의 비는 $2^3 : 3^3 = 8 : 27$
이때 $\frac{27}{8} = 3.375$이므로 캔 (가)에 가득 담은 물을 캔 (나)에 부어 가득 채우기 위해서는 적어도 물을 4번 부어야 한다.

14 △ABC와 △EDC에서
∠C는 공통, ∠ABC=∠EDC이므로
△ABC∽△EDC(AA 닮음) ······ ❶
닮음비는 $\overline{AC} : \overline{EC} = (5+9) : 7 = 14 : 7 = 2 : 1$이므로
$\overline{AB} : \overline{ED} = 12 : x = 2 : 1$
$2x = 12$ $\quad \therefore x = 6$ ······ ❷
또한 $\overline{BC} : \overline{DC} = (y+7) : 9 = 2 : 1$
$y + 7 = 18$ $\quad \therefore y = 11$ ······ ❸
$\therefore x + y = 6 + 11 = 17$ ······ ❹

채점 기준	배점
❶ 서로 닮음인 삼각형 찾기	2점
❷ x의 값 구하기	2점
❸ y의 값 구하기	2점
❹ $x+y$의 값 구하기	1점

15 $\overline{AD}=\overline{DE}=7$ cm이므로
$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{DB}=7+8=15(\text{cm})$
$\triangle DBE$와 $\triangle ECF$에서
$\angle EDB=180^\circ-(60^\circ+\angle BED)$
$\qquad=\angle FEC$
$\angle B=\angle C=60^\circ$이므로
$\triangle DBE \backsim \triangle ECF$(AA 닮음) …… ❶
$\overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=15-5=10(\text{cm})$이고
닮음비는 $\overline{DB}:\overline{EC}=8:10=4:5$이므로
$\overline{DE}:\overline{EF}=7:\overline{EF}=4:5$
$4\overline{EF}=35 \qquad \therefore \overline{EF}=\frac{35}{4}$ cm …… ❷
$\therefore \overline{AF}=\overline{EF}=\frac{35}{4}$ cm …… ❸

채점 기준	배점
❶ 닮음인 삼각형 찾기	3점
❷ $\overline{EF}$의 길이 구하기	3점
❸ $\overline{AF}$의 길이 구하기	1점

16 $\triangle ABC$와 $\triangle DEA$에서
$\angle ACB=\angle DAE$(엇각), $\angle BAC=\angle EDA$(엇각)이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DEA$(AA 닮음) …… ❶
닮음비는 $\overline{AB}:\overline{DE}=10:6=5:3$이므로
$\overline{AC}:\overline{DA}=(8+\overline{CD}):8=5:3$ …… ❷
$3(8+\overline{CD})=40,\ 3\overline{CD}=16$
$\therefore \overline{CD}=\frac{16}{3}$ cm …… ❸

채점 기준	배점
❶ 서로 닮음인 삼각형 찾기	3점
❷ 닮음비를 이용하여 식 세우기	3점
❸ $\overline{CD}$의 길이 구하기	2점

2. 닮은 도형의 성질

01. 평행선 사이의 선분의 길이의 비

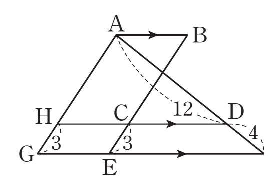
소단원 테스트 [1회] 63~64쪽

01 ①	**02** ㄷ, ㅁ	**03** ④	**04** 4 cm	**05** $\frac{126}{11}$ cm
06 10	**07** ①	**08** 120	**09** $\frac{20}{3}$ cm	
10 16	**11** ③	**12** ⑤	**13** 45	**14** ④

01 $12:y=9:3$이므로 $9y=36$
$\therefore y=4$
$12:(12-4)=x:6$이므로 $8x=72$
$\therefore x=9$
$\therefore x-y=9-4=5$

02 ㄷ. $\overline{AB}:\overline{DB}=10:5=2:1$
$\overline{AC}:\overline{EC}=8:4=2:1$
따라서 $\overline{AB}:\overline{DB}=\overline{AC}:\overline{EC}$이므로 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이다.
ㅁ. $\overline{AB}:\overline{BD}=4:2=2:1$
$\overline{AC}:\overline{CE}=6:3=2:1$
따라서 $\overline{AB}:\overline{BD}=\overline{AC}:\overline{CE}$이므로 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이다.

03 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{BE}$와 평행한 직선이 $\overline{CD}$, $\overline{EF}$의 연장선과 만나는 점을 각각 H, G라고 하면



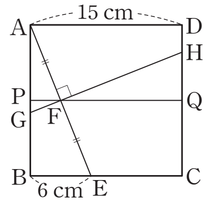
$\triangle AGF$에서 $\overline{HD}/\!/\overline{GF}$이므로
$\overline{AG}:3=(12+4):4$
$4\overline{AG}=48 \qquad \therefore \overline{AG}=12$
$\therefore \overline{BE}=\overline{AG}=12$

04 $5:3=(6+\overline{BC}):6$이므로
$3(6+\overline{BC})=30,\ 3\overline{BC}=12 \qquad \therefore \overline{BC}=4$ cm

05 $10:12=(11-\overline{DC}):\overline{DC}$이므로
$10\overline{DC}=12(11-\overline{DC}),\ 22\overline{DC}=132$
$\therefore \overline{DC}=6$ cm
또, $10:\overline{DE}=11:6$이므로
$11\overline{DE}=60 \qquad \therefore \overline{DE}=\frac{60}{11}$ cm
$\therefore \overline{CD}+\overline{DE}=6+\frac{60}{11}=\frac{126}{11}(\text{cm})$

06 $\overline{EG}=\overline{AD}=\overline{BH}=8 \qquad \therefore x=8$
$\triangle DHC$에서 $5:(5+10)=y:(14-8)$이므로
$15y=30 \qquad \therefore y=2$
$\therefore x+y=8+2=10$

07 오른쪽 그림과 같이 점 F를 지나고 $\overline{AD}$와 평행한 선분을 그어 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$와 만나는 점을 각각 P, Q 라고 하면



△PGF와 △QHF에서

∠PFG=∠QFH(맞꼭지각),

∠FPG=∠FQH=90°이므로

△PGF∽△QHF(AA 닮음)

이때 △ABE에서 $\overline{AE}:\overline{AF}=\overline{BE}:\overline{PF}=2:1$이므로

$\overline{PF}=\frac{1}{2}\overline{BE}=\frac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$

$\therefore \overline{FQ}=15-3=12(\text{cm})$

$\therefore \overline{GF}:\overline{FH}=\overline{PF}:\overline{QF}=3:12=1:4$

08 △ACD에서 $12:(12+4)=x:20$이므로

$16x=240 \quad \therefore x=15$

$\overline{AB}/\!/\overline{EF}/\!/\overline{CD}$이므로

$\overline{BD}:\overline{DF}=\overline{AC}:\overline{CE}=16:4=4:1$

△DAB에서

$\overline{AB}:\overline{GF}=y:2=4:1$이므로

$y=8$

$\therefore xy=15\times8=120$

09 $4:3=\overline{BD}:5$이므로 $3\overline{BD}=20$

$\therefore \overline{BD}=\frac{20}{3}$ cm

10 □BDFC가 평행사변형이므로 $x=y$

△ADE에서 $6:(12+6)=x:(16+x)$이므로

$18x=6(16+x)$, $12x=96$

$\therefore x=8$

$\therefore x+y=8+8=16$

11 △ABE와 △CDE에서

∠BAE=∠DCE(엇각), ∠ABE=∠CDE(엇각)이므로

△ABE∽△CDE(AA 닮음)

닮음비는 $\overline{BE}:\overline{DE}=\overline{AB}:\overline{CD}=15:10=3:2$

△BCD에서 $\overline{EF}:10=\overline{BE}:\overline{BD}=3:(3+2)$이므로

$5\overline{EF}=30 \quad \therefore \overline{EF}=6$ cm

또, $12:\overline{CF}=3:2$이므로

$3\overline{CF}=24 \quad \therefore \overline{CF}=8$ cm

$\therefore \overline{EF}+\overline{CF}=6+8=14(\text{cm})$

12 $\overline{BD}:\overline{DC}=6:10=3:5$이므로

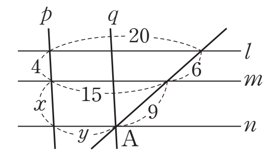
$\triangle ABD:\triangle ADC=3:5$

이때 △ABC=40 cm²이므로

$\triangle ADC=\frac{5}{8}\triangle ABC$

$=\frac{5}{8}\times40=25(\text{cm}^2)$

13 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 직선 p에 평행한 직선 q를 그으면



$9:6=x:4$이므로

$6x=36 \quad \therefore x=6$

또, $9:(9+6)=(15-y):(20-y)$이므로

$15(15-y)=9(20-y)$

$225-15y=180-9y$, $6y=45$

$\therefore y=\frac{15}{2}$

$\therefore xy=6\times\frac{15}{2}=45$

14 $\overline{BD}:\overline{CD}=10:15=2:3$이므로

$\overline{BD}:\overline{BC}=2:(3-2)=2:1$

따라서 $\triangle ADB:\triangle ABC=2:1$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\triangle ADB=\frac{1}{2}\times36=18(\text{cm}^2)$

소단원 테스트 [2회] 65~66쪽

01 ③ **02** ① **03** 12 **04** $\frac{45}{4}$ cm

05 $\frac{15}{4}$ cm **06** 11 **07** ② **08** ⑤

09 $\frac{29}{5}$ **10** ④ **11** 1 **12** ② **13** 7

14 25 : 24

01 $12:9=\overline{BD}:6$이므로

$9\overline{BD}=72 \quad \therefore \overline{BD}=8$

02 $3:6=3.5:x$이므로

$3x=21 \quad \therefore x=7$

$3:6=y:8$이므로

$6y=24 \quad \therefore y=4$

$\therefore x+y=7+4=11$

03 $2:(2+6)=3:x$이어야 하므로

$2x=24 \quad \therefore x=12$

04 △ABF에서 $\overline{AD}:\overline{DB}=4:5$이므로

△ABC에서 $\overline{AF}:\overline{FC}=(4+5):\overline{FC}=4:5$

$4\overline{FC}=45 \quad \therefore \overline{FC}=\frac{45}{4}$ cm

05 △ABE와 △CDE에서

∠BAE=∠DCE(엇각), ∠ABE=∠CDE(엇각)이므로

△ABE∽△CDE(AA 닮음)

닮음비는 $\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{CD}=5:15=1:3$

$\triangle$ABC에서

$\overline{EF} : \overline{AB} = \overline{EF} : 5 = 3 : (1+3) = 3 : 4$이므로

$4\overline{EF} = 15 \qquad \therefore \overline{EF} = \frac{15}{4}$ cm

06 $\overline{GF} = \overline{HC} = \overline{AD} = 5 \qquad \therefore x = 5$

$\triangle$ABH에서 $9 : (9+6) = y : (15-5)$

$15y = 90 \qquad \therefore y = 6$

$\therefore x + y = 5 + 6 = 11$

07 $5 : x = 4 : (10-4)$이므로

$4x = 30 \qquad \therefore x = \frac{15}{2}$

$4 : 10 = 4 : y$이므로

$4y = 40 \qquad \therefore y = 10$

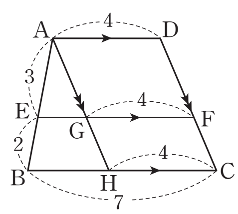
$\therefore xy = \frac{15}{2} \times 10 = 75$

08 $\triangle$AQC에서 $\overline{AP} : \overline{AQ} = 15 : 18 = 5 : 6$이므로

$\triangle$ABQ에서 $\overline{DP} : \overline{BQ} = \overline{DP} : 12 = 5 : 6$

$6\overline{DP} = 60 \qquad \therefore \overline{DP} = 10$ cm

09 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{CD}$에 평행한 선분을 그어 $\overline{EF}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 G, H라 고 하면



$\overline{GF} = \overline{HC} = \overline{AD} = 4$

$\triangle$ABH에서 $\overline{AE} : \overline{AB} = 3 : (3+2) = 3 : 5$이므로

$\overline{EG} : \overline{BH} = \overline{EG} : (7-4) = 3 : 5$

$5\overline{EG} = 9 \qquad \therefore \overline{EG} = \frac{9}{5}$

$\therefore \overline{EF} = \overline{EG} + \overline{GF} = \frac{9}{5} + 4 = \frac{29}{5}$

10 $6 : 4 = 3 : \overline{CP}$이므로

$6\overline{CP} = 12 \qquad \therefore \overline{CP} = 2$

$6 : 4 = (3 + 2 + \overline{CQ}) : \overline{CQ}$이므로

$6\overline{CQ} = 4(5 + \overline{CQ})$, $2\overline{CQ} = 20$

$\therefore \overline{CQ} = 10$

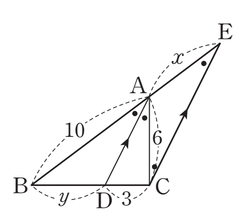
11 $\angle DAC = \angle ACE$(엇각),

$\angle BAD = \angle AEC$(동위각)

이때 $\angle DAC = \angle BAD$이므로

$\angle ACE = \angle AEC$

즉, $\triangle$ACE는 $\overline{AC} = \overline{AE}$인 이등변 삼각형이므로



$x = 6$

$10 : 6 = y : 3$이므로

$6y = 30 \qquad \therefore y = 5$

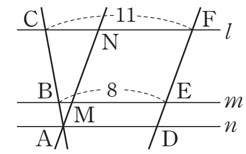
$\therefore x - y = 6 - 5 = 1$

12 ② $\overline{AC} : \overline{AE} = 12 : 9 = 4 : 3$

$\overline{AB} : \overline{AD} = (12+4) : 12 = 4 : 3$

따라서 $\overline{AC} : \overline{AE} = \overline{AB} : \overline{AD}$이므로 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이다.

13 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고 $\overline{DF}$와 평행한 직선을 그어 $\overline{BE}$, $\overline{CF}$와 만나는 점을 각각 M, N이라고 하자.



$\overline{AD} = x$라고 하면

$\overline{ME} = \overline{NF} = \overline{AD} = x$

$\triangle$ACN에서 $\overline{BM} : \overline{CN} = 1 : (1+3)$이므로

$(8-x) : (11-x) = 1 : 4$

$11 - x = 4(8-x)$, $3x = 21$

$\therefore x = 7$

따라서 $\overline{AD}$의 길이는 7이다.

14 $\triangle$ABC에서 $\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AD} : \overline{DB} = 5 : 3$

$\triangle$ABF에서 $\overline{AC} : \overline{CF} = \overline{AD} : \overline{DB} = 5 : 3$

따라서 $\overline{CF} = 3k$라고 하면 $\overline{AC} = 5k$이고

$\overline{AE} = \frac{5}{8} \times 5k = \frac{25}{8}k$이므로

$\overline{AE} : \overline{CF} = \frac{25}{8}k : 3k = 25 : 24$

02. 삼각형의 무게중심

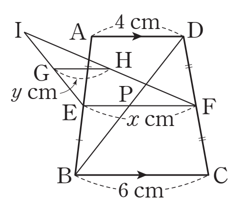
소단원 테스트 [1회] 67~68쪽

01 ④	**02** ③	**03** $\frac{15}{2}$	**04** ②	**05** $\frac{5}{2}$ cm
06 9 cm	**07** 36 cm^2		**08** ①	**09** 32 cm^2
10 4 cm	**11** ①	**12** ③	**13** 48 cm	
14 32 cm^2				

01 $\triangle$ADE와 $\triangle$ABC에서
$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AE}:\overline{AC}=1:2$이고, $\angle A$는 공통이므로
$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$(SAS 닮음)이고 닮음비는 $1:2$이다.
④ $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BC}$이므로 $\overline{BC}=2\overline{DE}$

02 $\overline{GD}=\frac{3}{2}\overline{GG'}=\frac{3}{2}\times 2=3(\text{cm})$
$\therefore \overline{AG}=2\overline{GD}=2\times 3=6(\text{cm})$

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그어 $\overline{BD}$와 $\overline{EF}$의 교점을 P라고 하면



$\triangle$ABD에서
$\overline{EP}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 4=2(\text{cm})$
$\triangle$BCD에서
$\overline{PF}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 6=3(\text{cm})$
$\therefore \overline{EF}=\overline{EP}+\overline{PF}=2+3=5(\text{cm})$
$\triangle$IEF에서 $\overline{GH}=\frac{1}{2}\overline{EF}=\frac{1}{2}\times 5=\frac{5}{2}(\text{cm})$
따라서 $x=5$, $y=\frac{5}{2}$이므로
$x+y=5+\frac{5}{2}=\frac{15}{2}$

04 점 E, F는 각각 $\overline{BD}$, $\overline{DC}$의 중점이고 $\overline{BD}=\overline{CD}$이므로
$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$
$\triangle$AGG'과 $\triangle$AEF에서
$\overline{AG}:\overline{AE}=\overline{AG'}:\overline{AF}=2:3$, $\angle A$는 공통이므로
$\triangle AGG' \backsim \triangle AEF$ (SAS 닮음)
이때 닮음비가 $2:3$이므로
$\overline{GG'}:\overline{EF}=\overline{GG'}:6=2:3$
$3\overline{GG'}=12 \quad \therefore \overline{GG'}=4$ cm

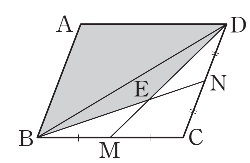
05 $\overline{AE}=\overline{BE}$이므로
$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{BD}$이고, $\overline{AF}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{15}{2}$ cm
이때 $\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times 15=10(\text{cm})$이므로
$\overline{GF}=\overline{AG}-\overline{AF}=10-\frac{15}{2}=\frac{5}{2}(\text{cm})$

06 $\triangle$CBE에서 $\overline{BE}=2\overline{DF}=2\times 6=12(\text{cm})$
$\triangle$ADF에서 $\overline{GE}=\frac{1}{2}\overline{DF}=\frac{1}{2}\times 6=3(\text{cm})$
$\therefore \overline{BG}=\overline{BE}-\overline{GE}=12-3=9(\text{cm})$

07 $\overline{GG'}:\overline{G'D}=2:1$이므로
$\triangle GBD=\frac{3}{2}\triangle GBG'=\frac{3}{2}\times 4=6(\text{cm}^2)$
$\overline{BD}=\overline{DC}$이므로
$\triangle GBC=2\triangle GBD=2\times 6=12(\text{cm}^2)$
점 G는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로
$\triangle ABC=3\triangle GBC=3\times 12=36(\text{cm}^2)$

08 $\overline{NM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 10=5(\text{cm})$,
$\overline{LN}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 14=7(\text{cm})$,
$\overline{LM}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$
따라서 $\triangle$LMN의 둘레의 길이는
$\overline{NM}+\overline{ML}+\overline{LN}=5+6+7=18(\text{cm})$

09 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면 점 E는 $\triangle$BCD의 두 중선의 교점이므로 $\triangle$BCD의 무게중심이다.



이때 $\triangle BME=4$ cm^{2}이므로
$\triangle BED=2\triangle BME=2\times 4=8(\text{cm}^2)$,
$\triangle BCD=6\triangle BME=6\times 4=24(\text{cm}^2)$
따라서 $\triangle ABD=\triangle BCD=24$ cm^{2}이므로
$\square ABED=\triangle ABD+\triangle BED=24+8=32(\text{cm}^2)$

10 $\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times 12=4(\text{cm})$
$\overline{BD}=\overline{DC}$이고 $\triangle$GBC는 직각삼각형이므로
점 D는 $\triangle$GBC의 외심이다.
$\therefore \overline{BD}=\overline{GD}=4$ cm

11 $\overline{BG}:\overline{GE}=2:1$이므로
$\triangle EGC=\frac{1}{2}\triangle GBC=\frac{1}{2}\times 28=14(\text{cm}^2)$
$\overline{CG}:\overline{GD}=2:1$이므로
$\triangle DGE=\frac{1}{2}\triangle EGC=\frac{1}{2}\times 14=7(\text{cm}^2)$

12 두 점 P, Q는 각각 $\triangle$ABC, $\triangle$ACD의 무게중심이므로
$\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$
$\therefore \overline{PQ}=\frac{1}{3}\overline{BD}=\frac{1}{3}\times 24=8(\text{cm})$

13 $\overline{AE}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 40=20(\text{cm})$,
$\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times 30=20(\text{cm})$,
$\overline{EG}=\frac{1}{2}\overline{BG}=\frac{1}{2}\times 16=8(\text{cm})$

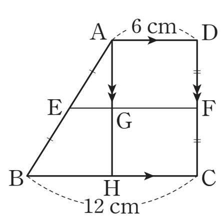
따라서 $\triangle AGE$의 둘레의 길이는
$\overline{AE}+\overline{EG}+\overline{GA}=20+8+20=48(cm)$

14 $\triangle G'FH$와 $\triangle G'AE$에서
$\overline{G'F}:\overline{G'A}=\overline{G'H}:\overline{G'E}=1:2$,
$\angle FG'H=\angle AG'E$(맞꼭지각)이므로
$\triangle G'FH \backsim \triangle G'AE$(SAS 닮음)
이때 닮음비가 $1:2$이므로
넓이의 비는 $1^2:2^2=1:4$이다.
$\triangle G'FH$의 넓이가 $2\ cm^2$이므로
$\triangle G'AE=4\triangle G'FH=4\times2=8(cm^2)$,
$\therefore\ \triangle AED=3\triangle G'AE=3\times8=24(cm^2)$
$\triangle AED$와 $\triangle ABC$에서
$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{AD}:\overline{AC}=1:2$, $\angle A$는 공통이므로
$\triangle AED \backsim \triangle ABC$(SAS 닮음)
이때 닮음비가 $1:2$이므로
넓이의 비는 $1^2:2^2=1:4$이다.
따라서 $\triangle ABC=4\triangle AED=4\times24=96(cm^2)$이므로
$\triangle GBC=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times96=32(cm^2)$

소단원 테스트 [2회] 69~70쪽

01 ③	**02** ④	**03** 16 cm		**04** 27 cm^2
05 6 cm	**06** ⑤	**07** ③	**08** 4 cm	**09** ⑤
10 4 cm^2	**11** 8 cm	**12** ⑤	**13** 20 cm^2	
14 64π cm^2				

01 오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나고
$\overline{DC}$에 평행한 선분을 그어 $\overline{EF}$,
$\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 G, H라고
하면 $\overline{GF}=\overline{HC}=\overline{AD}=6$ cm
$\triangle ABH$에서



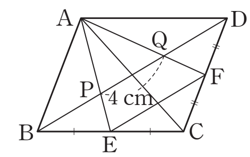
$\overline{EG}=\frac{1}{2}\overline{BH}=\frac{1}{2}\times(12-6)=3(cm)$
$\therefore\ \overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}=3+6=9(cm)$

02 $\triangle AME$에서 $\overline{ME}=2\overline{ND}=2\times4=8$
$\triangle BCD$에서 $\overline{BD}=2\overline{ME}=2\times8=16$
$\therefore\ \overline{BN}=\overline{BD}-\overline{ND}=16-4=12$

03 $\triangle ABD$에서 $\overline{BE}=\overline{EA}$, $\overline{BF}=\overline{FD}$이므로
$\overline{AD}=2\overline{EF}=2\times12=24(cm)$
$\therefore\ \overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times24=16(cm)$

04 점 F는 $\triangle ADC$의 무게중심이다.
이때 $\triangle CFE=3\ cm^2$이므로
$\triangle ADC=6\triangle CFE=6\times3=18(cm^2)$
이때 $\overline{BD}=\overline{DE}=\overline{EC}$이므로
$\overline{BD}:\overline{DC}=1:(1+1)$
$\therefore\ \triangle ABD=\frac{1}{2}\times\triangle ADC=\frac{1}{2}\times18=9(cm^2)$
$\therefore\ \triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC=9+18=27(cm^2)$

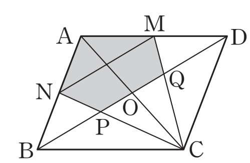
05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면
두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$,
$\triangle ACD$의 무게중심이므로
$\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$



$\therefore\ \overline{BD}=3\overline{PQ}=3\times4=12(cm)$
따라서 $\triangle BCD$에서
$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times12=6(cm)$

06 $\triangle GBC$에서 $\overline{GG'}:\overline{G'D}=2:1$ $\quad\therefore\ \overline{GG'}=2\overline{G'D}$
$\triangle ABC$에서 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$ $\quad\therefore\ \overline{AG}=2\overline{GD}$
$\overline{GD}=\overline{GG'}+\overline{G'D}=2\overline{G'D}+\overline{G'D}=3\overline{G'D}$이므로
$\overline{AG}=2\overline{GD}=2\times3\overline{G'D}=6\overline{G'D}$
$\therefore\ \overline{AG}:\overline{GG'}:\overline{G'D}=6\overline{G'D}:2\overline{G'D}:\overline{G'D}$
$=6:2:1$

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그어
$\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라고 하면
점 O는 $\overline{BD}$의 중점이다. 이때 점
P와 Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$
의 무게중심이므로



$\triangle NBP=\frac{1}{6}\triangle ABC$, $\triangle MQD=\frac{1}{6}\triangle ACD$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)
$=\square ABCD-\triangle BCD-\triangle NBP-\triangle MQD$
$=\square ABCD-\frac{1}{2}\square ABCD-\frac{1}{6}(\triangle ABC+\triangle ACD)$
$=\square ABCD-\frac{1}{2}\square ABCD-\frac{1}{6}\square ABCD$
$=\frac{1}{3}\square ABCD=\frac{1}{3}\times72=24(cm^2)$

08 $\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times18=6(cm)$
$\therefore\ \overline{GG'}=\frac{2}{3}\overline{GD}=\frac{2}{3}\times6=4(cm)$

09 $\triangle GBD=\frac{1}{6}\triangle ABC$ $\quad\therefore\ \triangle ABC=6\triangle GBD$
이때 점 E가 $\overline{BG}$의 중점이므로
$\triangle GBD=2\triangle GED$
$\therefore\ \triangle ABC=6\triangle GBD=6\times2\triangle GED=12\triangle GED$
따라서 $\triangle ABC$는 $\triangle GED$의 12배이다.

10 $\triangle GBD=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times 36=6(cm^2)$

$\overline{GG'}:\overline{G'D}=2:1$이므로

$\triangle GBG'=\frac{2}{3}\triangle GBD=\frac{2}{3}\times 6=4(cm^2)$

11 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=2\overline{MN}=2\times 8=16(cm)$

$\triangle DBC$에서 $\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 16=8(cm)$

12 $\overline{HE}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 18=9(cm)$,

$\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 18=9(cm)$,

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 16=8(cm)$,

$\overline{GH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 16=8(cm)$

따라서 □EFGH의 둘레의 길이는

$\overline{HE}+\overline{EF}+\overline{FG}+\overline{GH}=9+8+9+8=34(cm)$

13 $\triangle ADC=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 96=48(cm^2)$

$\triangle CEF$와 $\triangle CAD$에서

$\overline{CE}:\overline{CA}=\overline{CF}:\overline{CD}=1:2$, $\angle C$는 공통이므로

$\triangle CEF\backsim\triangle CAD$(SAS 닮음)

즉, 닮음비가 $1:2$이므로 넓이의 비는 $1^2:2^2=1:4$이다.

$\therefore \triangle CEF=\frac{1}{4}\triangle ADC=\frac{1}{4}\times 48=12(cm^2)$

이때 $\triangle ABC=96\ cm^2$이므로

$\triangle AGE=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times 96=16(cm^2)$

$\therefore \square GDFE=\triangle ADC-\triangle AGE-\triangle CEF$

$=48-16-12=20(cm^2)$

14 직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로

$\overline{DA}=\overline{DB}=\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 24=12(cm)$

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{BG}=\frac{2}{3}\overline{DB}=\frac{2}{3}\times 12=8(cm)$

따라서 $\overline{BG}$를 반지름으로 하는 원 B의 넓이는

$\pi\times 8^2=64\pi(cm^2)$

중단원 테스트 [1회] 71~74쪽

01 ③	**02** 15	**03** ②	**04** ④	**05** ①
06 ③	**07** ③	**08** 12 cm		**09** ③
10 ②	**11** 16 : 12 : 21		**12** ④	**13** ⑤
14 ③	**15** 30	**16** ④	**17** 8 cm^2	**18** ②
19 ①	**20** 15 cm		**21** ⑤	**22** ②
23 $\frac{9}{11}$ cm		**24** 12 cm		**25** 54 cm^2
26 54	**27** 16 cm		**28** 4 cm^2	**29** 18
30 30				

01 $3:4=x:5$이므로

$4x=15 \quad \therefore x=\frac{15}{4}$

$4:5=5:y$이므로

$4y=25 \quad \therefore y=\frac{25}{4}$

$\therefore x+y=\frac{15}{4}+\frac{25}{4}=\frac{40}{4}=10$

02 $12:x=8:2$이므로

$8x=24 \quad \therefore x=3$

$8:(8+2)=y:15$이므로

$10y=120 \quad \therefore y=12$

$\therefore x+y=3+12=15$

03 $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 7=\frac{7}{2}(cm)$,

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 9=\frac{9}{2}(cm)$,

$\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 14=7(cm)$

따라서 $\triangle DEF$의 둘레의 길이는

$\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{FD}=\frac{7}{2}+\frac{9}{2}+7=15(cm)$

04 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}:\overline{CF}=6:4=3:2$

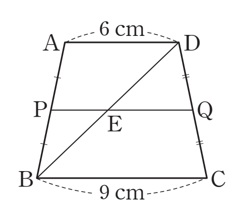
$\triangle BCD$에서 $\overline{BC}:\overline{BF}=3:(3-2)=3:1$이므로

$\overline{DC}:\overline{EF}=\overline{DC}:4=3:1$

$\therefore \overline{DC}=12\ cm$

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그어

$\overline{BD}$와 $\overline{PQ}$의 교점을 E라고 하면



$\triangle ABD$에서

$\overline{PE}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 6=3(cm)$

$\triangle DBC$에서

$\overline{EQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 9=\frac{9}{2}(cm)$

$\therefore \overline{PQ}=\overline{PE}+\overline{EQ}=3+\frac{9}{2}=\frac{15}{2}(cm)$

06 $12:8=\overline{BD}:(8-\overline{BD})$이므로

$8\overline{BD}=12(8-\overline{BD})$, $8\overline{BD}=96-12\overline{BD}$

$20\overline{BD}=96$ $\quad\therefore \overline{BD}=4.8$ cm

07 $\triangle BEG$와 $\triangle BAD$에서

$\angle B$는 공통, $\angle BEG=\angle BAD$(동위각)이므로

$\triangle BEG \backsim \triangle BAD$(AA 닮음)

$\therefore \overline{DG}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{AB}=4:(4+2)=2:3$

또, $\triangle DGF$와 $\triangle DBC$에서

$\angle D$는 공통, $\angle DGF=\angle DBC$(동위각)이므로

$\triangle DGF \backsim \triangle DBC$(AA 닮음)

따라서 $\overline{GF}:\overline{BC}=\overline{DG}:\overline{DB}=6:\overline{BC}=2:3$이므로

$2\overline{BC}=18$ $\quad\therefore \overline{BC}=9$ cm

08 $\triangle EBC$에서 $\overline{BE}=2\overline{DF}=2\times 9=18$(cm)

$\therefore \overline{BG}=\frac{2}{3}\overline{BE}=\frac{2}{3}\times 18=12$(cm)

09 $\overline{BD}:\overline{CD}=9:6=3:2$이므로

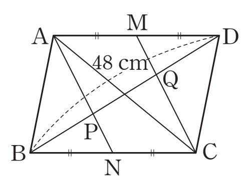
$\triangle ABD:\triangle ADC=3:2$

이때 $\triangle ABC=25$ cm^{2}이므로

$\triangle ABD:25=3:(3+2)=3:5$

$5\triangle ABD=75$ $\quad\therefore \triangle ABD=15$ cm^2

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이므로



$\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$

$\therefore \overline{PQ}=\frac{1}{3}\overline{BD}=\frac{1}{3}\times 48=16$(cm)

11 $\triangle ABC$에서 $\overline{AE}:\overline{EB}=\overline{AF}:\overline{FC}=4:3$

$\triangle ACE$에서 $\overline{AD}:\overline{DE}=\overline{AF}:\overline{FC}=4:3$

따라서 $\overline{AD}=4k$라고 하면 $\overline{DE}=3k$이고

$4\overline{EB}=3\overline{AE}=3(\overline{AD}+\overline{DE})=21k$이므로

$\overline{EB}=\frac{21}{4}k$

$\therefore \overline{AD}:\overline{DE}:\overline{EB}=4k:3k:\frac{21}{4}k=16:12:21$

12 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$이므로

$5:\overline{AC}=6:(6+3)=2:3$

$2\overline{AC}=15$ $\quad\therefore \overline{AC}=7.5$ cm

13 점 E, F는 각각 $\overline{BD}$, $\overline{DC}$의 중점이고, $\overline{BD}=\overline{CD}$이므로

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$\triangle AGG'$과 $\triangle AEF$에서

$\overline{AG}:\overline{AE}=\overline{AG'}:\overline{AF}=2:3$, $\angle A$는 공통이므로

$\triangle AG'G \backsim \triangle AEF$(SAS 닮음)

이때 닮음비가 $2:3$이므로

$\overline{GG'}:\overline{EF}=24:\overline{EF}=2:3$, $2\overline{EF}=72$ $\quad\therefore \overline{EF}=36$

$\therefore \overline{BC}=2\overline{EF}=2\times 36=72$

14 $\triangle ABC$에서 $\overline{MQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 10=5$(cm)

$\triangle ABD$에서 $\overline{MP}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 4=2$(cm)

$\therefore \overline{PQ}=\overline{MQ}-\overline{MP}=5-2=3$(cm)

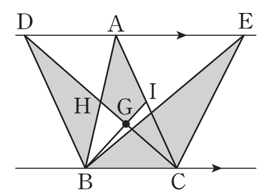
15 $\triangle GBC$에서 $\overline{GC}=2\overline{ED}=2\times 6=12$(cm) $\quad\therefore x=12$

$\triangle AEF$에서 $\overline{EF}=2\overline{GC}=2\times 12=24$(cm)이므로

$\overline{DF}=\overline{EF}-\overline{ED}=24-6=18$(cm) $\quad\therefore y=18$

$\therefore x+y=12+18=30$

16 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DC}$와 $\overline{AB}$가 만나는 점을 H, $\overline{BG}$의 연장선과 $\overline{AC}$가 만나는 점을 I라고 하면 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로



$\triangle CAH=\triangle CBH=\frac{1}{2}\triangle ABC$

이때 $\triangle ABC=\triangle DBC$이므로

$\triangle DBH=\triangle DBC-\triangle CHB=\triangle ABC-\frac{1}{2}\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 24=12$(cm^2)

또한, $\square AHGI=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times 24=8$(cm^2)

$\triangle EBC=\triangle ABC=24$ cm^2

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle DHB+\square AHGI+\triangle EBC$

$=12+8+24=44$(cm^2)

17 $\overline{BE}:\overline{EC}=2:1$이므로

$\triangle ABE=\frac{2}{3}\triangle ABC=\frac{2}{3}\times 36=24$(cm^2)

이때 점 I는 $\triangle ABE$의 무게중심이므로

$\triangle ABI=\frac{1}{3}\triangle ABE=\frac{1}{3}\times 24=8$(cm^2)

18 $\triangle ABF$에서 $\overline{BF}=2\overline{DE}=2\times 4=8$(cm)

$\triangle CDE$에서 $\overline{PF}=\frac{1}{2}\overline{DE}=\frac{1}{2}\times 4=2$(cm)

$\therefore \overline{BP}=\overline{BF}-\overline{PF}=8-2=6$(cm)

19 $\overline{FB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 10=5$(cm) $\quad\therefore x=5$

$\overline{CG}:\overline{FG}=2:1$이므로

$\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{CG}=\frac{1}{2}\times 8=4$(cm) $\quad\therefore y=4$

$\therefore x+y=5+4=9$

20 $\overline{AF}=\frac{3}{2}\overline{AG}=\frac{3}{2}\times 6=9$(cm)

이때 점 F는 직각삼각형 ABC의 외심이므로

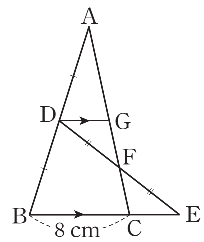
$\overline{AF}=\overline{BF}=\overline{CF}=9$ cm

$\triangle ABF$에서 $\overline{DG} : \overline{BF} = \overline{AG} : \overline{AF} = 6 : 9 = 2 : 3$이므로

$\overline{DG} : 9 = 2 : 3$, $3\overline{DG} = 18$ $\therefore \overline{DG} = 6$ cm

$\therefore \overline{DG} + \overline{FC} = 6 + 9 = 15(\text{cm})$

21 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC} /\!/ \overline{DG}$가 되도록 $\overline{AC}$ 위에 점 G를 잡으면



$\triangle ABC$에서

$\overline{DG} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm})$

$\triangle DGF$와 $\triangle ECF$에서

$\overline{FD} = \overline{FE}$, $\angle GFD = \angle CFE$(맞꼭지각),

$\angle FDG = \angle FEC$(엇각)이므로

$\triangle DGF \equiv \triangle ECF$(ASA 합동)

$\therefore \overline{CE} = \overline{DG} = 4$ cm

22 $\triangle GBC = 3\triangle GBG' = 3 \times 8 = 24(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABC = 3\triangle GBC = 3 \times 24 = 72(\text{cm}^2)$

23 $\triangle ABD$에서 $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2}(\text{cm})$,

$\overline{AF} = \overline{FD} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2} \times 6 = 3(\text{cm})$

$\triangle PEF$와 $\triangle PCD$에서

$\angle PFE = \angle PDC$(엇각), $\angle PEF = \angle PCD$(엇각)이므로

$\triangle PEF \backsim \triangle PCD$(AA 닮음)

닮음비는 $\overline{EF} : \overline{CD} = \frac{3}{2} : 4 = 3 : 8$이므로

$\overline{PF} : \overline{PD} = 3 : 8$

$\therefore \overline{FP} = \frac{3}{11}\overline{FD} = \frac{3}{11} \times 3 = \frac{9}{11}(\text{cm})$

24 $\triangle AFD$에서 $\overline{FD} = 2\overline{EP} = 2 \times 6 = 12(\text{cm})$

$\triangle EBC$에서 $\overline{EC} = 2\overline{FD} = 2 \times 12 = 24(\text{cm})$

$\therefore \overline{CP} = \overline{EC} - \overline{EP} = 24 - 6 = 18(\text{cm})$

이때 점 G는 $\triangle ADC$의 무게중심이므로

$\overline{CG} = \frac{2}{3}\overline{CP} = \frac{2}{3} \times 18 = 12(\text{cm})$

25 점 F는 $\triangle ADC$의 무게중심이고 $\triangle AFG = 6\ \text{cm}^2$이므로

$\triangle ADC = 6\triangle AFG = 6 \times 6 = 36(\text{cm}^2)$

$\overline{BD} : \overline{DC} = 1 : (1+1) = 1 : 2$이므로

$\triangle ABD = \frac{1}{2} \times 36 = 18(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABC = \triangle ADC + \triangle ABD = 36 + 18 = 54(\text{cm}^2)$

26 $6 : x = 8 : 10 = 4 : 5$이므로

$4x = 30$ $\therefore x = \frac{15}{2}$ …… ❶

$y : 9 = 8 : 10 = 4 : 5$이므로

$5y = 36$ $\therefore y = \frac{36}{5}$ …… ❷

$\therefore xy = \frac{15}{2} \times \frac{36}{5} = 54$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ x의 값 구하기	2점
❷ y의 값 구하기	2점
❸ xy의 값 구하기	1점

27 $\triangle AGC$에서 $\overline{FE} /\!/ \overline{GC}$이므로

$\overline{AF} : \overline{AG} = \overline{FE} : \overline{GC} = 2 : (2+1)$

즉, $\overline{FE} : 12 = 2 : 3$이므로

$3\overline{FE} = 24$ $\therefore \overline{FE} = 8$ cm …… ❶

$\triangle BDF$에서 $\overline{FD} /\!/ \overline{GC}$이므로

$\overline{FD} = 2\overline{GC} = 2 \times 12 = 24(\text{cm})$ …… ❷

$\therefore \overline{DE} = \overline{FD} - \overline{FE} = 24 - 8 = 16(\text{cm})$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{FE}$의 길이 구하기	2점
❷ $\overline{FD}$의 길이 구하기	2점
❸ $\overline{DE}$의 길이 구하기	1점

28 $\triangle ABD$에서 $\overline{AF} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2} \times 18 = 9(\text{cm})$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AD} = \frac{2}{3} \times 18 = 12(\text{cm})$

$\therefore \overline{GF} = \overline{AG} - \overline{AF} = 12 - 9 = 3(\text{cm})$ …… ❶

$\triangle GCD$와 $\triangle GEF$에서

$\angle GCD = \angle GEF$(엇각), $\angle GDC = \angle GFE$(엇각)이므로

$\triangle GCD \backsim \triangle GEF$(AA 닮음)

닮음비는 $\overline{GD} : \overline{GF} = 6 : 3 = 2 : 1$이므로

넓이의 비는 $\triangle GCD : \triangle GEF = 2^2 : 1^2 = 4 : 1$

따라서 $\triangle GCD = \frac{1}{6}\triangle ABC = \frac{1}{6} \times 96 = 16(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle GEF = \frac{1}{4}\triangle GCD = \frac{1}{4} \times 16 = 4(\text{cm}^2)$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ $\overline{GF}$의 길이 구하기	3점
❷ $\triangle GEF$의 넓이 구하기	2점

29 $\triangle MCN$과 $\triangle BCD$에서

$\overline{MC} : \overline{BC} = \overline{CN} : \overline{CD} = 1 : 2$, $\angle C$는 공통이므로

$\triangle MCN \backsim \triangle BCD$(SAS 닮음)

이때 닮음비가 $1 : 2$이므로 넓이의 비는 $1^2 : 2^2 = 1 : 4$이다.

$\therefore \triangle BCD = 4\triangle MCN = 4 \times 6 = 24$ …… ❶

두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이므로

$\triangle APQ$와 $\triangle AMN$에서

$\overline{AP} : \overline{AM} = \overline{AQ} : \overline{AN} = 2 : 3$, $\angle A$는 공통이므로

$\triangle APQ \backsim \triangle AMN$(SAS 닮음)

이때 닮음비는 $2 : 3$이므로

넓이의 비는 $2^2 : 3^2 = 4 : 9$이다. …… ❷

$\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QD}$이고 $\triangle ABD = \triangle BCD = 24$이므로

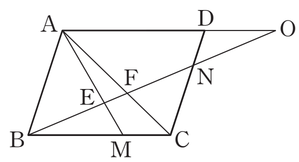
$\triangle APQ = \frac{1}{3}\triangle ABD = \frac{1}{3} \times 24 = 8$ …… ❸

따라서 $\triangle APQ : \triangle AMN = 8 : \triangle AMN = 4 : 9$이므로

$4\triangle AMN = 72 \qquad \therefore \triangle AMN = 18$ ······ ❹

채점 기준	배점
❶ $\triangle BCD$의 넓이 구하기	1점
❷ $\triangle APQ$와 $\triangle AMN$의 넓이의 비 구하기	1점
❸ $\triangle APQ$의 넓이 구하기	2점
❹ $\triangle AMN$의 넓이 구하기	1점

30 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$의 연장선과 $\overline{BN}$의 연장선의 교점을 O라고 하면



$\triangle ODN$과 $\triangle OAB$에서

$\angle O$는 공통, $\angle ODN = \angle OAB$(동위각)이므로

$\triangle ODN \backsim \triangle OAB$(AA 닮음)

닮음비는 $\overline{DN} : \overline{AB} = \overline{DN} : \overline{DC} = 1 : 3$이므로

$\overline{ON} : \overline{BN} = 1 : 2$ ······ ❶

$\triangle EBM$과 $\triangle EOA$에서

$\angle EMB = \angle EAO$(엇각), $\angle EBM = \angle EOA$(엇각)이므로

$\triangle EBM \backsim \triangle EOA$(AA 닮음)

$\overline{AD} : \overline{AO} = 2 : 3$이고 $\overline{BM} : \overline{BC} = 2 : 3$이므로

$\overline{OA} = \frac{3}{2}\overline{AD} = \frac{3}{2}\overline{BC}$

$= \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}\overline{BM} = \frac{9}{4}\overline{BM}$

즉, $\overline{BM} : \overline{OA} = 4 : 9$이므로

$\overline{BE} : \overline{EO} = 4 : 9$ ······ ❷

$\triangle FBC$와 $\triangle FOA$에서

$\angle FBC = \angle FOA$(엇각), $\angle FCB = \angle FAO$(엇각)이므로

$\triangle FBC \backsim \triangle FOA$(AA 닮음)

닮음비는 $\overline{BC} : \overline{OA} = 2 : 3$이므로

$\overline{BF} : \overline{OF} = 2 : 3$ ······ ❸

$\overline{BO} = 13k$라고 하면

$\overline{BE} : \overline{EO} = 4 : 9$에서 $\overline{BE} = 4k$,

$\overline{BF} : \overline{OF} = 2 : 3$에서 $\overline{BF} = \frac{26}{5}k$

$\therefore \overline{EF} = \overline{BF} - \overline{BE} = \frac{26}{5}k - 4k = \frac{6}{5}k$

즉, $\overline{BE} : \overline{EF} = 4k : \frac{6}{5}k = 10 : 3$이므로

$3\overline{BE} = 10\overline{EF} = 10 \times 9 = 90$

$\therefore \overline{BE} = 30$ ······ ❹

채점 기준	배점
❶ $\overline{ON} : \overline{BN}$ 구하기	1점
❷ $\overline{BE} : \overline{EO}$ 구하기	1점
❸ $\overline{BF} : \overline{OF}$ 구하기	1점
❹ $\overline{BE}$의 길이 구하기	2점

중단원 테스트 [2회] 75~78쪽

01 ②	**02** ③	**03** ⑤	**04** 10	**05** ③
06 ④	**07** ③	**08** ②	**09** ④	**10** ③
11 ③	**12** 52	**13** $\frac{18}{5}$	**14** 12 cm	**15** ②
16 ⑤	**17** ③	**18** ④	**19** 4	**20** ②
21 3 : 4	**22** ①	**23** 15 cm^2		**24** 3 cm^2
25 4	**26** 16 cm		**27** 10	**28** 5 cm^2
29 9 cm	**30** 4 cm			

01 $x : 9 = 3 : 6$이므로

$6x = 27 \qquad \therefore x = \frac{9}{2}$

$6 : y = 9 : 12$이므로

$9y = 72 \qquad \therefore y = 8$

$\therefore x + y = \frac{9}{2} + 8 = \frac{25}{2}$

02 $\triangle OAD$와 $\triangle OCB$에서

$\overline{OA} : \overline{OC} = \overline{AD} : \overline{CB}$이므로

$\overline{OA} : \overline{OC} = 6 : 12 = 1 : 2$

$\triangle ABC$에서 $\overline{EO} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\overline{EO} : \overline{BC} = \overline{AO} : \overline{AC}$

즉, $\overline{EO} : 12 = 1 : 3$이므로

$3\overline{EO} = 12 \qquad \therefore \overline{EO} = 4$ cm

같은 방법으로 하면 $\triangle DBC$에서 $\overline{FO} = 4$ cm

$\therefore \overline{EF} = \overline{EO} + \overline{FO} = 4 + 4 = 8$(cm)

03 $\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4$,

$\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 9 = \frac{9}{2}$,

$\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 11 = \frac{11}{2}$

따라서 $\triangle DEF$의 둘레의 길이는

$\overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FD} = 4 + \frac{9}{2} + \frac{11}{2} = 14$

04 $\triangle GEC$에서 $6 : \overline{EC} = 12 : (12+4) = 3 : 4$이므로

$3\overline{EC} = 24 \qquad \therefore \overline{EC} = 8$

$\triangle ABD$에서 $\overline{DB} = 2\overline{EC} = 2 \times 8 = 16$이므로

$\overline{FB} = \overline{DB} - \overline{DF} = 16 - 6 = 10$

05 $\triangle ABC$에서 $2 : (2+4) = x : 12$이므로

$6x = 24 \qquad \therefore x = 4$

$\triangle ACD$에서 $4 : (4+2) = 6 : y$이므로

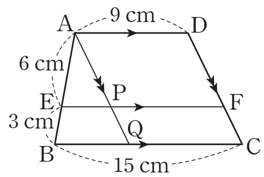
$4y = 36 \qquad \therefore y = 9$

$\therefore x + y = 4 + 9 = 13$

06 $8 : 4 = 10 : \overline{CD}$이므로

$8\overline{CD} = 40 \qquad \therefore \overline{CD} = 5$ cm

07 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{DC}$와 평행한 선분을 그어 $\overline{EF}$, $\overline{BC}$와의 교점을 각각 P, Q라고 하면



$\overline{PF}=\overline{QC}=\overline{AD}=9\text{ cm}$

$\triangle ABQ$에서 $6:(6+3)=\overline{EP}:(15-9)$이므로

$9\overline{EP}=36 \qquad \therefore \overline{EP}=4\text{ cm}$

$\therefore \overline{EF}=\overline{EP}+\overline{PF}=4+9=13(\text{cm})$

08 $\triangle ABG=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times 180=60(\text{cm}^2)$

이때 점 Q는 $\triangle ABG$의 무게중심이므로

$\triangle AQG=\frac{1}{3}\triangle ABG=\frac{1}{3}\times 60=20(\text{cm}^2)$

09 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$, $\overline{GH}:\overline{HD}=2:1$이므로

$\overline{GH}=\frac{2}{3}\overline{GD}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\overline{AD}$

$=\frac{2}{9}\overline{AD}=\frac{2}{9}\times 15$

$=\frac{10}{3}(\text{cm})$

10 $\triangle ABC$에서 $\overline{BM}=\overline{MC}$이므로

$\triangle ABM=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm}^2)$

이때 $\triangle ABM$에서 $\overline{AN}=\overline{NM}$이므로

$\triangle ABN=\frac{1}{2}\triangle ABM=\frac{1}{2}\times 6=3(\text{cm}^2)$

11 $\triangle ABC$에서 $\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{AC}$,

$\triangle BCD$에서 $\overline{QR}=\frac{1}{2}\overline{BD}$,

$\triangle ACD$에서 $\overline{SR}=\frac{1}{2}\overline{AC}$,

$\triangle ABD$에서 $\overline{PS}=\frac{1}{2}\overline{BD}$

따라서 □PQRS의 둘레의 길이는

$\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{SR}+\overline{PS}=\frac{1}{2}\overline{AC}+\frac{1}{2}\overline{BD}+\frac{1}{2}\overline{AC}+\frac{1}{2}\overline{BD}$

$=\overline{AC}+\overline{BD}$

$=32+30=62(\text{cm})$

12 $7:14=9:a$이므로

$7a=126 \qquad \therefore a=18$

$7:21=9:(c+9)$이므로

$7(c+9)=189$, $7c+63=189$, $7c=126$

$\therefore c=18$

$18:18=16:b$에서

$18b=288 \qquad \therefore b=16$

$\therefore a+b+c=18+16+18=52$

13 $\triangle ABC$에서 $\overline{AE}:\overline{EC}=6:4$

$\triangle ADC$에서 $\overline{AE}:\overline{EC}=x:(6-x)$

따라서 $x:(6-x)=6:4$이므로

$4x=6(6-x)$, $4x=36-6x$, $10x=36$

$\therefore x=\frac{18}{5}$

14 $\triangle ADF$와 $\triangle ABC$에서

$\angle A$는 공통, $\angle ADF=\angle ABC=90°$이므로

$\triangle ADF \backsim \triangle ABC$(AA 닮음)

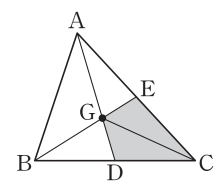
정사각형 DBEF의 한 변의 길이를 x cm라고 하면

$(4-x):4=x:12$이므로 $4x=12(4-x)$

$4x=48-12x$, $16x=48 \qquad \therefore x=3$

따라서 □DBEF의 둘레의 길이는 $3\times 4=12(\text{cm})$

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CG}$를 그으면 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로



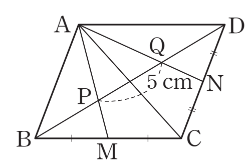
$\triangle GDC=\triangle GCE=\triangle AGE$

$=5\text{ cm}^2$

$\therefore$ □DCEG$=\triangle GDC+\triangle GCE$

$=5+5=10(\text{cm}^2)$

16 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 두 점 P, Q는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 무게중심이므로



$\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$

$\therefore \overline{BD}=3\overline{PQ}=3\times 5=15(\text{cm})$

17 $\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서

$\angle A$는 공통, $\angle B=\angle AED$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$(AA 닮음)

닮음비는 $\overline{AB}:\overline{AE}=8:6=4:3$이므로

넓이의 비는 $4^2:3^2=16:9$이다.

이때 $\triangle ADE=9\text{ cm}^2$이므로

$\triangle ABC:\triangle AED=\triangle ABC:9=16:9$

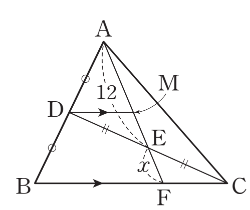
$9\triangle ABC=144 \qquad \therefore \triangle ABC=16\text{ cm}^2$

18 $\triangle ADF$에서 $\overline{GE}=\frac{1}{2}\overline{DF}=\frac{1}{2}\times 8=4(\text{cm})$

$\triangle BCE$에서 $\overline{BE}=2\overline{DF}=2\times 8=16(\text{cm})$

$\therefore \overline{BG}=\overline{BE}-\overline{GE}=16-4=12(\text{cm})$

19 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 선분을 그어 $\overline{AF}$와 만나는 점을 M이라고 하면



$\triangle DEM$과 $\triangle CEF$에서

$\angle DEM=\angle CEF$(맞꼭지각),

$\overline{DE}=\overline{CE}$, $\angle EDM=\angle ECF$(엇각)이므로

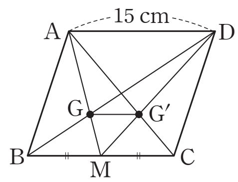
$\triangle DEM\equiv\triangle CEF$(ASA 합동)

즉, $\overline{ME}=\overline{EF}$이고 $\triangle ABF$에서 $\overline{AM}=\overline{MF}$이므로

$12-x=2x$, $3x=12 \qquad \therefore x=4$

따라서 $\overline{EF}$의 길이는 4이다.

20 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$의 중점을 M이라 하고 $\overline{AM}$, $\overline{DM}$을 그으면



$\overline{GG'} /\!/ \overline{BC} /\!/ \overline{AD}$이고

점 G′, G는 각각 △DBC, △ABC의 무게중심이므로

$\overline{MG'} : \overline{G'D} = 1 : 2$, $\overline{MG} : \overline{GA} = 1 : 2$

즉, $\overline{GG'} : \overline{AD} = 1 : (1+2) = 1 : 3$

$\therefore \overline{GG'} = \frac{1}{3}\overline{AD} = \frac{1}{3} \times 15 = 5(\text{cm})$

21 △AFE와 △ABC에서

$\overline{AF} : \overline{AB}$, $\overline{AE} : \overline{AC} = 1 : 2$, ∠A는 공통이므로

△AFE∽△ABC(SAS 닮음)

닮음비가 1 : 2이므로

넓이의 비는 $1^2 : 2^2 = 1 : 4$이다.

△ABC의 넓이를 $24S$라고 하면

△AFE : △ABC = △AFE : $24S$ = 1:4이므로

$4\triangle AFE = 24S \qquad \therefore AFE = 6S$

이때 점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$\triangle GCE = \triangle GDC = \frac{1}{6}\triangle ABC$

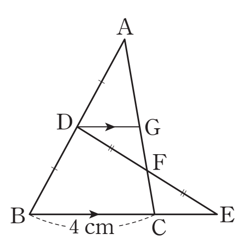
$= \frac{1}{6} \times 24S = 4S$

$\therefore \square EGDC = \triangle GCE + \triangle GDC = 4S + 4S = 8S$

따라서 △AFE의 넓이와 □EGDC의 넓이의 비는

$6S : 8S = 3 : 4$

22 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 평행한 선분을 그어 $\overline{AC}$와 만나는 점을 G라고 하면



$\overline{DG} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 4 = 2(\text{cm})$

△FDG와 △FEC에서

∠DFG = ∠EFC(맞꼭지각),

$\overline{FD} = \overline{FE}$, ∠FDG = ∠FEC(엇각)이므로

△FDG≡△FEC(ASA 합동)

따라서 $\overline{EC} = \overline{DG} = 2$ cm이므로

$\overline{BE} = \overline{BC} + \overline{CE} = 4 + 2 = 6(\text{cm})$

23 ∠BAD = ∠DAC, $\overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 5$이므로

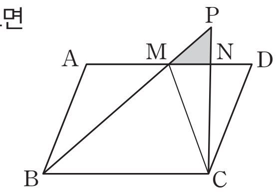
$\overline{BD} : \overline{CD} = 3 : 5$

$\therefore \triangle ABD = \frac{3}{8}\triangle ABC = \frac{3}{8} \times 120 = 45(\text{cm}^2)$

이때 점 G는 △ABD의 무게중심이므로

$\square FBMG = \frac{1}{3}\triangle ABD = \frac{1}{3} \times 45 = 15(\text{cm}^2)$

24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{MC}$를 그으면



$\triangle MBC = \frac{1}{2}\square ABCD$

$= \frac{1}{2} \times 72 = 36(\text{cm}^2)$

$\triangle MCN = \frac{1}{8}\square ABCD$

$= \frac{1}{8} \times 72 = 9(\text{cm}^2)$

$\therefore \square MBCN = \triangle MBC + \triangle MCN = 36 + 9 = 45(\text{cm}^2)$

△PMN과 △PBC에서

∠PMN = ∠PBC(동위각), ∠P는 공통이므로

△PMN∽△PBC(AA 닮음)

닮음비가 $\overline{MN} : \overline{BC} = 1 : 4$이므로

넓이의 비는 $1^2 : 4^2 = 1 : 16$이다.

△PMN : □MBCN = △PMN : 45 = 1 : 15이므로

$15\triangle PMN = 45 \qquad \therefore \triangle PMN = 3\text{ cm}^2$

25 $\overline{AE}$는 ∠BAC의 이등분선이므로

$\overline{BE} : \overline{EC} = 12 : 8 = 3 : 2 \qquad \therefore \overline{BE} = \frac{3}{5}\overline{BC}$

이때 $\overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$이므로

$\overline{DE} = \overline{BE} - \overline{BD} = \frac{3}{5}\overline{BC} - \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{10}\overline{BC}$

즉, $\overline{BC} : \overline{DE} = 10 : 1$이므로

$\triangle ADE = \frac{1}{10}\triangle ABC = \frac{1}{10} \times 60 = 6$

따라서 $\overline{AG} : \overline{AD} = 2 : 3$이므로

$\triangle AGE = \frac{2}{3}\triangle ADE = \frac{2}{3} \times 6 = 4$

26 △ABC에서 $9 : (9+6) = \overline{EP} : 20$이므로

$15\overline{EP} = 180 \qquad \therefore \overline{EP} = 12\text{ cm}$ …… ❶

△CDA에서 $6 : (6+9) = \overline{PF} : 10$이므로

$15\overline{PF} = 60 \qquad \therefore \overline{PF} = 4\text{ cm}$ …… ❷

$\therefore \overline{EF} = \overline{EP} + \overline{PF} = 12 + 4 = 16(\text{cm})$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{EP}$의 길이 구하기	2점
❷ $\overline{PF}$의 길이 구하기	2점
❸ $\overline{EF}$의 길이 구하기	1점

27 △ABE∽△CDE(AA 닮음)이므로

닮음비는 $\overline{BE} : \overline{DE} = 6 : 15 = 2 : 5$

△DBC에서 $x : 15 = \overline{BE} : \overline{BD} = 2 : (2+5)$이므로

$7x = 30 \qquad \therefore x = \frac{30}{7}$ …… ❶

또, $y : 20 = 2 : (2+5)$이므로

$7y = 40 \qquad \therefore y = \frac{40}{7}$ …… ❷

$\therefore x + y = \frac{30}{7} + \frac{40}{7} = 10$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ x의 값 구하기	2점
❷ y의 값 구하기	2점
❸ $x+y$의 값 구하기	1점

28 점 P는 △EBC의 무게중심이므로

$\triangle PBD=\frac{1}{6}\triangle EBC$ …… ❶

이때 $\overline{AC}:\overline{EC}=3:2$이므로

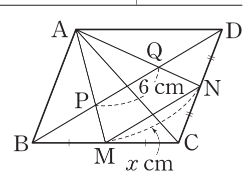
$\triangle EBC=\frac{2}{3}\triangle ABC$ …… ❷

$\therefore\ \triangle PBD=\frac{1}{6}\triangle EBC=\frac{1}{6}\times\frac{2}{3}\triangle ABC=\frac{1}{9}\triangle ABC$

$=\frac{1}{9}\times 45=5(\mathrm{cm}^2)$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\triangle PBD=\frac{1}{6}\triangle EBC$임을 알기	2점
❷ $\triangle EBC=\frac{2}{3}\triangle ABC$임을 알기	2점
❸ △PBD의 넓이 구하기	1점

29 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면 점 P와 점 Q는 각각 △ABC, △ACD의 무게중심이므로



$\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$

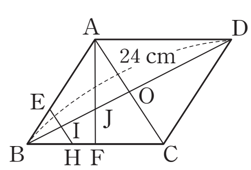
$\therefore\ \overline{BD}=3\overline{PQ}=3\times 6=18(\mathrm{cm})$ …… ❶

따라서 △BCD에서

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 18=9(\mathrm{cm})$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ $\overline{BD}$의 길이 구하기	3점
❷ $\overline{MN}$의 길이 구하기	2점

30 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그어 $\overline{BD}$와의 교점을 O라고 하면



$\overline{BO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 24$

$=12(\mathrm{cm})$ …… ❶

점 J는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{BJ}=\frac{2}{3}\overline{BO}=\frac{2}{3}\times 12=8(\mathrm{cm})$ …… ❷

△BCA에서 $\overline{BE}:\overline{BA}=\overline{BH}:\overline{BC}=1:3$이므로

$\overline{EH}\,/\!/\,\overline{AC}$

따라서 $\overline{BI}:\overline{BO}=1:3$이므로

$\overline{BI}=\frac{1}{3}\overline{BO}=\frac{1}{3}\times 12=4(\mathrm{cm})$ …… ❸

$\therefore\ \overline{IJ}=\overline{BJ}-\overline{BI}=8-4=4(\mathrm{cm})$ …… ❹

채점 기준	배점
❶ $\overline{BO}$의 길이 구하기	1점
❷ $\overline{BJ}$의 길이 구하기	1점
❸ $\overline{BI}$의 길이 구하기	2점
❹ $\overline{IJ}$의 길이 구하기	1점

3. 피타고라스 정리

01. 피타고라스 정리

소단원 테스트 [1회] 79쪽

01 ④ **02** ③ **03** 2 **04** 13 cm
05 ② **06** 289 cm^2 **07** 172 **08** ①

01 □ABED=□BFGC+□ACHI이므로

40=□BFGC+14 ∴ □BFGC=26(cm^2)

02 △ABC에서 $\overline{AB}^2=10^2-6^2=64$ $\therefore\ \overline{AB}=8$ cm

$\therefore\ \triangle ABF=\triangle EBC=\triangle EBA$

$=\frac{1}{2}$□ADEB

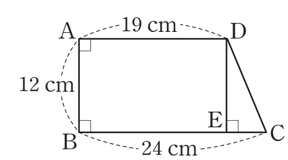
$=\frac{1}{2}\times 8^2=32(\mathrm{cm}^2)$

03 △BCD에서 $y^2=25^2-7^2=576$ $\therefore\ y=24$

△ABD에서 $x^2=10^2+24^2=676$ $\therefore\ x=26$

$\therefore\ x-y=26-24=2$

04 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 E라고 하면



$\overline{BE}=\overline{AD}=19$ cm

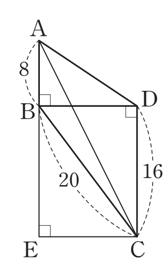
$\therefore\ \overline{EC}=\overline{BC}-\overline{BE}=24-19=5(\mathrm{cm})$

이때 $\overline{DE}=\overline{AB}=12$ cm이므로

△DEC에서 $\overline{CD}^2=12^2+5^2=169$ $\therefore\ \overline{CD}=13$ cm

05 △BCD에서 $\overline{BD}^2=20^2-16^2=144$ $\therefore\ \overline{BD}=12$

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AB}$의 연장선에 내린 수선의 발을 E라고 하면



$\overline{BE}=\overline{DC}=16$, $\overline{EC}=\overline{BD}=12$이므로

△AEC에서

$\overline{AC}^2=12^2+(8+16)^2=720$

06 $\overline{EH}=x$ cm라고 하면 □EFGH=169 cm^2이므로

$x^2=169$ $\therefore\ x=13$

△AEH에서 $\overline{AH}^2=13^2-12^2=25$ $\therefore\ \overline{AH}=5$ cm

이때 △AEH≡△BFE≡△CGF≡△DHG(SAS 합동)이므로

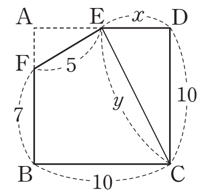
$\overline{BE}=\overline{AH}=5$ cm

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{AE}+\overline{EB}=12+5=17$

따라서 □ABCD의 넓이는

$17\times 17=289(\mathrm{cm}^2)$

07 오른쪽 그림과 같이 잘리기 전의 종이를 정사각형 ABCD라고 하면



$\overline{AF}=10-7=3$

$\triangle AFE$에서

$\overline{AE}^2=5^2-3^2=16$　　$\therefore \overline{AE}=4$

$\therefore x=10-4=6$

$\triangle ECD$에서 $\overline{EC}^2=6^2+10^2=136$　　$\therefore y^2=136$

$\therefore x^2+y^2=6^2+136=172$

08 $\triangle ABE$와 $\triangle ECD$에서

$\angle B=\angle C=90°$, $\overline{AE}=\overline{ED}$,

$\angle BAE=90°-\angle BEA=\angle CED$이므로

$\triangle ABE\equiv\triangle ECD$(RHA 합동)

즉, $\overline{BE}=\overline{CD}=3$ cm, $\overline{EC}=\overline{AB}=8$ cm

$\therefore \overline{AE}^2=8^2+3^2=73$

따라서 $\triangle AED$는 $\overline{AE}=\overline{DE}$인 직각이등변삼각형이므로

$\triangle AED=\frac{1}{2}\times\overline{AE}^2=\frac{1}{2}\times 73=\frac{73}{2}(\text{cm}^2)$

소단원 테스트 [2회] 80쪽

01 6　**02** ①　**03** ①　**04** ①　**05** ⑤

06 53 cm²　**07** $\frac{225}{2}$　**08** 50 cm²

01 $\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는

□ACFG+□BDEC이므로

$\overline{AB}^2=16+20=36$　　$\therefore \overline{AB}=6$

02 $\triangle ABD$에서 $\overline{BD}^2=169-12^2=25$　　$\therefore \overline{BD}=5$ cm

$\triangle ADC$에서 $\overline{DC}^2=400-12^2=256$　　$\therefore \overline{DC}=16$ cm

따라서 $\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{DC}=5+16=21(\text{cm})$이므로

$\overline{BC}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는

$21\times 21=441(\text{cm}^2)$

03 $\overline{OB}^2=1^2+1^2=2$, $\overline{OC}^2=1^2+2=3$,

$\overline{OD}^2=1^2+3=4$　　$\therefore a=2$

$\overline{OE}^2=1^2+2^2=5$, $\overline{OF}^2=1^2+5=6$,

$\overline{OG}^2=1^2+6=7$　　$\therefore b=7$

$\therefore a+b=2+7=9$

04 $\triangle ABR\equiv\triangle BCS\equiv\triangle CDP\equiv\triangle DAQ$(SAS 합동)이므로

□PQRS는 정사각형이다.

$\triangle ABR$에서 $\overline{AR}^2=5^2-3^2=16$　　$\therefore \overline{AR}=4$ cm

이때 $\overline{AQ}=\overline{BR}=3$ cm이므로

$\overline{QR}=\overline{AR}-\overline{AQ}=4-3=1(\text{cm})$

따라서 □PQRS의 넓이는

$1\times 1=1(\text{cm}^2)$

05 $\triangle ABE\equiv\triangle BCF\equiv\triangle CDG\equiv\triangle DAH$(SAS 합동)이므로

□EFGH는 정사각형이다.

$\triangle ABE$에서 $\overline{BE}^2=29-5^2=4$　　$\therefore \overline{BE}=2$

이때 $\overline{BF}=\overline{AE}=5$이므로

$\overline{EF}=\overline{BF}-\overline{BE}=5-2=3$

따라서 □EFGH의 넓이는

$3\times 3=9$

06 $\triangle ABC\equiv\triangle CDE$이므로

$\overline{BC}=\overline{DE}=9$ cm, $\overline{CD}=\overline{AB}=5$ cm

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=5^2+9^2=106$

따라서 $\triangle ACE$는 $\overline{AC}=\overline{CE}$인 직각이등변삼각형이므로

$\triangle ACE=\frac{1}{2}\times\overline{AC}^2=\frac{1}{2}\times 106=53(\text{cm}^2)$

07 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}^2=15^2-9^2=144$　　$\therefore \overline{AB}=12$

$\therefore \triangle ADE=\frac{1}{2}\square ADEB=\frac{1}{2}\times 12^2=72$

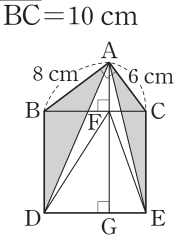
$\triangle LGC=\frac{1}{2}\square ACHI=\frac{1}{2}\times 9^2=\frac{81}{2}$

따라서 색칠한 부분의 넓이의 합은

$72+\frac{81}{2}=\frac{225}{2}$

08 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=8^2+6^2=100$　　$\therefore \overline{BC}=10$ cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DF}$, $\overline{FE}$를 그으면



$\overline{BD}/\!/\overline{AG}$이므로

$\triangle ABD=\triangle FBD$

$\overline{AG}/\!/\overline{CE}$이므로

$\triangle ACE=\triangle FCE$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\triangle FBD+\triangle FCE=\frac{1}{2}\square BDEC$

$=\frac{1}{2}\times 10^2=50(\text{cm}^2)$

02. 피타고라스 정리와 도형의 성질

소단원 테스트 [1회] 81쪽

01 ③	**02** 30 cm^2	**03** 4	**04** ①
05 ⑤	**06** 96 cm^2	**07** ⑤	**08** $\frac{25}{2}\pi\text{ cm}^2$

01 ③ $2^2+3^2\neq4^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

02 (색칠한 부분의 넓이)$=50-20=30(\text{cm}^2)$

03 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로
$8^2+1^2=7^2+\overline{DP}^2$
$\overline{DP}^2=65-49=16 \qquad \therefore \overline{DP}=4$

04 $\overline{AD}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{DC}^2$이므로
$x^2+8^2=6^2+y^2$
$\therefore y^2-x^2=64-36=28$

05 $\overline{AE}^2+\overline{CD}^2=\overline{AC}^2+\overline{DE}^2$이므로
$\overline{AE}^2+10^2=13^2+\overline{DE}^2$
$\therefore \overline{AE}^2-\overline{DE}^2=169-100=69$

06 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}^2=20^2-12^2=256$
$\therefore \overline{AB}=16\text{ cm}$
따라서 색칠한 부분의 넓이는
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times16\times12=96(\text{cm}^2)$

07 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=5^2+12^2=169 \qquad \therefore \overline{BC}=13$
$\overline{AC}^2=\overline{BC}\times\overline{CD}$이므로
$12^2=13\times\overline{CD} \qquad \therefore \overline{CD}=\frac{144}{13}$

08 $\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이가 $8\pi\text{ cm}^2$이므로
$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2=8\pi$, $\overline{AC}^2=64 \qquad \therefore \overline{AC}=8\text{ cm}$
$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=6^2+8^2=100 \qquad \therefore \overline{BC}=10\text{ cm}$
따라서 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2=\frac{1}{2}\times\pi\times\frac{100}{4}=\frac{25}{2}\pi(\text{cm}^2)$

소단원 테스트 [2회] 82쪽

01 17	**02** ⑤	**03** ④	**04** ②	**05** $18\pi\text{ cm}^2$
06 ⑤	**07** 150	**08** $48\pi\text{ cm}^3$		

01 $x^2=8^2+15^2=289 \qquad \therefore x=17$

02 $P+Q=R$이므로
$R=18\pi+32\pi=50\pi(\text{cm}^2)$
이때 $R=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2=\frac{\overline{BC}^2}{8}\pi$이므로
$\frac{\overline{BC}^2}{8}\pi=50\pi \qquad \therefore \overline{BC}=20\text{ cm}$

03 $\triangle BCO$에서 $\overline{BC}^2=4^2+4^2=32$
이때 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로
$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=5^2+32=57$

04 $S_1+S_2=S_3$이므로
$S_2=50\pi-16\pi=34\pi(\text{cm}^2)$

05 $\overline{BD}=\frac{3}{2}\overline{BG}=\frac{3}{2}\times4=6(\text{cm})$
직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로
$\overline{CD}=\overline{AD}=\overline{BD}=6\text{ cm}$
따라서 색칠한 부분의 넓이의 합은 $\overline{CA}$를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로 구하는 넓이의 합은
$\frac{1}{2}\times\pi\times6^2=18\pi(\text{cm}^2)$

06 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=6^2+8^2=100 \qquad \therefore \overline{BC}=10\text{ cm}$
$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AD}$이므로
$6\times8=10\times\overline{AD} \qquad \therefore \overline{AD}=\frac{24}{5}\text{ cm}$
$\overline{AC}^2=\overline{BC}\times\overline{CD}$이므로
$8^2=10\times\overline{CD} \qquad \therefore \overline{CD}=\frac{32}{5}\text{ cm}$
$\therefore \triangle ACD=\frac{1}{2}\times\frac{32}{5}\times\frac{24}{5}=\frac{384}{25}(\text{cm}^2)$

07 $\overline{AB} : \overline{BC}=3 : 5$이므로
$\overline{AB}=3k$, $\overline{BC}=5k$라고 하면
$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=(5k)^2-(3k)^2=16k^2$
$\therefore \overline{AC}=4k$
즉, 색칠한 부분의 넓이는
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times3k\times4k=6k^2$
이때 색칠한 부분의 넓이가 36이므로
$6k^2=36 \qquad \therefore k^2=6$
$\therefore \overline{BC}^2=(5k)^2=25k^2=25\times6=150$

08 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=10^2-6^2=64 \qquad \therefore \overline{AC}=8\text{ cm}$
$\therefore \overline{CD}=\frac{1}{2}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times8=4(\text{cm})$

따라서 △ABD를 직선 l을 축으로 하여 1회전 시킬 때 만들어지는 입체도형의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times8-\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times4=48\pi(\text{cm}^3)$

중단원 테스트 [1회] 83~84쪽

01 ③ **02** ② **03** 120 cm^2 **04** 18
05 $\frac{33}{5}$ cm **06** $8\pi\text{ cm}^2$ **07** ④
08 10 cm **09** ③ **10** ④ **11** ③
12 ① **13** $\frac{252}{25}\text{ cm}^2$ **14** 23 **15** 50 cm^2
16 풀이 참조

01 ③ $10^2=6^2+8^2$이므로 직각삼각형이다.

02 $\triangle ABE\equiv\triangle BCF\equiv\triangle CDG\equiv\triangle DAH$(SAS 합동)이므로
□EFGH는 정사각형이다.
△ABE에서 $\overline{BE}^2=10^2-8^2=36$ $\therefore \overline{BE}=6$
이때 $\overline{AH}=\overline{BE}=6$이므로
$\overline{HE}=\overline{AE}-\overline{AH}=8-6=2$
따라서 □EFGH의 넓이는
$2\times2=4$

03 가로의 길이와 세로의 길이의 비가 1 : 3이므로
가로의 길이를 k cm, 세로의 길이를 $3k$ cm라고 하면
$k^2+(3k)^2=10k^2$
이때 대각선의 길이가 20 cm이므로
$10k^2=20^2$ $\therefore k^2=40$
따라서 구하는 직사각형의 넓이는
$k\times3k=3k^2=3\times40=120(\text{cm}^2)$

04 △AHC에서 $\overline{AH}^2=5^2-4^2=9$ $\therefore \overline{AH}=3$
따라서 △ABH에서
$\overline{AB}^2=3^2+3^2=18$

05 $\triangle DBC=\triangle ABC-\triangle ADC$
이때 $\triangle ADC=\frac{1}{2}\times5\times12=30(\text{cm}^2)$이므로
$66=\frac{1}{2}\times(\overline{BD}+5)\times12-30$
$66=6\overline{BD}$ $\therefore \overline{BD}=11$ cm
△ABC에서 $\overline{BC}^2=(5+11)^2+12^2=400$
$\therefore \overline{BC}=20$ cm
따라서 △DBC의 넓이가 66 cm^2이므로
$20\times\overline{DE}\times\frac{1}{2}=66$ $\therefore \overline{DE}=\frac{33}{5}$ cm

06 색칠한 부분의 넓이의 합은 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로 구하는 넓이의 합은
$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{8}{2}\right)^2=8\pi(\text{cm}^2)$

07 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면
$x^2+x^2=2x^2$
정사각형의 대각선의 길이와 원의 지름의 길이는 같으므로
$2x^2=10^2$ $\therefore x^2=50$
따라서 정사각형의 넓이는
$x\times x=x^2=50(\text{cm}^2)$

08 □ABCD의 넓이가 4 cm^2이므로
$\overline{BC}^2=4\text{ cm}^2$ $\therefore \overline{BC}=2$ cm
□ECGF의 넓이가 36 cm^2이므로
$\overline{CG}^2=36\text{ cm}^2$ $\therefore \overline{CG}=6$ cm
△BGF에서 $\overline{BG}=2+6=8(\text{cm})$, $\overline{FG}=6$ cm이므로
$\overline{BF}^2=8^2+6^2=100$ $\therefore \overline{BF}=10$ cm

09 □AFGB=□EACD+□CBHI이므로
$46=$□EACD$+10$ ∴ □EACD$=36(\text{cm}^2)$
따라서 □EACD$=\overline{AC}^2=36$이므로
$\overline{AC}=6$ cm

10 $\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$(SAS 합동)이므로
□EFGH는 정사각형이다.
이때 $\overline{DH}=\overline{AE}=8$ cm이므로
$\overline{AH}=\overline{AD}-\overline{DH}=14-8=6(\text{cm})$
△AEH에서 $\overline{EH}^2=8^2+6^2=100$ $\therefore \overline{EH}=10$ cm
따라서 □EFGH의 넓이는
$10\times10=100(\text{cm}^2)$

11 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로
$\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AC}=80$ cm, $\overline{OD}=\frac{1}{2}\overline{BO}=150$ cm
△AOD에서
$\overline{AD}^2=150^2+80^2=28900$ $\therefore \overline{AD}=170$ cm

12 $\triangle AED\equiv\triangle BCE$이므로
$\overline{AE}=\overline{BC}=5$
△AED에서 $\overline{DE}^2=5^2+12^2=169$ $\therefore \overline{DE}=13$
△DEC는 $\overline{DE}=\overline{CE}=13$인 직각이등변삼각형이므로
$\overline{CD}^2=13^2+13^2=338$
따라서 $\overline{CD}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{CD}}{2}\right)^2=\frac{1}{2}\times\pi\times\frac{338}{4}=\frac{169}{4}\pi$

13 △ABC에서 $\overline{BC}^2=8^2+6^2=100$ $\therefore \overline{BC}=10$ cm
이때 △BDE와 △BCA에서
∠B는 공통, $\angle BED=\angle BAC=90^\circ$이므로
$\triangle BDE\backsim\triangle BCA$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{DE}:\overline{CA}=\overline{BD}:\overline{BC}=3:10$이므로
$\overline{DE}:6=3:10$, $10\overline{DE}=18$

$\therefore \overline{DE}=\frac{9}{5}$ cm

같은 방법으로 하면 $\triangle CDF \backsim \triangle CBA$(AA 닮음)이므로

닮음비는 $\overline{DF}:\overline{BA}=\overline{CD}:\overline{CB}=(10-3):10=7:10$

즉, $\overline{DF}:8=7:10$이므로

$10\overline{DF}=56 \qquad \therefore \overline{DF}=\frac{28}{5}$ cm

따라서 □AEDF의 넓이는

$\frac{9}{5}\times\frac{28}{5}=\frac{252}{25}(\text{cm}^2)$

14 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$이므로

$4^2+5^2=3^2+\overline{AD}^2$

$\therefore \overline{AD}^2=32$ …… ❶

$\triangle AOD$에서 $\overline{OD}^2=32-3^2=23$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ $\overline{AD}^2$의 값 구하기	4점
❷ $\overline{OD}^2$의 값 구하기	3점

15 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}^2=8^2+6^2=100$

$\therefore \overline{BC}=10$ cm …… ❶

$\therefore \triangle FDE=\frac{1}{2}\square BDEC$

$=\frac{1}{2}\times 10^2=50(\text{cm}^2)$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ $\overline{BC}$의 길이 구하기	3점
❷ $\triangle FDE$의 넓이 구하기	4점

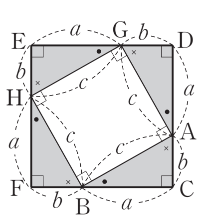
16 □HBAG는 한 변의 길이가 c인 마름모이고

$\angle ABC+\angle HBF=\angle ABC+\angle BAC=90^\circ$이므로

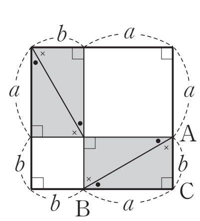
$\angle HBA=90^\circ$

즉, 한 각의 크기가 90°인 마름모는 정사각형이므로

□HBAG는 정사각형이다. …… ❶



[그림 1]



[그림 2]

한편, [그림 1]의 세 직각삼각형을 옮겨 붙여서 [그림 2]와 같이 나타내면 [그림 1]의 한 변의 길이가 c인 정사각형 HBAG의 넓이는 [그림 2]의 한 변의 길이가 각각 a, b인 두 정사각형의 넓이의 합과 같다.

$\therefore a^2+b^2=c^2$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ □HBAG는 정사각형임을 알기	4점
❷ 피타고라스 정리 설명하기	4점

중단원 테스트 [2회]

85~86쪽

01 ②	**02** 40 cm^2	**03** ①	**04** ⑤
05 200	**06** 12 cm	**07** 108 cm^2	
08 ④	**09** 150 cm^2	**10** ④	**11** ⑤
12 20 cm	**13** 18	**14** 2450 cm^2	
15 20	**16** 풀이 참조		

01 $\triangle ABD$에서 $\overline{AB}^2=13^2-4^2=153$

따라서 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC}^2=(4+8)^2+153=297$

02 색칠한 부분의 넓이는

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 8=40(\text{cm}^2)$

03 $\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$(SAS 합동)이므로

□EFGH는 정사각형이다.

$\overline{HD}=\overline{GC}=9$ cm이므로

$\triangle DHG$에서 $\overline{HG}^2=14^2+9^2=277$

따라서 □EFGH의 넓이는

$\overline{HG}\times\overline{HG}=\overline{HG}^2=277(\text{cm}^2)$

04 $S_1=6\times 6=36(\text{cm}^2)$이고 $S_1:S_2=1:4$이므로

$S_2=4S_1=4\times 36=144(\text{cm}^2)$

□BGFC=□AIHB+□ACED이므로

□BGFC$=36+144=180(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle JGF=\frac{1}{2}\square BGFC=\frac{1}{2}\times 180=90(\text{cm}^2)$

05 (ⅰ) x가 가장 긴 변의 길이일 때

$x^2=10^2+6^2=136$

(ⅱ) 10 cm가 가장 긴 변의 길이일 때

$10^2=x^2+6^2 \qquad \therefore x^2=64$

(ⅰ), (ⅱ)에서 직각삼각형이 되도록 하는 모든 x^2의 값의 합은

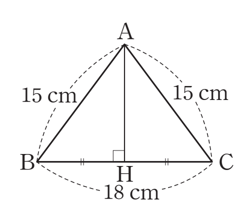
$136+64=200$

06 $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=25^2-15^2=400 \qquad \therefore \overline{AC}=20$ cm

이때 $\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AH}$이므로

$15\times 20=25\times\overline{AH} \qquad \therefore \overline{AH}=12$ cm

07 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{BH}=\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}\times 18=9(\text{cm})$

$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}^2=15^2-9^2=144 \qquad \therefore \overline{AH}=12$ cm

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 18\times 12=108(\text{cm}^2)$

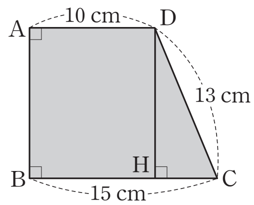
08 원 O의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

△OAB에서 $r^2=13^2-10^2=69$

따라서 원 O의 넓이는

$\pi r^2=69\pi$

09 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{BH}=\overline{AD}=10$ cm이므로

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}$

$=15-10=5(\text{cm})$

△DHC에서 $\overline{DH}^2=13^2-5^2=144$ $\quad\therefore \overline{DH}=12$ cm

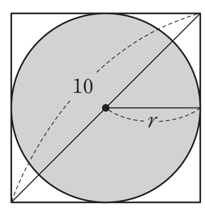
$\therefore \square\text{ABCD}=\frac{1}{2}\times(10+15)\times12=150(\text{cm}^2)$

10 △AOH에서 $\overline{AO}^2=6^2+8^2=100$ $\quad\therefore \overline{AO}=10$ cm

따라서 구하는 옆면의 넓이는

$\pi\times6\times10=60\pi(\text{cm}^2)$

11 원의 반지름의 길이를 r라고 하면



$(2r)^2+(2r)^2=10^2$

$8r^2=100$ $\quad\therefore r^2=\frac{25}{2}$

따라서 원의 넓이는

$\pi r^2=\frac{25}{2}\pi$

12 □CEFG의 넓이가 144 cm^{2}이므로

$\overline{FE}^2=144$ $\quad\therefore \overline{FE}=12$ cm

이때 $\overline{BC}=4$ cm이므로

△BEF에서 $\overline{BF}^2=(4+12)^2+12^2=400$

$\therefore \overline{BF}=20$ cm

13 $\overline{OA}^2+\overline{OC}^2=\overline{OB}^2+\overline{OD}^2$이므로

$3^2+5^2=4^2+x^2$ $\quad\therefore x^2=18$

14 △AED는 $\overline{AE}=\overline{ED}$인 직각이등변삼각형이고

△AED$=1250$ cm^{2}이므로

$\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{ED}=1250,\ \overline{AE}^2=2500$

$\therefore \overline{AE}=50$ cm …… ❶

△ABE에서 $\overline{BE}^2=\overline{AE}^2-\overline{AB}^2=50^2-30^2=1600$

$\therefore \overline{BE}=40$ cm …… ❷

$\overline{EC}=\overline{AB}=30$ cm, $\overline{CD}=\overline{BE}=40$ cm이므로

$\therefore \square\text{ABCD}=\frac{1}{2}\times(30+40)\times(30+40)$

$=2450(\text{cm}^2)$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ $\overline{AE}$의 길이 구하기	2점
❷ $\overline{BE}$의 길이 구하기	2점
❸ 사다리꼴 ABCD의 넓이 구하기	3점

15 △AEH에서 $\overline{HE}^2=1^2+3^2=10$ …… ❶

△AEH≡△BFE≡△CGF≡△DHG(SAS 합동)이므로

□EFGH는 정사각형이다.

$\therefore \overline{HF}^2=\overline{HE}^2+\overline{EF}^2=10+10=20$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ $\overline{HE}^2$의 값 구하기	3점
❷ $\overline{HF}^2$의 값 구하기	4점

16 $P=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{\pi}{8}a^2,$

$Q=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{b}{2}\right)^2=\frac{\pi}{8}b^2,$

$R=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{c}{2}\right)^2=\frac{\pi}{8}c^2$ …… ❶

따라서 피타고라스 정리에 의하여 $c^2=a^2+b^2$이므로

$P+Q=\frac{\pi}{8}a^2+\frac{\pi}{8}b^2$

$=\frac{\pi}{8}(a^2+b^2)$

$=\frac{\pi}{8}c^2=R$ …… ❷

채점 기준	배점
❶ P, Q, R의 넓이 구하기	6점
❷ $P+Q=R$임을 설명하기	2점

대단원 테스트 [1회] 87~92쪽

01 ④	**02** ③	**03** ②	**04** 6	**05** 72 cm^3
06 8 cm^2	**07** 192 cm^2		**08** ④	**09** ③
10 ①	**11** ④	**12** ④	**13** ③	**14** ①
15 ⑤	**16** ②	**17** ②	**18** ③	**19** $\frac{36}{5}$ cm
20 ②	**21** 96 cm^2		**22** ④	**23** 18
24 ③	**25** ④	**26** $\frac{75}{4}$ cm^2		**27** 44
28 6.4 m	**29** $\frac{24}{5}$ cm		**30** ⑤	**31** ④
32 21	**33** ⑤	**34** $\frac{23}{4}$ cm		**35** ①
36 ③	**37** 20 cm^2		**38** 72	**39** 4 cm^2
40 8	**41** ④	**42** ③	**43** 56 cm^2	
44 45	**45** 120 cm^2			

01 ④ $6^2+8^2=10^2$이므로 직각삼각형이다.

02 $\triangle ABE$와 $\triangle FDA$에서
$\angle BAE=\angle DFA$(엇각), $\angle ABE=\angle FDA$이므로
$\triangle ABE \backsim \triangle FDA$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{BE}:\overline{DA}=10:15=2:3$이므로
$\overline{AB}:\overline{FD}=8:(8+\overline{CF})=2:3$
$16+2\overline{CF}=24$ $\quad\therefore \overline{CF}=4$ cm

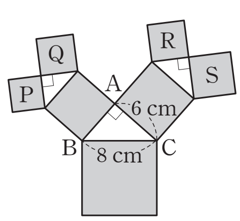
03 ② $a:d=c:f$일 때 $\angle B=\angle E$이어야 닮음이 된다.

04 $6:4=9:x$이므로
$6x=36$ $\quad\therefore x=6$

05 닮음비가 $2:3$이므로
부피의 비는 $2^3:3^3=8:27$이다.
정사면체 A의 부피를 $V\ \mathrm{cm}^3$라고 하면
$V:243=8:27$이므로
$27V=1944$ $\quad\therefore V=72$
따라서 정사면체 A의 부피는 72 cm^3이다.

06 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}^2=5^2-3^2=16$ $\quad\therefore \overline{AB}=4$ cm
$\therefore \triangle ABH=\triangle BLH=\frac{1}{2}\square BHML$
$=\frac{1}{2}\square AEDB=\frac{1}{2}\times\overline{AB}^2$
$=\frac{1}{2}\times4^2=8(\mathrm{cm}^2)$

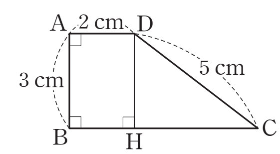
07 오른쪽 그림과 같이 정사각형 4개의 넓이를 각각 P, Q, R, S라고 하자.



$\triangle ABC$에서
$\overline{AB}^2=8^2-6^2=28$
이때 $P+Q$, $R+S$의 값은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이와 같으므로
$P+Q=\overline{AB}^2=28\ \mathrm{cm}^2$, $R+S=\overline{AC}^2=36\ \mathrm{cm}^2$
따라서 색칠한 정사각형 7개의 넓이의 합은
$36+36+28+28+8^2=192(\mathrm{cm}^2)$

08 ①, ②, ③, ⑤ $\triangle ABC$와 $\triangle EBD$에서
$\overline{AB}:\overline{EB}=24:16=3:2$,
$\overline{BC}:\overline{BD}=18:12=3:2$,
$\angle B$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle EBD$(SAS 닮음)
④ $\overline{AC}:10=3:2$이므로
$2\overline{AC}=30$ $\quad\therefore \overline{AC}=15$ cm
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

09 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\triangle CDH$에서
$\overline{CH}^2=5^2-3^2=16$ $\quad\therefore \overline{CH}=4$ cm
이때 $\overline{BH}=\overline{AD}=2$ cm이므로
$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=2+4=6(\mathrm{cm})$

10 $3:5=4:(4+x)$이므로
$12+3x=20$ $\quad\therefore x=\frac{8}{3}$
$3:5=2:y$이므로
$3y=10$ $\quad\therefore y=\frac{10}{3}$
$\therefore x+y=\frac{8}{3}+\frac{10}{3}=6$

11 닮음비는 $1:2$이므로
부피의 비는 $1^3:2^3=1:8$이다.
따라서 작은 컵으로 물을 8번 부으면 큰 컵을 가득 채울 수 있다.

12 $\triangle ABE$와 $\triangle DAE$에서
$\angle BEA=\angle AED=90^\circ$,
$\angle ABE=90^\circ-\angle EAB=\angle DAE$이므로
$\triangle ABE \backsim \triangle DAE$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{AE}:\overline{DE}=6:8=3:4$이므로
$\overline{BE}:\overline{AE}=\overline{BE}:6=3:4$, $4\overline{BE}=18$
$\therefore \overline{BE}=\frac{9}{2}$ cm
$\therefore \overline{BD}=\overline{BE}+\overline{ED}=\frac{9}{2}+8=\frac{25}{2}(\mathrm{cm})$

13 $9^2+12^2=225=15^2$이므로
$8+x=15 \qquad \therefore x=7$
$y^2=(10+7)^2-8^2=225 \qquad \therefore y=15$
$25^2-7^2=576=24^2$이고 $\frac{1}{3}\times24=8$이므로
$z^2=6^2+8^2=100 \qquad \therefore z=10$
$\therefore x+y-z=7+15-10=12$

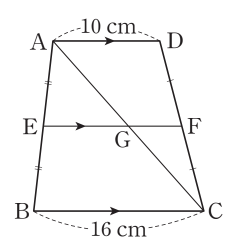
14 $\overline{GG'}:\overline{G'D}=2:1$이므로
$\triangle GBD=\frac{3}{2}\triangle GBG'=\frac{3}{2}\times5=\frac{15}{2}(cm^2)$
$\overline{BD}=\overline{DC}$이므로
$\triangle GBC=2\triangle GBD=2\times\frac{15}{2}=15(cm^2)$
$\therefore \triangle ABC=3\triangle GBC=3\times15=45(cm^2)$

15 $\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times27=9(cm)$
$\therefore \overline{GG'}=\frac{2}{3}\overline{GD}=\frac{2}{3}\times9=6(cm)$

16 처음 물통을 A, 밑면의 반지름의 길이가 A의 2배인 물통을 B라고 하면 물통 A, B의 닮음비는 $1:2$이므로
부피의 비는 $1^3:2^3=1:8$이다.
물통 A를 가득 채우는 데 걸리는 시간이 30분일 때, B를 가득 채우는 데 걸리는 시간을 T분이라고 하면
$30:T=1:8 \qquad \therefore T=240$
따라서 물통 B를 가득 채우는 데 걸리는 시간은 240분, 즉 4시간이다.

17 점 F는 △ABC의 무게중심이므로
$\triangle ABC=6\triangle BDF=6\times4=24(cm^2)$

18 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그어 $\overline{EF}$와 만나는 점을 G라고 하면



△ABC에서
$\overline{EG}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times16=8(cm)$
△ACD에서
$\overline{GF}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times10=5(cm)$
$\therefore \overline{EF}=\overline{EG}+\overline{GF}=8+5=13(cm)$

19 $\overline{AB}$, $\overline{EF}$, $\overline{DC}$가 모두 $\overline{BC}$와 수직이므로
$\overline{AB}/\!/\overline{EF}/\!/\overline{DC}$
△ABE와 △CDE에서
∠BAE=∠DCE(엇각), ∠ABE=∠CDE(엇각)이므로
△ABE∽△CDE(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{AE}:\overline{CE}=\overline{AB}:\overline{CD}=12:18=2:3$
△ABC에서 $\overline{EF}:12=3:(3+2)$이므로
$5\overline{EF}=36 \qquad \therefore \overline{EF}=\frac{36}{5}$ cm

20 △ABC와 △DAC에서
∠C는 공통, ∠ABC=∠DAC이므로
△ABC∽△DAC(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{AB}:\overline{DA}=9:6=3:2$이므로
$\overline{BC}:\overline{AC}=12:\overline{AC}=3:2$, $3\overline{AC}=24$
$\therefore \overline{AC}=8$ cm

21 색칠한 부분의 넓이는 △ABC의 넓이의 2배와 같으므로
$2\triangle ABC=2\times\frac{1}{2}\times12\times8=96(cm^2)$

22 ④ $\overline{AG}=\overline{BG}=\overline{CG}$는 점 G가 외심일 때 성립한다.

23 △ABC와 △CBD에서
$\overline{AB}:\overline{CB}=8:12=2:3$,
$\overline{AC}:\overline{CD}=6:9=2:3$, ∠BAC=∠BCD이므로
△ABC∽△CBD(SAS 닮음)
닮음비는 $2:3$이므로
$\overline{BC}:\overline{BD}=12:\overline{BD}=2:3$, $2\overline{BD}=36$
$\therefore \overline{BD}=18$

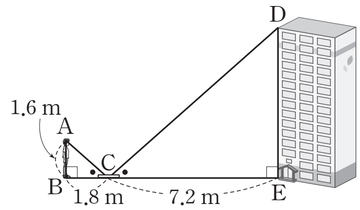
24 큰 구슬과 작은 구슬의 부피의 비가 $64:1=4^3:1^3$이므로
닮음비는 $4:1$이고 겉넓이의 비는 $4^2:1^2=16:1$이다.
따라서 두 상자에 들어 있는 구슬 전체의 겉넓이의 비는
$(16\times1):(1\times64)=16:64=1:4$

25 정사각형 P의 넓이가 $36=6^2$이므로
한 변의 길이는 6
정사각형 Q의 넓이가 $16=4^2$이므로
한 변의 길이는 4
$\therefore \overline{AB}^2=6^2+(6+4)^2=136$

26 ∠EAC=∠ACB(엇각), ∠ACB=∠ACE(접은 각)이므로
∠EAC=∠ACE
즉, △ACE는 $\overline{AE}=\overline{CE}$인 이등변삼각형이다.
$\therefore \overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times10=5(cm)$
△AHE와 △ADC에서
∠AHE=∠D=90°, ∠A는 공통이므로
△AHE∽△ADC(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{AH}:\overline{AD}=5:8$이므로
$\overline{EH}:\overline{CD}=\overline{EH}:6=5:8$, $8\overline{EH}=30$
$\therefore \overline{EH}=\frac{15}{4}$ cm
$\therefore \triangle EAC=\frac{1}{2}\times10\times\frac{15}{4}=\frac{75}{4}(cm^2)$

27 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로
$8^2+4^2=6^2+\overline{DP}^2 \qquad \therefore \overline{DP}^2=44$

28 오른쪽 그림의
$\triangle ABC$와 $\triangle DEC$
에서
$\angle B=\angle E=90°$,
$\angle ACB=\angle DCE$
이므로



$\triangle ABC \backsim \triangle DEC$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{BC} : \overline{EC}=1.8 : 7.2=1 : 4$이므로
$\overline{AB} : \overline{DE}=1.6 : \overline{DE}=1 : 4$ $\quad\therefore \overline{DE}=6.4$ m
따라서 건물의 높이는 6.4 m이다.

29 $\triangle GCD$와 $\triangle GFE$에서
$\angle G$는 공통, $\angle GCD=\angle GFE$(동위각)이므로
$\triangle GCD \backsim \triangle GFE$(AA 닮음)
이때 $\triangle GCD$가 이등변삼각형이므로
$\triangle GFE$도 이등변삼각형이다.
$\overline{GF}=\overline{EF}=x$ cm라고 하면
$\triangle ABC$에서 $(12-x) : (12+3)=x : 10$
$120-10x=15x \quad \therefore x=\frac{24}{5}$
따라서 $\overline{GF}$의 길이는 $\frac{24}{5}$ cm이다.

30 $\overline{AD}^2=\overline{HD}\times\overline{BD}$이므로
$17^2=15\times\overline{BD} \quad \therefore \overline{BD}=\frac{289}{15}$ cm
$\therefore \overline{BH}=\frac{289}{15}-15=\frac{64}{15}$(cm)

31 $\overline{DC}=\frac{3}{2}\overline{GC}=\frac{3}{2}\times 12=18$(cm)
$\triangle ADC$에서 $\overline{AE}=\overline{ED}$, $\overline{AF}=\overline{FC}$이므로
$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{DC}=\frac{1}{2}\times 18=9$(cm)

32 $\overline{AD} /\!/ \overline{EF} /\!/ \overline{BC}$이고 두 점 E, F는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{DC}$의 중점이므로
$\overline{EQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 18=9$,
$\overline{EP}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 8=4$
$\therefore \overline{PQ}=\overline{EQ}-\overline{EP}=9-4=5$
$\triangle OPQ$와 $\triangle OBC$에서
$\angle O$는 공통, $\angle OPQ=\angle OBC$(동위각)이므로
$\triangle OPQ \backsim \triangle OBC$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{PQ} : \overline{BC}=5 : 18$이므로
$\overline{OP}=5k$, $\overline{OB}=18k$라고 하면
$\overline{BP}=\overline{OB}-\overline{OP}=18k-5k=13k$
$\overline{BP}=\overline{PD}$이므로
$\overline{OD}=\overline{PD}-\overline{OP}=\overline{BP}-\overline{OP}=13k-5k=8k$
따라서 $\overline{BP} : \overline{OD}=13k : 8k=13 : 8$이므로
$x=13$, $y=8$
$\therefore x+y=13+8=21$

33 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$(AA 닮음)이고
닮음비는 $\overline{AD} : \overline{AB}=3 : 7$이므로
넓이의 비는 $3^2 : 7^2=9 : 49$이다.
이때 $\triangle ADE=9$ cm^{2}이므로
$\triangle ADE : \triangle ABC=9 : \triangle ABC=9 : 49$
$9\triangle ABC=441 \quad \therefore \triangle ABC=49$ cm^2
$\therefore \square DBCE=\triangle ABC-\triangle ADE$
$=49-9=40$(cm^2)

34 $\triangle EGG'$과 $\triangle EAD$에서
$\overline{EG} : \overline{EA}=\overline{EG'} : \overline{ED}=1 : 3$, $\angle E$는 공통이므로
$\triangle EGG' \backsim \triangle EAD$(SAS 닮음)
이때 닮음비가 $1 : 3$이므로
$\overline{GG'} : \overline{AD}=\overline{GG'} : 6=1 : 3$, $3\overline{GG'}=6$
$\therefore \overline{GG'}=2$ cm
$\triangle PAD$와 $\triangle PEB$에서
$\angle PAD=\angle PEB$(엇각), $\angle PDA=\angle PBE$(엇각)이므로
$\triangle PAD \backsim \triangle PEB$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{PA} : \overline{PE}=\overline{AD} : \overline{EB}=6 : 10=3 : 5$
같은 방법으로 하면 $\triangle QAD \backsim \triangle QCE$(AA 닮음)이므로
닮음비는 $\overline{QD} : \overline{QE}=\overline{AD} : \overline{CE}=6 : 10=3 : 5$
즉, $\overline{PA} : \overline{PE}=\overline{QD} : \overline{QE}=3 : 5$이므로
$\overline{AD} /\!/ \overline{PQ}$
$\therefore \overline{AD} /\!/ \overline{BC} /\!/ \overline{PQ}$
$\triangle DBE$에서 $\overline{PQ} : \overline{BE}=\overline{DP} : \overline{DB}=3 : (3+5)$이므로
$\overline{PQ} : 10=3 : 8$, $8\overline{PQ}=30$
$\therefore \overline{PQ}=\frac{15}{4}$ cm
$\therefore \overline{PQ}+\overline{GG'}=\frac{15}{4}+2=\frac{23}{4}$(cm)

35 사면체 A$-$BCD와 사면체 E$-$BFG의 닮음비는
$1 : \frac{2}{3}=3 : 2$이므로
겉넓이의 비는 $3^2 : 2^2=9 : 4$이다.
사면체 E$-$BFG의 겉넓이를 S cm^{2}라고 하면
$90 : S=9 : 4$, $9S=360$
$\therefore S=40$ cm^2
따라서 구하는 겉넓이는 40 cm^{2}이다.

36 $\triangle ABE$와 $\triangle FCE$에서
$\angle BAE=\angle CFE$(엇각), $\angle ABE=\angle FCE$(엇각)이므로
$\triangle ABE \backsim \triangle FCE$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{BE} : \overline{CE}=3 : 1$이므로
넓이의 비는 $3^2 : 1^2=9 : 1$이다.

이때 $\triangle ABE=9\text{ cm}^2$이므로

$\triangle ABE : \triangle FCE=9 : \triangle FCE=9 : 1$

$9\triangle FCE=9 \qquad \therefore \triangle FCE=1\text{ cm}^2$

또, $\triangle AFD$와 $\triangle EFC$에서

$\angle F$는 공통, $\angle FAD=\angle FEC$(동위각)이므로

$\triangle AFD \backsim \triangle EFC$(AA 닮음)

닮음비는 $\overline{AD} : \overline{EC}=4 : 1$이므로

넓이의 비는 $4^2 : 1^2=16 : 1$이다.

이때 $\triangle EFC=1\text{ cm}^2$이므로

$\triangle AFD : \triangle EFC=\triangle AFD : 1=16 : 1$

$\therefore \triangle AFD=16\text{ cm}^2$

37 $\triangle DBC$에서 $\overline{DF} : \overline{DC}=\overline{OF} : \overline{BC}=3 : 12=1 : 4$이므로

$\overline{CF} : \overline{CD}=(4-1) : 4=3 : 4$

$\triangle ACD$에서 $\overline{CF} : \overline{CD}=\overline{OF} : \overline{AD}$ 이므로

$3 : 4=3 : \overline{AD}$, $3\overline{AD}=12$

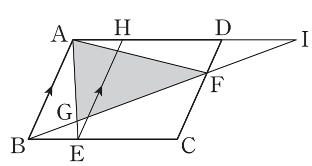
$\therefore \overline{AD}=4\text{ cm}$

$\triangle ABD$와 $\triangle DBC$의 높이가 같으므로

$\triangle ABD : \triangle DBC=\overline{AD} : \overline{BC}=4 : 12=1 : 3$

$\therefore \triangle ABD=\frac{1}{3}\triangle DBC=\frac{1}{3}\times 60=20(\text{cm}^2)$

38 오른쪽 그림과 같이 점 E를 지나고 $\overline{AB}$에 평행한 직선이 $\overline{AD}$와 만나는 점을 H, $\overline{AD}$의 연장선과 $\overline{BF}$의 연장선의 교점을 I라고 하면



$\overline{AH} : \overline{HD}=1 : 2$이므로

$\triangle ABE=\frac{1}{2}\square ABEH=\frac{1}{6}\square ABCD$

또, $\triangle IDF \backsim \triangle IAB$(AA 닮음)이고

닮음비는 $\overline{DF} : \overline{AB}=1 : 3$이다.

$\triangle GBE \backsim \triangle GIA$(AA 닮음)이고

$\overline{IA}=\frac{3}{2}\overline{AD}=\frac{3}{2}\times 3\overline{BE}=\frac{9}{2}\overline{BE}$이므로

$\overline{BE} : \overline{IA}=1 : \frac{9}{2}=2 : 9$

즉, $\overline{GE} : \overline{GA}=\overline{BE} : \overline{IA}=2 : 9$이므로

$\triangle ABE=\frac{11}{2}\triangle BGE=\frac{11}{2}\times 6=33$,

$\triangle ABG=\frac{9}{11}\triangle ABE=\frac{9}{11}\times 33=27$

$\therefore \square ABCD=6\triangle ABE=6\times 33=198$

이때 $\triangle ABF=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times 198=99$

$\therefore \triangle AGF=\triangle ABF-\triangle ABG=99-27=72$

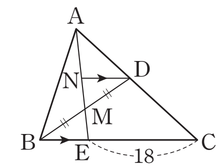
39 $\overline{AC}^2=1^2+1^2=2$, $\overline{AD}^2=2+1^2=3$,

$\overline{AE}^2=3+1^2=4$

따라서 $\square AEFG$의 넓이는

$\overline{AE}\times\overline{AE}=\overline{AE}^2=4\text{ cm}^2$

40 오른쪽 그림과 같이 점 D를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 선분을 그어 $\overline{AE}$와 만나는 점을 N이라고 하면



$\triangle AND$와 $\triangle AEC$에서

$\angle A$는 공통,

$\angle AND=\angle AEC$(동위각)이므로

$\triangle AND \backsim \triangle AEC$(AA 닮음)

닮음비는 $\overline{AD} : \overline{AC}=4 : 9$이므로

$\overline{ND} : \overline{EC}=\overline{ND} : 18=4 : 9$, $9\overline{ND}=72$

$\therefore \overline{ND}=8$

$\triangle MDN$과 $\triangle MBE$에서

$\overline{MD}=\overline{MB}$, $\angle MDN=\angle MBE$(엇각),

$\angle DMN=\angle BME$(맞꼭지각)이므로

$\triangle MDN\equiv\triangle MBE$(ASA 합동)이므로

$\therefore \overline{BE}=\overline{DN}=8$

41 ① $\overline{BD}=\overline{DC}$이므로 $\triangle ABD=\triangle ACD$

② $\overline{BD}=\overline{DC}$이므로 $\triangle EBD=\triangle ECD$

$\therefore \triangle ABE=\triangle ECD=\triangle EBD$

③, ⑤ $\triangle ABE=\triangle EBD$이므로 $\overline{AE}=\overline{ED}$

$\therefore \triangle AEC=\triangle EDC$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

42 $\overline{AE}=\overline{BE}=\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 24=12(\text{cm})$

$\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서

$\overline{AB} : \overline{DB}=24 : 16=3 : 2$,

$\overline{BC} : \overline{BE}=(16+2) : 12=3 : 2$,

$\angle B$는 공통이므로

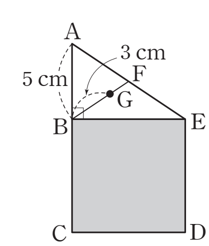
$\triangle ABC \backsim \triangle DBE$(SAS 닮음)

이때 닮음비는 $3 : 2$이므로

$\overline{AC} : \overline{DE}=\overline{AC} : 12=3 : 2$

$2\overline{AC}=36 \qquad \therefore \overline{AC}=18\text{ cm}$

43 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BG}$의 연장선이 $\overline{AE}$와 만나는 점을 F라고 하자.



점 G가 $\triangle ABE$의 무게중심이므로

$\overline{BF}=\frac{3}{2}\overline{BG}=\frac{3}{2}\times 3=\frac{9}{2}(\text{cm})$

직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로

$\overline{AF}=\overline{BF}=\overline{EF}=\frac{9}{2}\text{ cm}$

$\therefore \overline{AE}=\frac{9}{2}+\frac{9}{2}=9(\text{cm})$

$\triangle ABE$에서 $\overline{BE}^2=9^2-5^2=56$
따라서 $\square BCDE$의 넓이는
$\overline{BE}\times\overline{BE}=\overline{BE}^2=56\text{ cm}^2$

44 $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{DE}^2$이므로
$9^2+8^2=10^2+x^2$ $\quad\therefore x^2=45$

45 빗변이 아닌 두 변의 길이의 비가 $5:12$이므로
빗변이 아닌 두 변의 길이를 $5k$ cm, $12k$ cm라고 하면
$(5k)^2+(12k)^2=26^2$, $169k^2=676$
$\therefore k^2=4$
따라서 직각삼각형의 넓이는
$\frac{1}{2}\times5k\times12k=30k^2=30\times4=120(\text{cm}^2)$

대단원 테스트 [2회] 93~98쪽

01 ②	**02** ①	**03** ①, ④	**04** $\frac{15}{4}$ cm	
05 ④	**06** ⑤	**07** ②	**08** ⑤	**09** 300 m
10 ③	**11** ④	**12** 15	**13** 2 cm^2	**14** ①
15 3 cm	**16** ④	**17** 60 m	**18** ①	**19** ⑤
20 ④	**21** ⑤	**22** 8 cm	**23** $\frac{529}{2}$ cm^2	
24 ①	**25** 30	**26** 8 cm	**27** 11 cm	**28** ②
29 ⑤	**30** ②	**31** 50 cm^2		**32** ③
33 ③	**34** ④	**35** ①	**36** $\frac{35}{4}$ cm	
37 ④	**38** ①	**39** 504	**40** ⑤	**41** ①
42 ②	**43** ②	**44** 18 cm^2		**45** 48배

01 $15:\overline{DE}=5:3$이므로
$5\overline{DE}=45$ $\quad\therefore \overline{DE}=9$ cm
$20:\overline{EF}=5:3$이므로
$5\overline{EF}=60$ $\quad\therefore \overline{EF}=12$ cm
따라서 $\triangle DEF$의 둘레의 길이는
$\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{FD}=9+12+9=30(\text{cm})$

02 두 원뿔의 닮음비는 $6:9=2:3$이므로
부피의 비는 $2^3:3^3=8:27$이다.
(큰 원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times9=27\pi(\text{cm}^3)$이므로
작은 원뿔의 부피를 V cm^{3}라고 하면
$V:27\pi=8:27$, $27V=216\pi$
$\therefore V=8\pi$
따라서 작은 원뿔의 부피는 8π cm^{3}이다.

03 ② $\angle C=\angle F=35^\circ$이므로
$\angle B=180^\circ-(75^\circ+35^\circ)=70^\circ$
③ $\overline{AC}$에 대응하는 변은 $\overline{DF}$이다.
④ $\overline{AB}:\overline{DE}=\overline{BC}:\overline{EF}=9:6=3:2$
⑤ $\overline{DF}$의 길이는 알 수 없다.
따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

04 $\triangle ABC$와 $\triangle DBM$에서
$\angle ACB=\angle DMB=90^\circ$, $\angle B$는 공통이므로
$\triangle ABC\backsim\triangle DBM$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{BC}:\overline{BM}=8:5$이므로
$\overline{CA}:\overline{MD}=6:\overline{MD}=8:5$, $8\overline{MD}=30$
$\therefore \overline{MD}=\frac{15}{4}$ cm

05 $\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$이므로
$4^2=2(2+x)$, $16=4+2x$ $\quad\therefore x=6$

06 $x : 2 = 5 : 4$이므로

$4x = 10 \qquad \therefore x = \frac{5}{2}$

$y : 3 = 5 : 4$이므로

$4y = 15 \qquad \therefore y = \frac{15}{4}$

$\therefore x + y = \frac{5}{2} + \frac{15}{4} = \frac{25}{4}$

07 $\triangle ABD$에서 $\overline{AB}^2 = 6^2 - 3^2 = 27$

따라서 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC}^2 = 27 + (3+4)^2 = 76$

08 $6 : (6+y) = 4 : (4+2) = 2 : 3$이므로

$2(6+y) = 18 \qquad \therefore y = 3$

$8 : x = 2 : 3$이므로

$2x = 24 \qquad \therefore x = 12$

$\therefore x + y = 12 + 3 = 15$

09 $\overline{AC}^2 = \overline{BC} \times \overline{DC}$이므로

$\overline{AC}^2 = (5+4) \times 4 = 36 \qquad \therefore \overline{AC} = 6\text{ cm}$

따라서 축척이 $\frac{1}{5000}$이므로

두 지점 A, C 사이의 실제 거리는

$6 \times 5000 = 30000(\text{cm}) = 300(\text{m})$

10 $\overline{AC}^2 = 2^2 + 2^2 = 8$, $\overline{AD}^2 = 8 + 2^2 = 12$

$\overline{AE}^2 = 12 + 2^2 = 16$, $\overline{AF}^2 = 16 + 2^2 = 20$

$\overline{AG}^2 = 20 + 2^2 = 24$

따라서 $\overline{AG}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{\overline{AG}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \pi \times \frac{24}{4} = 3\pi(\text{cm}^2)$

11 $\triangle ABC$에서 $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 14 = 7(\text{cm})$,

$\triangle CBD$에서 $\overline{FG} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm})$,

$\triangle ACD$에서 $\overline{HG} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 14 = 7(\text{cm})$,

$\triangle ABD$에서 $\overline{EH} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm})$

따라서 $\square EFGH$의 둘레의 길이는

$\overline{EF} + \overline{FG} + \overline{GH} + \overline{HE} = 7 + 10 + 7 + 10 = 34(\text{cm})$

12 $\triangle ABD$에서 $\overline{DP} : \overline{PB} = \overline{AE} : \overline{EB} = 9 : 6 = 3 : 2$

$\triangle DBC$에서 $\overline{DP} : \overline{DB} = \overline{PF} : \overline{BC}$이므로

$3 : (3+2) = x : 25$, $5x = 75 \qquad \therefore x = 15$

13 $\triangle CED = \frac{1}{2}\triangle CAD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\triangle ABC$

$= \frac{1}{4} \times 24 = 6(\text{cm}^2)$

$\triangle CED$에서 $\overline{DG} : \overline{GC} = 1 : 2$이므로

$\triangle DGE = \frac{1}{3}\triangle CED = \frac{1}{3} \times 6 = 2(\text{cm}^2)$

14 직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로

$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$

$\therefore \overline{MG} = \frac{1}{3}\overline{CM} = \frac{1}{3} \times 6 = 2(\text{cm})$

15 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{DN} = \overline{NC}$이므로

$\overline{AD} /\!/ \overline{MN} /\!/ \overline{BC}$

$\triangle ABC$에서 $\overline{MQ} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8(\text{cm})$

$\triangle BDA$에서 $\overline{MP} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$

$\therefore \overline{PQ} = \overline{MQ} - \overline{MP} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$

16 $\overline{BD} : \overline{DC} = 10 : 8 = 5 : 4$이므로

$\triangle ABD : \triangle ADC = 5 : 4$

이때 $\triangle ABD = 20\text{ cm}^2$이므로

$20 : \triangle ADC = 5 : 4$, $5\triangle ADB = 80$

$\therefore \triangle ADC = 16\text{ cm}^2$

17 $\triangle ABC$와 $\triangle ADE$에서

$\angle ABC = \angle ADE = 90^\circ$, $\angle A$는 공통이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$(AA 닮음)

닮음비는 $\overline{BC} : \overline{DE} = 3 : 5$이므로

$\overline{AB} : (\overline{AB} + 4) = 3 : 5$, $5\overline{AB} = 3(\overline{AB} + 4)$

$\therefore \overline{AB} = 6\text{ cm}$

이때 축척이 $\frac{1}{1000}$이므로

실제 강의 폭은 $6 \times 1000 = 6000(\text{cm}) = 60(\text{m})$

18 $\triangle OAD$와 $\triangle OCB$에서

$\angle DAO = \angle BCO$(엇각), $\angle ADO = \angle CBO$(엇각)이므로

$\triangle OAD \backsim \triangle OCB$(AA 닮음)

닮음비는 $\overline{AD} : \overline{CB} = 2 : 4 = 1 : 2$이므로

넓이의 비는 $1^2 : 2^2 = 1 : 4$이다.

이때 $\triangle BOC = 8\text{ cm}^2$이므로

$\triangle AOD : 8 = 1 : 4$, $4\triangle AOD = 8$

$\therefore \triangle AOD = 2(\text{cm}^2)$

19 ⑤ 합동인 두 도형은 닮음비가 $1 : 1$인 닮은 도형이다.

20 $\triangle AFD$와 $\triangle CDE$에서

$\angle A = \angle C$, $\angle AFD = \angle CDE$이므로

$\triangle AFD \backsim \triangle CDE$(AA 닮음)

닮음비는 $\overline{AF} : \overline{CD} = (4+2) : 4 = 3 : 2$이므로

$\overline{AD} : \overline{CE} = 9 : \overline{CE} = 3 : 2$, $3\overline{CE} = 18$

$\therefore \overline{CE} = 6\text{ cm}$

21 $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$이므로

$10^2 + \overline{CD}^2 = 5^2 + \overline{BC}^2$

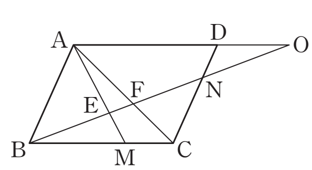
$\therefore \overline{BC}^2 - \overline{CD}^2 = 75$

22 $\triangle ABC$와 $\triangle EBD$에서
$\angle ACB=\angle EDB$, $\angle B$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle EBD$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{AB}:\overline{EB}=(2+6):4=2:1$이므로
$\overline{BC}:\overline{BD}=(4+\overline{EC}):6=2:1$, $\overline{EC}+4=12$
$\therefore \overline{EC}=8\text{ cm}$

23 $\overline{BE}=\overline{DB}=x\text{ cm}$라고 하면 $\triangle ABE\equiv\triangle CDB$이므로
$\triangle BDE=\frac{1}{2}x^2=144.5$, $x^2=289$
$\therefore x=17$
$\angle AEB$에서 $\overline{AE}^2=17^2-15^2=64$ $\quad\therefore \overline{AE}=8\text{ cm}$
따라서 $\overline{BC}=\overline{AE}=8\text{ cm}$, $\overline{DC}=\overline{AB}=15\text{ cm}$이므로
사다리꼴 ACDE의 넓이는
$\frac{1}{2}\times(8+15)\times23=\frac{529}{2}(\text{cm}^2)$

24 $\triangle AOD$와 $\triangle COB$에서
$\angle OAD=\angle OCB$(엇각), $\angle ADO=\angle CBO$(엇각)이므로
$\triangle AOD \backsim \triangle COB$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{AD}:\overline{CB}=6:10=3:5$이므로
넓이의 비는 $3^2:5^2=9:25$이다.
이때 $\triangle AOD=9\text{ cm}^2$이므로
$9:\triangle COB=9:25$, $9\triangle COD=225$
$\therefore \triangle COB=25\text{ cm}^2$
$\triangle AOD:\triangle ABO=\overline{OD}:\overline{OB}=3:5$이므로
$9:\triangle ABO=3:5$, $3\triangle ABO=45$
$\therefore \triangle ABO=15\text{ cm}^2$
$\triangle AOD:\triangle DOC=\overline{OA}:\overline{OC}=3:5$이므로
$9:\triangle DOC=3:5$, $3\triangle DOC=45$
$\therefore \triangle DOC=15\text{ cm}^2$
따라서 $\square ABCD$의 넓이는
$\triangle AOD+\triangle COB+\triangle ABO+\triangle DOC$
$=9+25+15+15=64(\text{cm}^2)$

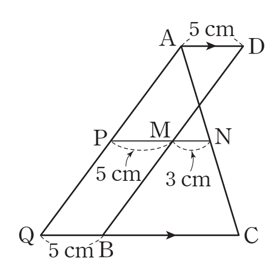
25 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$의 연장선과 $\overline{BN}$의 연장선의 교점을 O라고 하면



$\triangle ODN \backsim \triangle OAB$(AA 닮음)이고 닮음비가
$\overline{DN}:\overline{AB}=1:3$이므로
$\overline{ON}:\overline{BN}=1:2$
$\triangle EBM \backsim \triangle EOA$(AA 닮음)이고
$\overline{OA}=\frac{3}{2}\overline{AD}=\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}\overline{BM}=\frac{9}{4}\overline{BM}$이므로
닮음비는 $\overline{BM}:\overline{OA}=\overline{BM}:\frac{9}{4}\overline{BM}=4:9$
$\therefore \overline{BE}:\overline{EO}=4:9$
$\triangle FBC \backsim \triangle FOA$(AA 닮음)이고 닮음비가
$\overline{BC}:\overline{OA}=\overline{BC}:\frac{3}{2}\overline{BC}=2:3$이므로
$\overline{BF}:\overline{FO}=2:3$
$\overline{BE}:\overline{EO}=4:9$이므로 $\overline{BE}=4k$, $\overline{EO}=9k$라고 하면
$\overline{BO}=4k+9k=13k$
이때 $\overline{BF}:\overline{FO}=2:3$이므로
$\overline{BF}=\frac{2}{5}\times13k=\frac{26}{5}k$
따라서 $\overline{EF}=\frac{26}{5}k-4k=\frac{6}{5}k=9$이므로
$k=\frac{15}{2}$
$\therefore \overline{BE}=4k=4\times\frac{15}{2}=30$

26 $\triangle ABP:\triangle BDP=\overline{AP}:\overline{DP}=4:3$이므로
$\triangle ABP:12=4:3$, $3\triangle ABP=48$
$\therefore \triangle ABP=16\text{ cm}^2$
$\triangle ABD=12+16=28(\text{cm}^2)$이고 $\overline{AD}$는 $\triangle ABC$의 중선이므로
$\triangle ADC=\triangle ABD=28\text{ cm}^2$
즉, $\triangle ABC=28+28=56(\text{cm}^2)$이므로
$\frac{1}{2}\times14\times\overline{AH}=56$ $\quad\therefore \overline{AH}=8\text{ cm}$

27 오른쪽 그림과 같이 $\overline{MN}$, $\overline{BC}$의 연장선을 그어 평행사변형 AQBD를 그리면



$\overline{PM}=\overline{QB}=\overline{AD}=5\text{ cm}$
$\triangle AQC$에서
$\overline{QC}=2\overline{PN}$이므로
$5+\overline{BC}=2\times(5+3)=16$ $\quad\therefore \overline{BC}=11\text{ cm}$

28 겉넓이의 비가 $1:144=1^2:12^2$이므로
몸무게의 비, 즉 부피의 비는 $1^3:12^3=1:1728$이다.
따라서 걸리버의 몸무게는 소인국 사람의 몸무게의 1728배이다.

29 $\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서
$\angle B$는 공통, $\angle BED=\angle BCA$(동위각)이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DBE$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{BE}:\overline{BC}=4:(4+6)=2:5$이므로
넓이의 비는 $2^2:5^2=4:25$이다.
즉, $\triangle DBE:\triangle ABC=4:25$
이때 $\triangle ABC=50\text{ cm}^2$이므로
$\triangle DBE:\triangle ABC=\triangle DBE:50=4:25$
$25\triangle DBE=200$ $\quad\therefore \triangle DBE=8\text{ cm}^2$
$\therefore \square ADEC=50-8=42(\text{cm}^2)$

30 두 삼각뿔의 닮음비는 $\overline{AB}:\overline{A'B'}=6:9=2:3$이므로
$\overline{VC}:\overline{V'C'}=x:12=2:3$, $3x=24$ $\therefore x=8$
$\overline{BC}:\overline{B'C'}=z:6=2:3$, $3z=12$ $\therefore z=4$
$\angle VAC$에 대응하는 각은 $\angle V'A'C'$이므로 $y=50$
$\therefore x+y-z=8+50-4=54$

31 $\triangle AMD$와 $\triangle CMB$에서
$\angle MAD=\angle MCB$(엇각), $\angle ADM=\angle CBM$(엇각)이므로
$\triangle AMD \backsim \triangle CMB$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{AD}:\overline{CB}=9:15=3:5$이므로
넓이의 비는 $3^2:5^2=9:25$이다.
따라서 $\triangle AMD=18\text{ cm}^2$이므로
$18:\triangle BMC=9:25$, $9\triangle BMC=450$
$\therefore \triangle BMC=50(\text{cm}^2)$

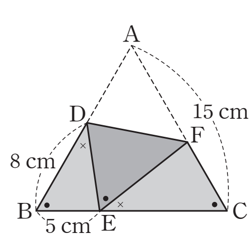
32 닮음비가 $20:30=2:3$이므로
넓이의 비는 $2^2:3^2=4:9$이다.
지름이 30 cm인 원 모양의 피자의 가격을 x원이라고 하면
$20000:x=4:9$, $4x=180000$ $\therefore x=45000$
따라서 지름이 30 cm인 원 모양의 피자 가격은 45000원이다.

33 두 직육면체 A, B의 닮음비가 $20:15=4:3$이므로
부피의 비는 $4^3:3^3=64:27$이다.
직육면체 B의 부피를 $V\text{ cm}^3$라고 하면
$128:V=64:27$, $64V=3456$
$\therefore V=54$
따라서 직육면체 B의 부피는 54 cm^3이다.

34 $\triangle ABC$와 $\triangle DBA$에서
$\angle BAC=\angle BDA$, $\angle B$는 공통이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{BC}:\overline{BA}=15:9=5:3$이므로
$\triangle ABC:\triangle DBA=5^2:3^2=25:9$

35 두 직육면체의 겉넓이의 비가 $16:25=4^2:5^2$이므로
닮음비는 $4:5$이고 부피의 비는 $4^3:5^3=64:125$이다.
큰 직육면체의 부피를 $V\text{ cm}^3$라고 하면
$128:V=64:125$, $64V=16000$
$\therefore V=250$
따라서 큰 직육면체의 부피는 250 cm^3이다.

36 $\overline{AD}=\overline{DE}=15-8=7(\text{cm})$
$\overline{EC}=15-5=10(\text{cm})$
이때 $\triangle DBE$와 $\triangle ECF$에서
$\angle BDE$
$=180°-(\angle DBE+\angle DEB)$
$=180°-(\angle DEF+\angle DEB)$
$=\angle CEF$,

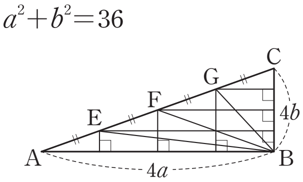


$\angle DBE=\angle ECF=60°$이므로
$\triangle DBE \backsim \triangle ECF$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{BD}:\overline{CE}=8:10=4:5$이고 $\overline{EF}=\overline{AF}$이므로
$\overline{DE}:\overline{EF}=7:\overline{AF}=4:5$, $4\overline{AF}=35$
$\therefore \overline{AF}=\frac{35}{4}\text{ cm}$

37 $\overline{EF}=\overline{EB}=16-6=10(\text{cm})$
$\overline{FC}=\overline{BC}=20(\text{cm})$
이때 $\triangle AEF$와 $\triangle DFC$에서
$\angle A=\angle D=90°$,
$\angle AEF=90°-\angle EFA=\angle DFC$이므로
$\triangle AEF \backsim \triangle DFC$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{EF}:\overline{FC}=10:20=1:2$이므로
$\overline{AF}:\overline{DC}=\overline{AF}:16=1:2$, $2\overline{AF}=16$
$\therefore \overline{AF}=8\text{ cm}$

38 $\overline{AD}:\overline{AB}=12:(12+6)=2:3$이고
$\overline{DE}/\!/\overline{BC}$이므로
$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AF}:\overline{AH}=\overline{AE}:\overline{AC}=2:3$
$\triangle AHI$에서 $\overline{FG}:\overline{HI}=\overline{AF}:\overline{AH}=2:3$이므로
$4:x=2:3$, $2x=12$ $\therefore x=6$
$\triangle AIC$에서 $\overline{GE}:\overline{IC}=\overline{AE}:\overline{AC}=2:3$이므로
$y:5=2:3$, $3y=10$ $\therefore y=\frac{10}{3}$
$\therefore xy=6\times\frac{10}{3}=20$

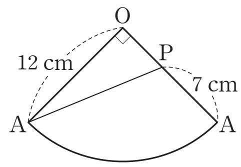
39 $\triangle ACD$에서 $\overline{AC}^2=26^2-10^2=576$ $\therefore \overline{AC}=24$
$\therefore \overline{AE}=\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GC}=\frac{1}{4}\overline{AC}=\frac{1}{4}\times24=6$
$\overline{AB}=4a$, $\overline{BC}=4b$라고 하면 $\triangle ABC$에서
$(4a)^2+(4b)^2=576$ $\therefore a^2+b^2=36$
오른쪽 그림과 같이 점 E, F, G에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$에 각각 수선의 발을 그으면



$\overline{BE}^2=(3a)^2+b^2=9a^2+b^2$,
$\overline{BF}^2=(2a)^2+(2b)^2=4a^2+4b^2$,
$\overline{BG}^2=a^2+(3b)^2=a^2+9b^2$
$\therefore \overline{BE}^2+\overline{BF}^2+\overline{BG}^2=9a^2+b^2+4a^2+4b^2+a^2+9b^2$
$=14a^2+14b^2$
$=14(a^2+b^2)$
$=504$

40 원뿔의 옆면인 부채꼴의 호의 길이는 밑면의 원의 둘레와 같으므로 호의 길이는 $2\pi\times3=6\pi$
원뿔의 모선의 길이를 r cm라고 하면
$2\pi r\times\frac{90}{360}=6\pi$이므로 $r=12$

부채꼴의 중심을 O라고 하면



$\overline{OP}=\overline{OA}-\overline{AP}$

$=12-7=5(\text{cm})$

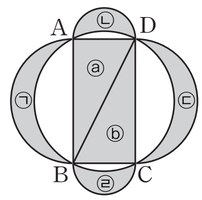
필요한 실의 최소 길이를

x cm라고 하면 △OAP에서

$x^2=5^2+12^2=169 \qquad \therefore x=13$

따라서 필요한 실의 최소 길이는 13 cm이다.

41 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



㉠+㉡=ⓐ, ㉢+㉣=ⓑ

따라서 색칠한 부분의 넓이는

ⓐ+ⓑ=□ABCD

$=3\times6=18(\text{cm}^2)$

42 △ABC에서 $\overline{BC}^2=10^2-8^2=6^2 \qquad \therefore \overline{BC}=6$

색칠한 부분의 넓이는 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이와 $\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이의 합과 직각삼각형 ABC의 넓이의 합에서 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이를 뺀 것과 같다.

이때 $\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이에서 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이를 뺀 것은 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로 색칠한 부분의 넓이는 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 원의 넓이와 직각삼각형 ABC의 넓이의 합과 같다.

따라서 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times8=24$,

($\overline{BC}$를 지름으로 하는 원의 넓이)$=\pi\times\left(\frac{6}{2}\right)^2=9\pi$

이므로 구하는 넓이는 $9\pi+24$이다.

43 $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}=12:8=3:2$

이때 $\overline{AC}/\!/\overline{ED}$이므로 $\overline{BE}:\overline{EA}=3:2$

즉, △BDE : △AED=3 : 2이고 △BDE=24 cm^3이므로

$24:\triangle AED=3:2,\ 3\triangle AED=48$

$\triangle AED=16\text{ cm}^2$

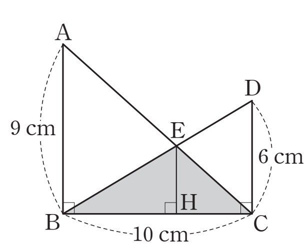
$\therefore \triangle ABD=\triangle AED+\triangle BDE=16+24=40(\text{cm}^2)$

△ABD : △ADC=3 : 2이므로

$40:\triangle ADC=3:2,\ 3\triangle ADC=80$

$\therefore \triangle ADC=\frac{80}{3}\text{ cm}^2$

44 오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{AB}/\!/\overline{EH}/\!/\overline{DC}$이므로

$\overline{BE}:\overline{DE}=\overline{AB}:\overline{CD}$

$=9:6$

$=3:2$

△BCD에서

$\overline{EH}:\overline{DC}=\overline{BE}:\overline{BD}=3:(3+2)=3:5$이므로

$\overline{EH}:6=3:5,\ 5\overline{EH}=18$

$\therefore \overline{EH}=\frac{18}{5}\text{ cm}$

$\therefore \triangle EBC=\frac{1}{2}\times10\times\frac{18}{5}=18(\text{cm}^2)$

45 △ABC에서 $\overline{AE}:\overline{EB}=\overline{AF}:\overline{FC}=3:1$이므로

$\overline{EF}/\!/\overline{BC}$

$\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{AN}=\overline{NC}$이므로

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

이때 △MBC에서 $\overline{EQ}=\frac{1}{2}\overline{BC}$이므로

$\overline{EQ}=\overline{MN}$

△MBN에서 $\overline{EP}=\frac{1}{2}\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{EQ}$이므로

$\overline{PQ}=\overline{EQ}-\overline{EP}=\overline{EQ}-\frac{1}{2}\overline{EQ}$

$=\frac{1}{2}\overline{EQ}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{4}\overline{BC}$

△GPQ와 △GBC에서

∠GPQ=∠GBC(동위각), ∠G는 공통이므로

△GPQ∽△GBC(AA 닮음)

닮음비가 $\overline{PQ}:\overline{BC}=1:4$이므로

넓이의 비는 $1^2:4^2=1:16$이다.

즉, $\triangle GBC=\frac{1}{3}\triangle ABC$이므로

$\triangle GPQ=\frac{1}{16}\triangle GBC$

$=\frac{1}{16}\times\frac{1}{3}\triangle ABC$

$=\frac{1}{48}\triangle ABC$

따라서 △ABC의 넓이는 △GPQ의 넓이의 48배이다.

Ⅲ. 확률

1. 경우의 수

01. 경우의 수

소단원 테스트 [1회] 101쪽

01 4 **02** 7 **03** ④ **04** ③ **05** ①
06 6 **07** ② **08** 12

01 10의 약수가 나오는 경우는
1, 2, 5, 10의 4가지이므로 구하는 경우의 수는 4이다.

02 버스 노선이 4가지, 지하철 노선이 3가지이므로 구하는 경우의 수는 $4+3=7$

03 450원을 지불하는 방법을 순서쌍
(100원짜리 동전의 개수, 50원짜리 동전의 개수)로 나타내면
$(0, 9)$, $(1, 7)$, $(2, 5)$, $(3, 3)$, $(4, 1)$의 5가지이므로 구하는 방법의 수는 5이다.

04 나온 눈의 수의 차가 3이 되는 경우는
$(1, 4)$, $(2, 5)$, $(3, 6)$, $(4, 1)$, $(5, 2)$, $(6, 3)$의 6가지
나온 눈의 수의 차가 5가 되는 경우는
$(1, 6)$, $(6, 1)$의 2가지
따라서 구하는 경우의 수는 $6+2=8$

05 $2a+3b=15$가 되는 경우를 순서쌍 (a, b)로 나타내면
$(6, 1)$, $(3, 3)$의 2가지이므로 구하는 경우의 수는 2이다.

06 나온 눈의 수의 합이 7이 되는 경우는
$(1, 6)$, $(2, 5)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$, $(5, 2)$, $(6, 1)$의 6가지이므로 구하는 경우의 수는 6이다.

07 주사위 A를 던질 때 소수의 눈이 나오는 경우는
2, 3, 5의 3가지
주사위 B를 던질 때 5의 배수의 눈이 나오는 경우는
5의 1가지
따라서 구하는 경우의 수는 $3\times1=3$

08 서로 다른 국어 문제집은 3권, 서로 다른 수학 문제집은 4권이 있으므로 구하는 경우의 수는 $3\times4=12$

소단원 테스트 [2회] 102쪽

01 7 **02** ④ **03** 5 **04** ④ **05** 4
06 ④ **07** 90 **08** ③

01 에이드는 3가지, 주스는 4가지가 있으므로 구하는 경우의 수는 $3+4=7$

02 자음은 4개이고 그 각각에 대하여 모음 3개를 짝 지어 글자를 만들 수 있으므로 만들 수 있는 글자의 개수는
$4\times3=12$

03 3의 배수가 적힌 공이 나오는 경우는
3, 6, 9의 3가지
4의 배수가 적힌 공이 나오는 경우는
4, 8의 2가지
따라서 구하는 경우의 수는 $3+2=5$

04 두 개의 동전에서 앞면과 뒷면이 하나씩 나오는 경우는
(앞, 뒤), (뒤, 앞)의 2가지
주사위에서 소수의 눈이 나오는 경우는
2, 3, 5의 3가지
따라서 구하는 경우의 수는 $2\times3=6$

05 300원을 지불하는 방법을 표로 나타내면 오른쪽과 같다.
따라서 구하는 방법의 수는 4이다.

100원(개)	50원(개)	10원(개)
3	0	0
2	2	0
2	1	5
1	3	5

06 소수가 나오는 경우는
2, 3, 5, 7, 11의 5가지
4의 배수가 나오는 경우는
4, 8, 12의 3가지
따라서 구하는 경우의 수는 $5+3=8$

07 지수네 집에서 약수터까지 갈 때 택할 수 있는 길은 10가지
집으로 돌아올 때 택할 수 있는 길은 9가지
따라서 구하는 경우의 수는 $10\times9=90$

08 나온 눈의 수의 합이 2가 되는 경우는
$(1, 1)$의 1가지
나온 눈의 수의 합이 3이 되는 경우는
$(1, 2)$, $(2, 1)$의 2가지
나온 눈의 수의 합이 5가 되는 경우는
$(1, 4)$, $(2, 3)$, $(3, 2)$, $(4, 1)$의 4가지
나온 눈의 수의 합이 7이 되는 경우는
$(1, 6)$, $(2, 5)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$, $(5, 2)$, $(6, 1)$의 6가지
나온 눈의 수의 합이 11이 되는 경우는
$(5, 6)$, $(6, 5)$의 2가지
따라서 구하는 경우의 수는 $1+2+4+6+2=15$

02. 여러 가지 경우의 수

소단원 테스트 [1회] 103쪽

01 ① **02** 6 **03** ③ **04** ② **05** 30
06 48 **07** 15번 **08** ③

01 A를 맨 앞에 세우고 나머지 네 명 중에서 두 명을 뽑아 한 줄로 세우면 되므로 구하는 경우의 수는 $4\times3=12$

02 C, D, E의 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수와 같으므로 구하는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$

03 5명의 후보 중에서 대표 2명을 뽑는 경우의 수는
$\frac{5\times4}{2}=10$ $\quad\therefore a=10$
5명의 후보 중에서 회장 1명, 부회장 1명을 뽑는 경우의 수는
$5\times4=20$ $\quad\therefore b=20$
$\therefore a+b=10+20=30$

04 서로 다른 5개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개의 점을 뽑는 경우의 수와 같으므로 구하는 삼각형의 개수는
$\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$

05 백의 자리의 숫자가 3인 경우는
341, 342, 345, 351, 352, 354의 6개
백의 자리의 숫자가 4인 경우는
$4\times3=12$(개)
백의 자리의 숫자가 5인 경우는
$4\times3=12$(개)
따라서 구하는 수의 개수는 $6+12+12=30$

06 부모님을 한 명으로 생각하여 4명이 한 줄로 서는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$
이때 부모님이 자리를 바꾸는 경우의 수는 2
따라서 구하는 경우의 수는 $24\times2=48$

07 6명 중에서 순서를 생각하지 않고 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로 구하는 악수의 횟수는 $\frac{6\times5}{2}=15$

08 큰 수부터 차례대로 나열하면
43, 42, 41, 40, 34, 32, 31, ⋯이므로 $x=32$
작은 수부터 차례대로 나열하면
10, 12, 13, 14, 20, 21, 23, ⋯이므로 $y=21$
$\therefore x+y=32+21=53$

소단원 테스트 [2회] 104쪽

01 ③ **02** ① **03** 48 **04** ③ **05** 20
06 ④ **07** 105 **08** 21

01 (i) 3□인 경우는 31, 32, 34, 35의 4개
(ii) 4□인 경우는 41, 42, 43, 45의 4개
(iii) 5□인 경우는 51, 52, 53, 54의 4개
따라서 30보다 큰 자연수의 개수는 $4+4+4=12$

02 A를 첫번째에 세우고 나머지 3명을 한 줄로 세우면 되므로 구하는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$

03 A에 칠할 수 있는 색은 4가지, B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지, C에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을 제외한 2가지, D에 칠할 수 있는 색은 A와 C에 칠한 색을 제외한 2가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $4\times3\times2\times2=48$

04 반장 1명을 뽑는 경우의 수는 10
남은 9명 중에서 주번 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{9\times8}{2}=36$
따라서 구하는 경우의 수는 $10\times36=360$

05 서로 다른 6개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개의 점을 뽑는 경우의 수와 같으므로 구하는 삼각형의 개수는
$\frac{6\times5\times4}{3\times2\times1}=20$

06 C를 맨 앞에 세우고 A, B를 한 명으로 생각하여 C를 제외한 나머지 4명을 한 줄로 세우는 경우의 수는
$4\times3\times2\times1=24$
이때 A, B가 자리를 바꾸는 경우의 수는 2
따라서 구하는 경우의 수는 $24\times2=48$

07 (i) □□0인 경우는 $6\times5=30$(개)
(ii) □□2인 경우는 $5\times5=25$(개)
(iii) □□4인 경우는 $5\times5=25$(개)
(iv) □□6인 경우는 $5\times5=25$(개)
따라서 구하는 짝수의 개수는 $30+25+25+25=105$

08 진호를 제외한 나머지 7명 중에서 순서를 생각하지 않고 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로 구하는 경우의 수는
$\frac{7\times6}{2}=21$

중단원 테스트 [1회]

105~106쪽

01 ④	**02** 20	**03** ④	**04** ④	**05** ⑤
06 ③	**07** 6	**08** 13	**09** ⑤	**10** 90
11 ①	**12** 9	**13** 3	**14** 7	**15** 60
16 398				

01 한국 영화가 2편, 외국 영화가 4편이므로 구하는 경우의 수는 $2+4=6$

02 티셔츠는 5종류, 바지는 4종류가 있으므로 구하는 경우의 수는 $5\times4=20$

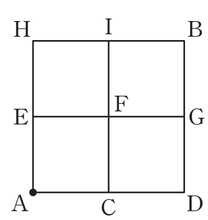
03 한 개의 동전을 던질 때, 일어날 수 있는 경우의 수는 2
따라서 서로 다른 동전 3개를 동시에 던질 때 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $2\times2\times2=8$

04 예술 방과 후 활동 프로그램이 6가지, 교과 방과 후 활동 프로그램이 5가지가 있으므로 구하는 경우의 수는 $6+5=11$

05 빵은 4종류, 패티는 7종류, 소스는 3종류가 있으므로 구하는 경우의 수는 $4\times7\times3=84$

06 나온 눈의 수의 합이 10인 경우는
$(4, 6)$, $(5, 5)$, $(6, 4)$의 3가지
나온 눈의 수의 합이 11인 경우는
$(5, 6)$, $(6, 5)$의 2가지
나온 눈의 수의 합이 12인 경우는
$(6, 6)$의 1가지
따라서 구하는 경우의 수는 $3+2+1=6$

07 오른쪽 그림에서 A 지점에서 출발하여 B 지점까지 가장 짧은 거리로 가는 경우는



A−C−D−G−B,
A−C−F−G−B,
A−C−F−I−B, A−E−F−G−B,
A−E−F−I−B, A−E−H−I−B
의 6가지이므로 구하는 경우의 수는 6이다.

08 4의 배수가 적힌 카드가 나오는 경우는
4, 8, 12, 16, 20의 5가지
소수가 적힌 카드가 나오는 경우는
2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19의 8가지
따라서 구하는 경우의 수는 $5+8=13$

09 n개의 탁구팀이 대회에 참가하였다고 하면
$\frac{n(n-1)}{2}=45$, $n(n-1)=90$ $\quad\therefore n=10$
따라서 대회에 참가한 탁구팀은 10팀이다.

10 6명 중에서 반장 2명을 뽑는 경우의 수는
$\frac{6\times5}{2}=15$
남은 4명 중에서 부반장 2명을 뽑는 경우의 수는
$\frac{4\times3}{2}=6$
따라서 구하는 경우의 수는 $15\times6=90$

11 각 자리 숫자의 합이 3의 배수이면 그 수는 3의 배수이다.
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 두 수의 합이 3의 배수인 경우는
$(0, 3)$, $(0, 6)$, $(1, 2)$, $(1, 5)$, $(2, 4)$, $(3, 6)$, $(4, 5)$이다.
$(0, 3)$, $(0, 6)$으로 만들 수 있는 두 자리의 자연수는 30, 60의 2개이다.
$(1, 2)$, $(1, 5)$, $(2, 4)$, $(3, 6)$, $(4, 5)$로 만들 수 있는 두 자리의 자연수는 $(2\times1)\times5=10$(개)
따라서 구하는 3의 배수의 개수는 $2+10=12$

12 4칸 전진하려면 두 주사위 모두 짝수의 눈이 나와야 한다.
한 개의 주사위를 던져서 짝수의 눈이 나오는 경우의 수는 3
따라서 구하는 경우의 수는 $3\times3=9$

13 $2x+y=10$이 되는 경우를 순서쌍 (x, y)로 나타내면
$(4, 2)$, $(3, 4)$, $(2, 6)$의 3가지이므로 구하는 경우의 수는 3이다.

14 점 P가 점 E에 위치하는 경우는 다음과 같다.
나온 눈의 수의 합이 4가 되는 경우는
$(1, 3)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$의 3가지 ······ ❶
나온 눈의 수의 합이 9가 되는 경우는
$(3, 6)$, $(4, 5)$, $(5, 4)$, $(6, 3)$의 4가지 ······ ❷
따라서 구하는 경우의 수는 $3+4=7$ ······ ❸

채점 기준	배점
❶ 나온 눈의 수의 합이 4가 되는 경우의 수 구하기	3점
❷ 나온 눈의 수의 합이 9가 되는 경우의 수 구하기	3점
❸ 점 P가 점 E에 위치하는 경우의 수 구하기	1점

15 A를 맨 앞에, B를 맨 뒤에 세우고 나머지 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$
B를 맨 앞에, A를 맨 뒤에 세우고 나머지 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$
$\therefore a=6+6=12$ ······ ❶
A, B를 한 명으로 생각하여 4명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$
이때 A, B가 자리를 바꾸는 경우의 수는 2
$\therefore b=24\times2=48$ ······ ❷
$\therefore a+b=12+48=60$ ······ ❸

채점 기준	배점
❶ a의 값 구하기	3점
❷ b의 값 구하기	3점
❸ $a+b$의 값 구하기	1점

16 3점짜리 8문항, 4점짜리 14문항, 5점짜리 4문항을 모두 맞히면 100점이므로 90점을 맞으려면 틀린 문제의 점수의 합이 10점이어야 한다. …… ❶

틀린 문제의 점수의 합이 10점인 경우는

(3점짜리 2문항, 4점짜리 1문항), (5점짜리 2문항)

을 틀렸을 때이다.

(3점짜리 2문항, 4점짜리 1문항)을 틀리는 경우는 3점짜리 8문항 중 순서에 상관없이 2문항을 틀리고 4점짜리 14문항 중 1문항을 틀리는 경우이므로 이때의 경우의 수는

$\frac{8\times7}{2}\times14=392$ …… ❷

(5점짜리 2문항)을 틀리는 경우는 5점짜리 4문항 중 순서에 상관없이 2문항을 틀리는 경우이므로 이때의 경우의 수는

$\frac{4\times3}{2}=6$ …… ❸

따라서 구하는 경우의 수는

$392+6=398$ …… ❹

채점 기준	배점
❶ 틀린 문제의 점수의 합이 10점임을 알기	2점
❷ 3점짜리 2문항, 4점짜리 1문항을 틀리는 경우의 수 구하기	3점
❸ 5점짜리 2문항을 틀리는 경우의 수 구하기	2점
❹ 수학 시험에서 90점을 맞는 경우의 수 구하기	1점

중단원 테스트 [2회] 107~108쪽

01 ② **02** ③ **03** 90 **04** ⑤ **05** ③
06 ② **07** ② **08** ③ **09** 15번째
10 ① **11** ① **12** 6 **13** ③ **14** 64
15 22 **16** 56

01 동전에서 앞면이 나오는 경우는 1가지

주사위에서 6의 약수의 눈이 나오는 경우는

1, 2, 3, 6의 4가지

따라서 구하는 경우의 수는 $1\times4=4$

02 승부가 나지 않는 경우는 3명이 모두 같은 것을 내거나 모두 다른 것을 내는 경우이다.

3명이 모두 같은 것을 내는 경우는

(가위, 가위, 가위), (바위, 바위, 바위),

(보, 보, 보)의 3가지

3명이 모두 다른 것을 내는 경우는

(가위, 바위, 보), (가위, 보, 바위),

(바위, 가위, 보), (바위, 보, 가위),

(보, 가위, 바위), (보, 바위, 가위)의 6가지

따라서 구하는 경우의 수는 $3+6=9$

03 여학생 중에서 회장 1명을 뽑는 경우의 수는 3

남학생 중에서 회장 1명, 부회장 1명을 뽑는 경우의 수는

$6\times5=30$

따라서 구하는 경우의 수는 $3\times30=90$

04 ① 1, 2, 3, 4의 4가지

② 1, 2, 3, 6의 4가지

③ 2, 3, 5의 3가지

④ 2, 4, 6의 3가지

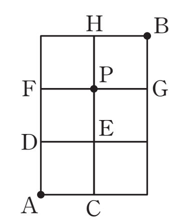
⑤ 1, 2, 4, 5, 6의 5가지

따라서 경우의 수 중 가장 큰 것은 ⑤이다.

05 영어책을 제외한 국어, 수학, 역사, 과학책 중에서 3권을 뽑아 순서대로 올려놓으면 되므로 구하는 경우의 수는

$4\times3\times2=24$

06 오른쪽 그림에서 집을 A, 병원을 P, 약국을 B라고 할 때, A 지점에서 출발하여 P 지점까지 가장 짧은 거리로 가는 경우는



A−D−F−P, A−D−E−P,

A−C−E−P의 3가지

P 지점에서 B 지점까지 가장 짧은 거리로 가는 경우는

P−H−B, P−G−B의 2가지

따라서 구하는 경우의 수는 $3\times2=6$

07 바늘이 가리키는 수의 합이 7인 경우는

(3, 4), (4, 3)의 2가지

바늘이 가리키는 수의 합이 12인 경우는

(8, 4), (9, 3)의 2가지

따라서 구하는 경우의 수는 $2+2=4$

08 나온 눈의 수의 합이 짝수인 경우는

(짝수, 짝수), (홀수, 홀수)의 눈이 나올 때이다.

주사위의 눈이 짝수인 경우는 2, 4, 6의 3가지이므로 a, b가 모두 짝수인 경우의 수는

$3\times3=9$

주사위의 눈이 홀수인 경우는 1, 3, 5의 3가지이므로 a, b가 모두 홀수인 경우의 수는

$3\times3=9$

따라서 구하는 경우의 수는 $9+9=18$

09 (i) a□□□인 경우는 $3\times2\times1=6$(개)

(ii) b□□□인 경우는 $3\times2\times1=6$(개)

(iii) ca□□인 경우는 $cabd$, $cadb$의 2개

(iv) cb□□인 경우는 $cbad$, $cbda$의 2개

따라서 $cbad$는 $6+6+2+1=15$(번째)에 나오는 문자열이다.

10 A$-$D로 가는 경우의 수는 1
A$-$C$-$D로 가는 경우의 수는 1
A$-$B$-$C$-$D로 가는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$
따라서 구하는 경우의 수는 $1+1+6=8$

11 1학년 학생 8명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는
$\frac{8\times7}{2}=28$
2학년 학생 6명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는
$\frac{6\times5}{2}=15$
3학년 학생 4명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는
$\frac{4\times3}{2}=6$
따라서 구하는 경우의 수는 $28+15+6=49$

12 방정식 $ax-b=0$의 해가 $x=1$이므로
$ax-b=0$에 $x=1$을 대입하면
$a-b=0 \qquad \therefore a=b$
$a=b$를 만족시키는 경우를 순서쌍 (a, b)로 나타내면
$(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)$
의 6가지이므로 구하는 경우의 수는 6이다.

13 나온 눈의 수가 $a>b>c$인 경우는
$(3, 2, 1), (4, 2, 1), (5, 2, 1), (6, 2, 1), (4, 3, 1),$
$(5, 3, 1), (6, 3, 1), (5, 4, 1), (6, 4, 1), (6, 5, 1),$
$(4, 3, 2), (5, 3, 2), (6, 3, 2), (5, 4, 2), (6, 4, 2),$
$(6, 5, 2), (5, 4, 3), (6, 4, 3), (6, 5, 3), (6, 5, 4)$
의 20가지이므로 구하는 경우의 수는 20이다.

14 백의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 5개, 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리에 온 숫자를 제외한 5개, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 백의 자리와 십의 자리에 온 숫자를 제외한 4개이다.
따라서 서로 다른 3장의 카드를 뽑아 만들 수 있는 세 자리의 자연수의 개수는 $5\times5\times4=100$
$\therefore a=100$ …… ❶
세 자리의 자연수 중에서 5의 배수는 □□5, □□0인 경우이다.
(i) □□5인 경우의 수는 $4\times4=16$
(ii) □□0인 경우의 수는 $5\times4=20$
따라서 세 자리의 자연수 중에서 5의 배수의 개수는
$16+20=36$
$\therefore b=36$ …… ❷
$\therefore a-b=100-36=64$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ a의 값 구하기	3점
❷ b의 값 구하기	3점
❸ $a-b$의 값 구하기	1점

15 모든 경우의 수는 $6\times6=36$ …… ❶
$\frac{a}{b}$가 자연수가 되는 경우를 순서쌍 (a, b)로 나타내면
$(1, 1), (2, 1), (3, 1), (4, 1), (5, 1), (6, 1),$
$(2, 2), (4, 2), (6, 2), (3, 3), (6, 3), (4, 4),$
$(5, 5), (6, 6)$의 14가지 …… ❷
따라서 구하는 경우의 수는
$36-14=22$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ 모든 경우의 수 구하기	1점
❷ $\frac{a}{b}$가 자연수가 되는 경우의 수 구하기	3점
❸ $\frac{a}{b}$가 자연수가 아닌 경우의 수 구하기	3점

16 선분의 개수는 서로 다른 7개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 2개의 점을 뽑는 경우의 수와 같으므로
$p=\frac{7\times6}{2}=21$ …… ❶
삼각형의 개수는 서로 다른 7개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 3개의 점을 뽑는 경우의 수와 같으므로
$q=\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$ …… ❷
$\therefore p+q=21+35=56$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ p의 값 구하기	3점
❷ q의 값 구하기	4점
❸ $p+q$의 값 구하기	1점

2. 확률

01. 확률의 뜻과 성질

소단원 테스트 [1회] 109쪽

01 0 **02** $\frac{5}{8}$ **03** ② **04** ④ **05** $\frac{1}{2}$
06 ④ **07** ③ **08** ㄹ, ㅁ

01 절대로 일어나지 않는 사건이므로 확률은 0이다.

02 모든 경우의 수는 $5+3=8$
검은 공을 꺼내는 경우의 수는 5
따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{8}$

03 모든 경우의 수는 $5\times4\times3\times2\times1=120$
1반 학생 2명을 한 명으로 생각하여 4명이 한 줄로 서는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$
1반 학생들이 자리를 바꾸는 경우의 수는 2
즉, 1반 학생 2명을 이웃하게 세우는 경우의 수는
$24\times2=48$
따라서 구하는 확률은 $\frac{48}{120}=\frac{2}{5}$

04 모든 경우의 수는 $5\times4=20$
두 자리의 자연수가 30 이하인 경우는
12, 13, 14, 15, 21, 23, 24, 25의 8가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

05 모든 경우의 수는 12
12의 약수가 나오는 경우는 1, 2, 3, 4, 6, 12의 6가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$

06 ④ $p+q=1$이므로 $q=1-p$

07 모든 경우의 수는 $6\times6\times6=216$
주사위를 던질 때 홀수의 눈이 나오는 경우는 1, 3, 5의 3가지이므로 세 개의 주사위에서 모두 홀수의 눈이 나오는 경우의 수는 $3\times3\times3=27$
즉, 세 개의 주사위에서 모두 홀수의 눈이 나올 확률은
$\frac{27}{216}=\frac{1}{8}$
따라서 적어도 한 개의 주사위에서 짝수의 눈이 나올 확률은
$1-$(세 개의 주사위에서 모두 홀수의 눈이 나올 확률)
$=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

08 ㄱ. 절대로 일어나지 않는 사건이므로 확률은 0이다.
ㄴ. 모든 경우의 수는 $2\times2=4$
모두 앞면이나 모두 뒷면이 나오는 경우는
(앞, 앞), (뒤, 뒤)의 2가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$
ㄷ. 모든 경우의 수는 $4+2+3=9$
흰 공 또는 빨간 공을 꺼내는 경우의 수는 $4+3=7$
따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{9}$
ㄹ. 반드시 일어나는 사건이므로 확률은 1이다.
ㅁ. 반드시 일어나는 사건이므로 확률은 1이다.
따라서 확률이 1인 경우는 ㄹ, ㅁ이다.

소단원 테스트 [2회] 110쪽

01 ⑤ **02** $\frac{1}{5}$ **03** 0 **04** ④ **05** 1
06 $\frac{61}{125}$ **07** ② **08** ②

01 모든 경우의 수는 $4+8=12$
검은 구슬을 꺼내는 경우의 수는 4
따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$

02 2학년 1반의 전체 학생 수는 $15+10+8+7=40$
임의로 한 명을 선택할 때 혈액형이 O형인 경우의 수는 8
따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{40}=\frac{1}{5}$

03 절대로 일어나지 않는 사건이므로 확률은 0이다.

04 모든 경우의 수는 $2\times2\times2=8$
세 개의 동전이 모두 같은 면이 나오는 경우는
(앞, 앞, 앞), (뒤, 뒤, 뒤)의 2가지
즉, 세 개의 동전이 모두 같은 면이 나올 확률은
$\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$
따라서 구하는 확률은
$1-$(세 개의 동전이 모두 같은 면이 나올 확률)
$=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

05 반드시 일어나는 사건이므로 확률은 1이다.

06 모든 경우의 수는 $5\times5\times5=125$
세 명 모두 국악을 제외한 음악 중에서 듣는 경우의 수는
$4\times4\times4=64$
즉, 세 명 모두 국악을 듣지 않았을 확률은 $\frac{64}{125}$
따라서 구하는 확률은
$1-$(세 명 모두 국악을 듣지 않았을 확률)
$=1-\frac{64}{125}=\frac{61}{125}$

07 ② 절대로 일어나지 않는 사건의 확률은 0, 반드시 일어나는 사건의 확률은 1이므로 $0 \le p \le 1$

08 ① $\frac{1}{6}$ ② 1

③ 모든 경우의 수는 $3 \times 3 = 9$

비기는 경우는 두 사람이 같은 것을 내는 3가지

따라서 비길 확률은 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

④ $\frac{1}{4}$ ⑤ 0

따라서 확률이 1인 것은 ②이다.

02. 확률의 계산

소단원 테스트 [1회] 111쪽

01 ⑤	**02** ⑤	**03** $\frac{57}{100}$	**04** $\frac{2}{7}$	**05** ⑤
06 ②	**07** $\frac{13}{15}$	**08** $\frac{5}{12}$		

01 5의 배수가 나올 확률은 $\frac{4}{20}$

6의 배수가 나올 확률은 $\frac{3}{20}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{20} + \frac{3}{20} = \frac{7}{20}$

02 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$

나온 눈의 수의 합이 4인 경우는

$(1, 3)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{36}$

나온 눈의 수의 합이 7인 경우는

$(1, 6)$, $(2, 5)$, $(3, 4)$, $(4, 3)$, $(5, 2)$, $(6, 1)$의 6가지이므로 그 확률은 $\frac{6}{36}$

따라서 구하는 확률은

$1 - \left(\frac{3}{36} + \frac{6}{36}\right) = 1 - \frac{9}{36} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

03 전체 학생 수는 $44 + 13 + 36 + 7 = 100$

임의로 한 명을 선택할 때 혈액형이 A형일 확률은 $\frac{44}{100}$

임의로 한 명을 선택할 때 혈액형이 B형일 확률은 $\frac{13}{100}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{44}{100} + \frac{13}{100} = \frac{57}{100}$

04 첫 번째에 흰 공을 꺼낼 확률은 $\frac{4}{7}$

두 번째에도 흰 공을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{6}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{2}{7}$

05 흰 공을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{10}$이므로

두 번 모두 흰 공을 꺼내지 못할 확률은

$\left(1 - \frac{3}{10}\right) \times \left(1 - \frac{3}{10}\right) = \frac{7}{10} \times \frac{7}{10} = \frac{49}{100}$

따라서 구하는 확률은

$1 -$(두 번 모두 흰 공을 꺼내지 못할 확률)

$= 1 - \frac{49}{100} = \frac{51}{100}$

06 토요일에도 비가 오고, 일요일에도 비가 올 확률은

$\frac{30}{100} \times \frac{50}{100} = \frac{15}{100}$

따라서 구하는 확률은 ② $15\ \%$이다.

07 두 사람 모두 불합격할 확률은

$\left(1 - \frac{2}{3}\right) \times \left(1 - \frac{3}{5}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{15}$

따라서 구하는 확률은

$1 -$(두 사람 모두 불합격할 확률)

$= 1 - \frac{2}{15} = \frac{13}{15}$

08 두 사람이 약속 시간에 만나지 못할 확률은 두 사람 중 적어도 한 사람이 약속을 지키지 못할 확률과 같다.

두 사람 모두 약속을 지킬 확률은

$\frac{7}{8} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{7}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{7}{12}$

따라서 구하는 확률은

$1 -$(두 사람이 모두 약속을 지킬 확률)

$= 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$

소단원 테스트 [2회] 112쪽

01 ②	**02** ③	**03** ②	**04** $\frac{2}{15}$	**05** ①
06 $\frac{8}{45}$	**07** $\frac{8}{9}$	**08** $\frac{32}{35}$		

01 1등 제비를 뽑을 확률은 $\frac{1}{50}$

2등 제비를 뽑을 확률은 $\frac{4}{50}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{50} + \frac{4}{50} = \frac{1}{10}$

02 빨간 공을 꺼낼 확률은 $\frac{5}{20}$

파란 공을 꺼낼 확률은 $\frac{7}{20}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{20}+\frac{7}{20}=\frac{3}{5}$

03 주사위를 던질 때 2의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

동전을 던질 때 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

04 A 씨앗이 싹이 트지 않을 확률은 $1-\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{6}\times\frac{4}{5}=\frac{2}{15}$

05 이 공장에서 만드는 제품이 불량품일 확률은

$\frac{5}{100}=\frac{1}{20}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{20}\times\frac{1}{20}=\frac{1}{400}$

06 A 주머니에서 검은 공이 나올 확률은 $\frac{4}{9}$

B 주머니에서 검은 공이 나올 확률은 $\frac{2}{5}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{9}\times\frac{2}{5}=\frac{8}{45}$

07 두 문제 A, B를 모두 틀릴 확률은

$\left(1-\frac{5}{6}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{6}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{9}$

따라서 구하는 확률은

1−(두 문제 A, B를 모두 틀릴 확률)

$=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$

08 A, B, C 모두 명중시키지 못할 확률은

$\left(1-\frac{3}{7}\right)\times\left(1-\frac{3}{4}\right)\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=\frac{4}{7}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{35}$

따라서 구하는 확률은

1−(A, B, C 모두 명중시키지 못할 확률)

$=1-\frac{3}{35}=\frac{32}{35}$

중단원 테스트 [1회] 113~114쪽

01 ⑤	**02** ④	**03** $\frac{3}{50}$	**04** ⑤	**05** $\frac{1}{4}$
06 $\frac{2}{3}$	**07** ⑤	**08** ①	**09** ⑤	**10** ②
11 $\frac{21}{40}$	**12** ①	**13** ②	**14** $\frac{1}{2}$	**15** $\frac{3}{4}$
16 $\frac{1}{3}$				

01 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

나온 눈의 수의 차가 3인 경우는

$(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)$의 6가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

02 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$x-y<0$에서 $x<y$이므로 $x<y$인 경우를 순서쌍 (x, y)로 나타내면

$(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 3), (2, 4),$
$(2, 5), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 5), (4, 6),$
$(5, 6)$의 15가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

03 첫 번째에 3의 약수가 적힌 공을 꺼낼 확률은 $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

두 번째에 3의 배수가 적힌 공을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{10}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{5}\times\frac{3}{10}=\frac{3}{50}$

04 3명을 한 줄로 세울 수 있는 모든 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

키가 작은 사람부터 순서대로 서는 경우의 수는 1

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{6}$

05 모든 경우의 수는 $2\times2\times2\times2=16$

나온 네 수의 합이 -1이 되는 경우는

앞면이 세 번, 뒷면이 한 번 나오는 경우이므로

(앞, 앞, 앞, 뒤), (앞, 앞, 뒤, 앞), (앞, 뒤, 앞, 앞),
(뒤, 앞, 앞, 앞)의 4가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

06 전체 학생 수는 $2+3+3+6+10=24$

한 명을 임의로 선택할 때 매우 만족에 응답한 학생일 확률은

$\frac{10}{24}$

만족에 응답한 학생일 확률은 $\frac{6}{24}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{10}{24}+\frac{6}{24}=\frac{16}{24}=\frac{2}{3}$

07 모든 경우의 수는 $2\times2\times2\times2=16$

네 번 중 뒷면이 한 번도 나오지 않는 경우는

모두 앞면이 나오는 경우의 1가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{16}$

따라서 구하는 확률은

1−(모두 앞면이 나올 확률)

$=1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$

08 평평한 면이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$이고 윷이 나오는 경우는 던진 4개의 윷가락이 모두 평평한 면이 나오는 경우이므로

구하는 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{81}$

09 ⑤ 어떤 사건이 일어날 확률을 p라고 하면 $0\le p\le 1$이므로 2는 확률이 될 수 없다.

10 첫 번째에 A가 이기고 두 번째에 B가 이길 확률은

$\frac{2}{5}\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{25}$

첫 번째에 B가 이기고 두 번째에 A가 이길 확률은

$\left(1-\frac{2}{5}\right)\times\frac{2}{5}=\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{25}$

따라서 구하는 확률은

(A가 1승 후 1패를 할 확률)+(A가 1패 후 1승을 할 확률)

$=\frac{6}{25}+\frac{6}{25}=\frac{12}{25}$

11 A만 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{3}{10}\times\frac{7}{9}\times\frac{6}{8}=\frac{7}{40}$

B만 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{7}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{6}{8}=\frac{7}{40}$

C만 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{7}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{3}{8}=\frac{7}{40}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{40}+\frac{7}{40}+\frac{7}{40}=\frac{21}{40}$

12 절대로 일어나지 않는 사건이므로 확률은 0이다.

13 가장 작은 원의 반지름의 길이를 r라고 하면

가장 큰 원의 넓이는 $\pi\times(3r)^2=9r^2\pi$

색칠한 부분의 넓이는 $\pi\times(2r)^2-\pi\times r^2=3r^2\pi$

따라서 색칠한 부분을 맞힐 확률은 $\frac{3r^2\pi}{9r^2\pi}=\frac{1}{3}$

14 동전을 3번 던지는 모든 경우의 수는

$2\times2\times2=8$ …… ❶

점 P의 위치가 0이 되는 경우는

(앞, 뒤, 뒤), (뒤, 앞, 뒤), (뒤, 뒤, 앞)

의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{8}$ …… ❷

점 P의 위치가 -3이 되는 경우는

(뒤, 뒤, 뒤)의 1가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{8}$ …… ❸

따라서 구하는 확률은

$\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ …… ❹

채점 기준	배점
❶ 모든 경우의 수 구하기	1점
❷ 점 P의 위치가 0이 될 확률 구하기	3점
❸ 점 P의 위치가 -3이 될 확률 구하기	3점
❹ 점 P의 위치가 0이거나 -3이 될 확률 구하기	1점

15 A가 불합격할 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

B가 불합격할 확률은 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ …… ❶

따라서 두 사람 모두 불합격할 확률은

$\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$ …… ❷

따라서 구하는 확률은

$1-$(두 사람이 모두 불합격할 확률)

$=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ A, B가 각각 불합격할 확률 구하기	4점
❷ 두 사람 모두 불합격할 확률 구하기	2점
❸ 적어도 한 사람은 합격할 확률 구하기	1점

16 두 자리의 자연수를 만드는 모든 경우의 수는

$9\times9=81$ …… ❶

두 자리의 자연수 중에서 3의 배수인 경우는

12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60, 63, 69, 72, 75, 78, 81, 84, 87, 90, 93, 96

의 27가지이다. …… ❷

따라서 구하는 확률은 $\frac{27}{81}=\frac{1}{3}$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ 모든 경우의 수 구하기	3점
❷ 3의 배수인 경우의 수 구하기	3점
❸ 확률 구하기	1점

중단원 테스트 [2회]

115~116쪽

01 $\frac{3}{5}$	**02** ⑤	**03** ②	**04** $\frac{1}{30}$	**05** $\frac{5}{6}$
06 $\frac{9}{20}$	**07** ④	**08** ⑤	**09** ④	**10** ⑤
11 $\frac{1}{3}$	**12** ⑤	**13** ②	**14** $\frac{5}{9}$	**15** $\frac{1}{12}$
16 $\frac{11}{27}$				

01 B 중학교가 이길 확률은 A 중학교가 질 확률과 같으므로

구하는 확률은 $1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

02 모든 경우의 수는 $\frac{5\times4}{2}=10$

소담 또는 보람이 청소 당번이 되는 경우는

(소담, 보람), (소담, 아름), (소담, 한솔), (소담, 새롬), (보람, 아름), (보람, 한솔), (보람, 새롬)

의 7가지이므로 구하는 확률은 $\frac{7}{10}$

03 원판의 넓이는 $\pi\times12^2=144\pi$

부채꼴 B의 넓이는 $144\pi\times\frac{45}{360}=18\pi$

이므로 B 부분에 맞힐 확률은 $\frac{18\pi}{144\pi}=\frac{1}{8}$

부채꼴 D의 넓이는 $144\pi\times\frac{60}{360}=24\pi$

이므로 D 부분에 맞힐 확률은 $\frac{24\pi}{144\pi}=\frac{1}{6}$

즉, B 또는 D에 맞힐 확률은

$\frac{1}{8}+\frac{1}{6}=\frac{7}{24}$

따라서 구하는 확률은

1−(B 또는 D 부분에 맞힐 확률)

$=1-\frac{7}{24}=\frac{17}{24}$

04 풍산이가 문제를 모두 맞힐 확률은

$\frac{1}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{30}$

05 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

나온 눈의 수의 곱이 2인 경우는 $(1, 2)$, $(2, 1)$의 2가지

나온 눈의 수의 곱이 3인 경우는 $(1, 3)$, $(3, 1)$의 2가지

나온 눈의 수의 곱이 5인 경우는 $(1, 5)$, $(5, 1)$의 2가지

즉, 나오는 눈의 수의 곱이 소수인 경우의 수는

$2+2+2=6$이고 그 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

06 (A 또는 B가 1등일 확률)$=\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{9}{20}$

07 B 문제를 맞힐 확률을 x라고 하면

$\frac{2}{9}\times x=\frac{1}{12}$ $\therefore x=\frac{3}{8}$

A 문제를 맞히고 B 문제를 틀릴 확률은

$\frac{2}{9}\times\left(1-\frac{3}{8}\right)=\frac{2}{9}\times\frac{5}{8}=\frac{10}{72}$

A 문제를 틀리고 B 문제를 맞힐 확률은

$\left(1-\frac{2}{9}\right)\times\frac{3}{8}=\frac{7}{9}\times\frac{3}{8}=\frac{21}{72}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{10}{72}+\frac{21}{72}=\frac{31}{72}$

08 A+B가 짝수이려면 A, B 모두 홀수이거나 모두 짝수이어야 한다.

A, B 모두 홀수일 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{2}{6}$

A, B 모두 짝수일 확률은

$\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{2}$

09 전체 원판의 넓이를 10이라고 하면

짝수인 부분이 차지하는 넓이는 4이므로 그 확률은 $\frac{4}{10}$

소수인 부분이 차지하는 넓이는 5이므로 그 확률은 $\frac{5}{10}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{10}\times\frac{5}{10}=\frac{1}{5}$

10 4개의 문제 중 적어도 두 문제를 맞힐 확률은

1−(모두 틀릴 확률 또는 1문제 맞힐 확률)과 같다.

모두 틀릴 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{16}$

1문제 맞힐 확률은 $4\times\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은

1−(모두 틀릴 확률 또는 1문제 맞힐 확률)

$=1-\left(\frac{1}{16}+\frac{1}{4}\right)$

$=1-\frac{5}{16}=\frac{11}{16}$

11 모든 경우의 수는 $3\times3\times3=27$

A, B, C가 내는 것을 (A, B, C)로 나타내면

A가 지는 경우는

(보, 가위, 가위), (바위, 보, 보), (가위, 바위, 바위)의

3가지

B 또는 C만 지는 경우도 같은 방법으로 각각 3가지이다.

따라서 한 사람만 지는 경우의 수는 $3\times3=9$이므로

구하는 확률은 $\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$

12 막대기 4개 중 세 개를 뽑는 경우의 수는 4

삼각형이 만들어지는 경우는

$(6, 8, 10)$, $(6, 10, 14)$, $(8, 10, 14)$의 3가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{4}$

13 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

직선 $3ax-by+1=0$이 점 $(1, 2)$를 지나므로

$3ax-by+1=0$에 $x=1$, $y=2$를 대입하면

$3a-2b+1=0$ $\therefore 3a-2b=-1$

$3a-2b=-1$을 만족시키는 경우를 순서쌍 (a, b)로 나타내면 $(1, 2)$, $(3, 5)$의 2가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

14 첫 번째에 파란 공을 뽑고 두 번째에 노란 공을 뽑을 확률은

$\frac{4}{9}\times\frac{5}{8}=\frac{5}{18}$ …… ❶

첫 번째에 노란 공을 뽑고 두 번째에 파란 공을 뽑을 확률은

$\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}=\frac{5}{18}$ …… ❷

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{18}+\frac{5}{18}=\frac{5}{9}$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ 첫 번째에 파란 공을 뽑고 두 번째에 노란 공을 뽑을 확률 구하기	3점
❷ 첫 번째에 노란 공을 뽑고 두 번째에 파란 공을 뽑을 확률 구하기	3점
❸ 확률 구하기	2점

15 모든 경우의 수는 $6\times6=36$ …… ❶

$ax+b=10$의 해가 2이므로 $ax+b=10$에 $x=2$를 대입하면 $2a+b=10$

$2a+b=10$을 만족시키는 경우를 순서쌍 (a, b)로 나타내면 $(2, 6)$, $(3, 4)$, $(4, 2)$의 3가지 …… ❷

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ 모든 경우의 수 구하기	2점
❷ $2a+b=10$을 만족시키는 경우의 수 구하기	3점
❸ 확률 구하기	2점

16 스위치가 닫히는 경우를 ○, 닫히지 않는 경우를 ×라고 할 때, 불이 들어오는 경우를 (A, B, C) 순서대로 나타내면

(○, ×, ○), (×, ○, ○), (○, ○, ○) …… ❶

(○, ×, ○)인 경우의 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{27}$

(×, ○, ○)인 경우의 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{27}$

(○, ○, ○)인 경우의 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$

즉, 불이 켜질 확률은

$\frac{4}{27}+\frac{4}{27}+\frac{8}{27}=\frac{16}{27}$ …… ❷

따라서 구하는 확률은

1−(불이 켜질 확률)

$=1-\frac{16}{27}=\frac{11}{27}$ …… ❸

채점 기준	배점
❶ 불이 들어오는 경우 구하기	2점
❷ 불이 켜질 확률 구하기	4점
❸ 불이 켜지지 않을 확률 구하기	1점

대단원 테스트 [1회]

117~122쪽

01 ④	02 ②	03 $\frac{1}{495}$	04 $\frac{3}{8}$	05 ②
06 ⑤	07 ③	08 $\frac{3}{5}$	09 ⑤	10 ①
11 9	12 2 %	13 ⑤	14 ③	15 ④
16 $\frac{2}{3}$	17 ⑤	18 ①	19 ①	20 $\frac{1}{3}$
21 ④	22 ②	23 ③	24 ④	25 ②
26 $\frac{2}{5}$	27 ④	28 ②	29 ④	30 $\frac{1}{20}$
31 $\frac{1}{2}$	32 ④	33 $\frac{5}{6}$	34 $\frac{3}{4}$	35 72
36 11	37 ⑤	38 ②	39 12	40 ②
41 ④	42 ②	43 ⑤	44 12	45 ②

01 일간지 5종류 중 1종류를 선택하는 경우의 수는 5

주간지 4종류 중 1종류를 선택하는 경우의 수는 4

따라서 구하는 경우의 수는 $5\times4=20$

02 만들 수 있는 금액을 순서쌍으로 나타내면

(10원, 10원), (10원, 50원), (10원, 100원),

(50원, 50원), (50원, 100원), (100원, 100원)

의 6가지이다.

03 첫 번째 제품이 불량품일 확률은 $\frac{5}{100}$

두 번째 제품이 불량품일 확률은 $\frac{4}{99}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{100}\times\frac{4}{99}=\frac{1}{495}$

04 모든 경우의 수는 $2\times2\times2\times2=16$

한 개의 동전을 4번 던질 때, 앞면이 2번만 나오는 경우는

(앞, 앞, 뒤, 뒤), (앞, 뒤, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 뒤, 앞),

(뒤, 앞, 앞, 뒤), (뒤, 앞, 뒤, 앞), (뒤, 뒤, 앞, 앞)의 6가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

05 C 선수가 10점 과녁에 맞히지 못할 확률은

$1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{15}$

06 자음과 모음이 각각 4개씩 있으므로 만들 수 있는 글자의 개수는 $4\times4=16$

07 모든 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$

A가 맨 앞에 서고 나머지 3명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$

08 1부터 20까지의 수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19의 8개이므로 그 확률은 $\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

제곱인 수는 1, 4, 9, 16의 4개이므로 그 확률은 $\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{3}{5}$

09 ⑤ 절대로 일어나지 않는 사건이므로 확률은 0이다.

10 4가지의 색을 한 줄로 나열하는 경우의 수와 같으므로 구하는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$

11 $A-B-C$로 가는 경우의 수는 $3\times2=6$

$A-C$로 가는 경우의 수는 3

따라서 구하는 경우의 수는 $6+3=9$

12 A 지역에 올해와 내년 모두 태풍이 올 확률은

$\frac{20}{100}\times\frac{10}{100}=\frac{2}{100}$이므로 2 %이다.

13 2개 모두 당첨 제비가 아닐 확률은 $\frac{15}{20}\times\frac{14}{19}=\frac{21}{38}$

따라서 구하는 확률은

1−(2개 모두 당첨 제비가 아닐 확률)

$=1-\frac{21}{38}=\frac{17}{38}$

14 $\frac{b}{a}$의 값이 자연수가 되는 경우는

$\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{4}{1}, \frac{2}{2}, \frac{4}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}$의 8가지

따라서 구하는 경우의 수는 8이다.

15 두 학생 모두 자유투를 성공하지 못할 확률은

$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

따라서 구하는 확률은

1−(두 학생 모두 자유투를 성공하지 못할 확률)

$=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

16 모든 경우의 수는 $3\times3=9$

비기는 경우는 두 사람이 같은 것을 내는 3가지

따라서 구하는 확률은

1−(비길 확률)$=1-\frac{3}{9}=\frac{2}{3}$

17 B 문제를 맞힐 확률을 x라고 하면

A, B 두 문제를 모두 맞힐 확률이 $\frac{1}{3}$이므로

$\frac{5}{6}\times x=\frac{1}{3}$ $\quad\therefore x=\frac{2}{5}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{5}{6}\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=\frac{5}{6}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{2}$

18 7의 배수가 나오는 경우는 7, 14, 21, 28의 4가지

8의 배수가 나오는 경우는 8, 16, 24의 3가지

따라서 구하는 경우의 수는 $4+3=7$

19 서로 다른 두 개의 동전을 동시에 던질 때 2개 모두 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

주사위의 눈 중에서 소수가 나오는 경우는 2, 3, 5의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

20 모든 경우의 수는 $6\times6=36$

$2x+y>12$를 만족시키는 경우를 순서쌍 (x, y)로 나타내면 (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (4, 5), (4, 6)의 12가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$

21 12장의 카드 중에서 4의 배수인 카드는 4, 8, 12의 3장이므로 4의 배수인 카드가 나올 확률은 $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은

1−(4의 배수인 카드가 뽑힐 확률)

$=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

22 모든 경우의 수는 $3\times3\times3\times3=81$

(i) 4명의 학생이 모두 같은 것을 내는 경우의 수는 3

(ii) 4명의 학생 중 2명이 같은 것을 내는 경우

같은 것을 내는 2명을 선택하는 경우의 수는 $\frac{4\times3}{2}=6$

그 2명이 내는 것은 가위, 바위, 보의 3가지

나머지 2명이 다른 것을 내는 경우의 수는 2

따라서 경우의 수는 $6\times3\times2=36$

(i), (ii)에 의하여 승자와 패자가 결정되지 않는 경우의 수는 $3+36=39$

따라서 구하는 확률은 $\frac{39}{81}=\frac{13}{27}$

23 남자 4명 중에서 대표 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{4\times3}{2}=6$

여자 2명 중에서 대표 1명을 뽑는 경우의 수는 2

따라서 구하는 경우의 수는 $6\times2=12$

24 서로 다른 동전 4개를 동시에 던질 때 모두 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{16}$

따라서 구하는 확률은

1−(모두 앞면이 나올 확률)

$=1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$

25 모든 경우의 수는 $6\times6=36$
만든 두 자리의 자연수가 55 이상인 경우는
55, 56, 61, 62, 63, 64, 65, 66의 8가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

26 두 사람이 영화관에서 만나지 않게 될 확률은 두 사람 중 적어도 한 사람이 약속을 지키지 못할 확률과 같다.
두 사람 모두 약속을 지킬 확률은 $\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{3}{5}$
따라서 구하는 확률은
$1-$(두 사람이 모두 약속을 지킬 확률)
$=1-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$

27 나온 눈의 수의 합이 6인 경우는
$(1, 5)$, $(2, 4)$, $(3, 3)$, $(4, 2)$, $(5, 1)$의 5가지
나온 눈의 수의 합이 12인 경우는 $(6, 6)$의 1가지
따라서 구하는 경우의 수는 $5+1=6$

28 서로 다른 6개의 점 중에서 순서를 생각하지 않고 2개의 점을 뽑는 경우의 수와 같으므로 구하는 직선의 개수는
$\frac{6\times5}{2}=15$

29 두 문제를 모두 맞힐 확률은 $0.8\times0.9=0.72$
두 문제를 모두 틀릴 확률은 $(1-0.8)\times(1-0.9)=0.02$
따라서 구하는 확률은 $0.72+0.02=0.74$

30 A, B, C, D, E의 5명 중에서 3명을 뽑아 한 줄로 세우는 경우의 수는 $5\times4\times3=60$
3명을 한 줄로 세울 때, A가 맨 앞에 서고 E가 맨 뒤에 서는 경우는 ABE, ACE, ADE의 3가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{60}=\frac{1}{20}$

31 A만 맞힐 확률은 $\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{3}{5}\right)=\frac{1}{5}$
B만 맞힐 확률은 $\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{3}{5}=\frac{3}{10}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{5}+\frac{3}{10}=\frac{1}{2}$

32 3의 배수가 적힌 공을 꺼내는 경우는
3, 6, 9, ⋯, 96, 99의 33가지이므로 구하는 확률은
$\frac{33}{99}=\frac{1}{3}$

33 두 명 모두 명중시키지 못할 확률은
$\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$
따라서 구하는 확률은
$1-$(두 명 모두 명중시키지 못할 확률)
$=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

34 주사위를 던져서 홀수의 눈이 나오는 경우는 1, 3, 5의 3가지이므로 그 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$
두 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수의 곱이 홀수가 되는 경우는 (홀수)$\times$(홀수)이므로 곱이 홀수가 될 확률은
$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$
따라서 구하는 확률은
$1-$(나온 눈의 수의 곱이 홀수가 될 확률)
$=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

35 (i) 서울에서 대전을 거쳐 부산까지 가는 경우의 수는
$4\times3=12$
(ii) 부산에서 대전을 거쳐 서울까지 올 때, 갈 때와는 다른 길로 돌아오는 경우의 수는
$2\times3=6$
따라서 구하는 경우의 수는 $12\times6=72$

36 A, B, C, D가 가지고 온 간식을 각각 a, b, c, d라고 하자.
D가 자신이 가지고 온 간식을 먹고 A, B, C는 자신이 가지고 온 간식을 먹지 않는 경우는 다음과 같이 2가지이다.

A	B	C	D
b	c	a	d
c	a	b	d

A, B, C, D가 모두 자신이 가지고 온 간식을 먹지 않는 경우는 다음과 같이 9가지이다.

A	B	C	D
b	a	d	c
b	c	d	a
b	d	a	c
c	a	d	b
c	d	a	b
c	d	b	a
d	a	b	c
d	c	a	b
d	c	b	a

따라서 구하는 경우의 수는 $2+9=11$

37 A, B만 합격할 확률은
$\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\left(1-\frac{3}{5}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}=\frac{2}{15}$
A, C만 합격할 확률은
$\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{2}{3}\right)\times\frac{3}{5}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{10}$
B, C만 합격할 확률은
$\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{15}+\frac{1}{10}+\frac{1}{5}=\frac{13}{30}$

38 주머니 속에 들어 있는 파란 구슬을 x개라고 하면
전체 구슬의 수는 $4+2+x=6+x$
빨간 구슬이 나올 확률이 $\frac{1}{4}$이므로
$\frac{2}{6+x}=\frac{1}{4}$, $6+x=8$ $\quad \therefore x=2$
따라서 파란 구슬은 2개이다.

39 $2x<y+1$을 만족시키는 경우는
$x=0$일 때, $y=0, 1, 2, 3, 4, 5$이므로 6가지
$x=1$일 때, $y=2, 3, 4, 5$이므로 4가지
$x=2$일 때, $y=4, 5$이므로 2가지
$x>3$이면 $2x>6$이므로 $2x<y+1$을 만족시키는 y의 값은 없다.
따라서 구하는 경우의 수는 $6+4+2=12$

40 1500원으로 지우개, 자, 컴퍼스를 각각 한 개 이상씩 사는 경우를 표로 나타내면 다음과 같다.

500원짜리 컴퍼스	2	1	1	1
300원짜리 자	1	3	2	1
100원짜리 지우개	2	1	4	7

따라서 구하는 경우의 수는 4이다.

41 (i) A가 한 번 이기는 경우
그 확률은 $\frac{3}{5}$
(ii) B가 한 번 이기고 A가 한 번 이기는 경우
그 확률은 $\left(1-\frac{3}{5}\right)\times\frac{3}{5}=\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{25}$
(i), (ii)에서 A가 3회를 먼저 이길 확률은
$\frac{3}{5}+\frac{6}{25}=\frac{21}{25}$이므로 A는 상금을
$100\times\frac{21}{25}=84$(만 원) 가져야 한다.

42 지수네 반 학생 수를 x라고 하면 지수네 반 학생 한 사람은 본인을 제외한 $(x-1)$명과 악수를 할 수 있다.
이때 한 사람도 빠짐없이 악수를 하는 경우의 수는 순서를 생각하지 않고 2명을 뽑는 경우의 수와 같으므로
$\frac{x(x-1)}{2}=325$, $x\times(x-1)=650=26\times25$
$\therefore x=26$
따라서 지수네 반 학생은 26명이다.

43 적어도 한 명은 자유투에 성공할 확률은
1−(두 명 모두 자유투에 실패할 확률)
$=1-\left(1-\frac{3}{4}\right)\times(1-p)=1-\frac{1}{4}(1-p)$
$=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}p$
이때 $\frac{3}{4}+\frac{1}{4}p=\frac{9}{10}$이므로
$\frac{1}{4}p=\frac{3}{20}$ $\quad \therefore p=\frac{3}{5}$

44 A 도시에서 출발하므로 B, C, D, E의 네 도시를 방문하는 경우의 수는 네 도시를 한 줄로 나열하는 경우의 수와 같으므로 $4\times3\times2\times1=24$
이때 B 도시와 C 도시 사이에는 직접 통하는 길이 없으므로 B 도시와 C 도시를 이웃해서 방문할 수 없다.
B 도시와 C 도시를 하나로 생각하여 세 도시를 한 줄로 나열하는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$
B, C의 순서를 바꾸는 경우의 수는 2
즉, B 도시와 C 도시를 이웃하여 방문하는 경우의 수는
$6\times2=12$
따라서 구하는 경우의 수는 $24-12=12$

45 눈이 오지 않는 경우를 ×로 나타내면 월요일에 눈이 오고 목요일에도 눈이 오는 경우와 그 확률은 다음과 같다.
(i) (눈, ×, ×, 눈)일 확률
$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{4}=\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$
(ii) (눈, ×, 눈, 눈)일 확률
$\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{18}$
(iii) (눈, 눈, ×, 눈)일 확률
$\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{4}=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{18}$
(iv) (눈, 눈, 눈, 눈)일 확률
$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$
(i)~(iv)에서 구하는 확률은
$\frac{1}{8}+\frac{1}{18}+\frac{1}{18}+\frac{1}{27}=\frac{59}{216}$

대단원 테스트 [2회] 123~128쪽

01 ②	02 ③	03 ④	04 ⑤	05 $\frac{9}{64}$
06 ①	07 ⑤	08 $\frac{8}{15}$	09 4	10 35
11 ④	12 $\frac{5}{9}$	13 ①	14 $\frac{1}{16}$	15 $\frac{1}{5}$
16 ⑤	17 $\frac{3}{10}$	18 42	19 32	20 ②
21 ⑤	22 4	23 ④	24 ⑤	25 $\frac{3}{8}$
26 ②	27 ⑤	28 $\frac{49}{100}$	29 ④	30 $\frac{5}{12}$
31 $\frac{7}{30}$	32 ②	33 ④	34 $\frac{1}{3}$	35 ②
36 ①	37 $\frac{1}{4}$	38 $\frac{16}{27}$	39 13	40 ③
41 ③	42 ④	43 $\frac{27}{50}$	44 10명	45 ②

01 두 가지 동전을 사용하여 만들 수 있는 금액을 순서쌍 (100원짜리 동전의 개수, 500원짜리 동전의 개수)로 나타내면
$(1, 1)$, $(1, 2)$, $(1, 3)$, $(2, 1)$, $(2, 2)$, $(2, 3)$의 6가지이다.

02 나오는 두 눈의 수의 차가 4가 되는 경우는
$(1, 5)$, $(2, 6)$, $(5, 1)$, $(6, 2)$의 4가지
나오는 두 눈의 수의 차가 5가 되는 경우는
$(1, 6)$, $(6, 1)$의 2가지
따라서 구하는 경우의 수는 $4+2=6$

03 모든 경우의 수는 $2\times2\times2=8$
적어도 2개는 앞면이 나오는 경우는
(앞, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 앞), (뒤, 앞, 앞), (앞, 앞, 앞)의 4가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

04 네 명 중에서 2명을 대표로 뽑는 경우의 수는 $\frac{4\times3}{2}=6$
A가 대표로 뽑히지 않는 경우는 A를 제외하고 B, C, D 중에서 2명을 뽑는 경우이므로 $\frac{3\times2}{2}=3$(가지)
따라서 A가 대표로 뽑히지 않을 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

05 화살이 색칠한 부분에 맞을 확률은 $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{8}\times\frac{3}{8}=\frac{9}{64}$

06 이 선수가 안타를 칠 확률은 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$
따라서 구하는 확률은
$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{81}$

07 3의 배수인 경우는 3, 6, 9, 12, 15, 18의 6가지이므로
그 확률은 $\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$
따라서 구하는 확률은
1−(나온 수가 3의 배수일 확률)
$=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$

08 첫 번째 뽑을 때 검은 공, 두 번째 뽑을 때 흰 공이 나올 확률은 $\frac{6}{10}\times\frac{4}{9}=\frac{4}{15}$
첫 번째 뽑을 때 흰 공, 두 번째 뽑을 때 검은 공이 나올 확률은 $\frac{4}{10}\times\frac{6}{9}=\frac{4}{15}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{15}+\frac{4}{15}=\frac{8}{15}$

09 $2x+y=10$을 만족시키는 경우를 순서쌍 (x, y)로 나타내면
$(1, 8)$, $(2, 6)$, $(3, 4)$, $(4, 2)$의 4가지
따라서 구하는 경우의 수는 4이다.

10 전체 경우의 수는 $6\times6=36$
나오는 눈의 수의 합이 2가 되는 경우는 $(1, 1)$의 1가지
따라서 구하는 경우의 수는 $36-1=35$

11 모두 맞히지 못할 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$
1문제만 맞힐 확률은 $3\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$
따라서 구하는 확률은
1−{(모두 맞히지 못할 확률)+(1문제만 맞힐 확률)}
$=1-\left(\frac{1}{8}+\frac{3}{8}\right)=\frac{1}{2}$

12 고등학생 4명, 중학생 5명으로 이루어진 팀에서 대표 2명을 뽑는 경우의 수는 9명 중에서 순서에 상관 없이 2명을 뽑는 경우와 같으므로
$\frac{9\times8}{2}=36$
고등학생 4명 중에서 1명을 뽑는 경우의 수는 4이고,
중학생 5명 중에서 1명을 뽑는 경우의 수는 5이므로 고등학생 1명, 중학생 1명을 대표로 뽑는 경우의 수는 $4\times5=20$
따라서 구하는 확률은 $\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$

13 후보자 8명 중에서 두 명을 선택하는 경우의 수는
$\frac{8\times7}{2}=28$
C팀에서 두 명을 선택하는 경우의 수는
$\frac{5\times4}{2}=10$
즉, C팀에서 두 명을 선택할 확률은
$\frac{10}{28}=\frac{5}{14}$

따라서 구하는 확률은

$1-$(C팀에서 두 명을 선택할 확률)

$=1-\frac{5}{14}=\frac{9}{14}$

14 A팀, E팀이 모두 결승에 진출하기 위해서는 두 팀 모두 2번 이겨야 한다.

A팀이 결승에 진출할 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

E팀이 결승에 진출할 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$

15 첫 번째 꺼낸 공에서 숫자 1이 적힌 공이 나올 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

두 번째 꺼낸 공에서 숫자 1이 적힌 공이 나올 확률은 $\frac{2}{5}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}=\frac{1}{5}$

16 세 선수 모두 10점 과녁에 맞히지 못할 확률은

$\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\left(1-\frac{2}{5}\right)=\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{10}$

따라서 구하는 확률은

$1-$(세 선수 모두 10점 과녁에 맞히지 못할 확률)

$=1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$

17 첫 번째에 홀수가 적힌 카드를 뽑을 확률은 $\frac{3}{5}$

두 번째에도 홀수가 적힌 카드를 뽑을 확률은 $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{10}$

18 올라갈 때는 7가지 길, 내려올 때는 올라간 길을 제외한 6가지 길로 내려올 수 있으므로 구하는 경우의 수는 $7\times6=42$

19 무늬가 서로 같으려면 십의 자리, 일의 자리의 숫자가 모두 짝수이거나 모두 홀수이어야 한다.

이때 짝수는 4개, 홀수는 5개이므로

뽑은 카드가 ♥♥인 경우의 수는 $4\times3=12$

뽑은 카드가 ♠♠인 경우의 수는 $5\times4=20$

따라서 구하는 경우의 수는 $12+20=32$

20 5 이상의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

21 A반 학생을 한 묶음, B반 학생을 한 묶음으로 생각하면

A반, B반 학생을 세우는 경우의 수는 $2\times1=2$

A반 학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$

B반 학생끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

따라서 구하는 경우의 수는 $2\times24\times6=288$

22 1000원으로 포도맛 사탕, 딸기맛 사탕, 메론맛 사탕을 적어도 한 개 이상 사는 경우를 표로 나타내면 다음과 같다.

100원짜리 포도맛 사탕	1	3	5	2
200원짜리 딸기맛 사탕	3	2	1	1
300원짜리 메론맛 사탕	1	1	1	2

따라서 구하는 경우의 수는 4이다.

23 남학생 4명과 여학생 2명을 한 줄로 세우는 경우의 수는

$6\times5\times4\times3\times2\times1=720$

남학생 4명을 한 묶음으로 생각하여 남학생 묶음과 여학생 2명을 한 줄로 세우는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$

남학생들끼리 자리를 바꾸는 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$

즉, 남학생 4명이 이웃하여 서는 경우의 수는

$6\times24=144$

따라서 구하는 확률은 $\frac{144}{720}=\frac{1}{5}$

24 4장의 카드로 두 자리의 자연수를 만드는 모든 경우의 수는

$3\times3=9$

만든 두 자리의 자연수가 20보다 큰 자연수인 경우는

21, 23, 30, 31, 32의 5가지

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{9}$

25 처음 위치보다 2칸 위에 있으려면 앞면이 2번, 뒷면이 2번 나와야 한다.

동전 한 개를 4번 던지는 모든 경우의 수는

$2\times2\times2\times2=16$

앞면이 2번, 뒷면이 2번 나오는 경우는

(앞, 앞, 뒤, 뒤), (앞, 뒤, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 뒤, 앞),

(뒤, 앞, 앞, 뒤), (뒤, 앞, 뒤, 앞), (뒤, 뒤, 앞, 앞)

의 6가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{16}=\frac{3}{8}$

26 전체의 넓이를 8이라고 하면 짝수가 적힌 부분의 넓이는 4이므로 원판에 쏜 화살이 짝수가 적힌 부분에 맞힐 확률은

$\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

27 $\frac{\square}{170}=\frac{\square}{2\times5\times17}$가 유한소수가 되려면 □가 17의 배수이어야 하므로 □는 17, 34, 51, 68, 85의 5가지이다.

$\frac{\triangle}{180}=\frac{\triangle}{2^2\times3^2\times5}$가 유한소수가 되려면 △가 $3^2=9$의 배수이어야 하므로 △는 9, 18, 27, ⋯, 99의 11가지이다.

따라서 170 또는 180으로 나눌 때 유한소수가 되는 경우의 수는 $5+11=16$이므로 구하는 확률은 $\frac{16}{100}=\frac{4}{25}$

28 A팀이 두 번 모두 승리할 확률은
$\frac{7}{10}\times\frac{7}{10}=\frac{49}{100}$

29 10명 중에서 회장 1명, 부회장 1명을 뽑는 경우의 수는
$10\times9=90$
여학생 5명 중에서 회장 1명, 부회장 1명을 뽑는 경우의 수는 $5\times4=20$
즉, 회장, 부회장이 모두 여학생일 확률은 $\frac{20}{90}=\frac{2}{9}$
따라서 구하는 확률은
$1-$(두 명 모두 여학생이 뽑힐 확률)
$=1-\frac{2}{9}=\frac{7}{9}$

30 모든 경우의 수는 $6\times6=36$
A에서 나온 눈의 수가 B에서 나온 눈의 수보다 작은 경우는
(i) A에서 나온 눈의 수가 1일 때
$(1, 2)$, $(1, 3)$, $(1, 4)$, $(1, 5)$, $(1, 6)$의 5가지
(ii) A에서 나온 눈의 수가 2일 때
$(2, 3)$, $(2, 4)$, $(2, 5)$, $(2, 6)$의 4가지
(iii) A에서 나온 눈의 수가 3일 때
$(3, 4)$, $(3, 5)$, $(3, 6)$의 3가지
(iv) A에서 나온 눈의 수가 4일 때
$(4, 5)$, $(4, 6)$의 2가지
(v) A에서 나온 눈의 수가 5일 때
$(5, 6)$의 1가지
(i)~(v)에서 A에서 나온 수가 B에서 나온 수보다 작은 경우의 수는 $5+4+3+2+1=15$
따라서 구하는 확률은 $\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

31 첫 번째에 뽑은 제비가 당첨이 될 확률은 $\frac{3}{10}$
두 번째에 뽑은 제비가 당첨이 되지 않을 확률은 $\frac{7}{9}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{10}\times\frac{7}{9}=\frac{7}{30}$

32 A−B−D로 가는 경우의 수는 $2\times3=6$
A−C−D로 가는 경우의 수는 $3\times2=6$
A−B−C−D로 가는 경우의 수는 $2\times2\times2=8$
A−C−B−D로 가는 경우의 수는 $3\times2\times3=18$
따라서 구하는 경우의 수는 $6+6+8+18=38$

33 두 가지 동전을 사용하여 지불할 수 있는 금액을 순서쌍 (10원짜리 동전의 개수, 100원짜리 동전의 개수)로 나타내면
$(0, 2)$, $(0, 3)$, $(1, 1)$, $(1, 2)$, $(1, 3)$, $(2, 0)$, $(2, 1)$, $(2, 2)$, $(2, 3)$, $(3, 0)$, $(3, 1)$, $(3, 2)$, $(3, 3)$의 13가지이다.

34 모든 경우의 수는 $4\times3=12$
만든 두 자리의 자연수가 3의 배수인 경우는
12, 21, 24, 42의 4가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$

35 모든 경우의 수는 $6\times6=36$
점 (x, y)가 일차함수 $y=3x-1$의 그래프 위에 있는 경우는
$(1, 2)$, $(2, 5)$의 2가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$

36 처음 주머니에 들어 있던 흰 구슬의 개수를 $3n$이라고 하면 전체 구슬의 개수는 $8n$이다.
이 주머니에 흰 구슬을 두 개 더 넣은 다음 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 그것이 흰 구슬일 확률이 $\frac{4}{9}$이므로
$\frac{3n+2}{8n+2}=\frac{4}{9}$, $4(8n+2)=9(3n+2)$
$32n+8=27n+18$, $5n=10$ $\quad\therefore n=2$
따라서 처음 주머니에 들어 있던 흰 구슬의 개수는
$3\times2=6$

37 모든 경우의 수는 $6\times6=36$
$y>18-3x$를 만족시키는 경우는
$x=1, 2, 3, 4$일 때 $y>18-3x$를 만족시키는 y의 값은 없다.
$x=5$일 때 $y=4, 5, 6$이므로 3가지
$x=6$일 때 $y=1, 2, 3, 4, 5, 6$이므로 6가지
즉, $y>18-3x$인 경우의 수는 $3+6=9$
따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$

38 사수의 명중률은 $\frac{2}{3}$이므로 이 사수가 과녁을 명중시키지 못할 확률은 $1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$
사격 시험에 합격하기 위해서는 4발 모두 과녁에 명중시키거나 4발 중 3발을 명중시켜야 한다.
4발 모두 과녁에 명중시킬 확률은
$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{16}{81}$
4발 중 3발을 과녁에 명중시킬 확률은
$4\times\left(\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\right)=\frac{32}{81}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{16}{81}+\frac{32}{81}=\frac{48}{81}=\frac{16}{27}$

39 A−D로 가는 경우의 수는 1

A−B−D로 가는 경우의 수는 $3\times1=3$

A−B−C−D로 가는 경우의 수는 $3\times2\times1=6$

A−C−D로 가는 경우의 수는 $1\times1=1$

A−C−B−D로 가는 경우의 수는 $1\times2\times1=2$

따라서 구하는 경우의 수는

$1+3+6+1+2=13$

40 직선 $y=\frac{a}{b}x$가 점 $\mathrm{P}(6, 3)$을 지날 때의 기울기는

$\frac{a}{b}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

직선 $y=\frac{a}{b}x$가 점 $\mathrm{Q}(9, 3)$을 지날 때의 기울기는

$\frac{a}{b}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

$\frac{1}{3}\leq\frac{a}{b}\leq\frac{1}{2}$일 때 직선 $y=\frac{a}{b}x$가 선분 PQ와 만나므로 직선 $y=\frac{a}{b}x$가 선분 PQ와 만나는 순서쌍 (a, b)는

$(1, 2)$, $(1, 3)$, $(2, 4)$, $(2, 5)$, $(2, 6)$, $(3, 6)$의 6개이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$

41 5□□□□인 경우는 $4\times3\times2\times1=24$(개)

4□□□□인 경우는 $4\times3\times2\times1=24$(개)

3□□□□인 경우는 $4\times3\times2\times1=24$(개)

위의 모든 경우의 수는 $24+24+24=72$(개)

만의 자리의 숫자가 2인 경우는 큰 수부터 차례대로 25431, 25413, 25341, ⋯이므로 75번째에 오는 수는 25341이다.

42 후보 10명 중에서 회장 1명을 뽑는 경우의 수는 10

회장을 제외한 후보 9명 중에서 부회장 1명을 뽑는 경우의 수는 9

남은 후보 8명 중에서 총무 2명을 뽑는 경우의 수는

$\frac{8\times7}{2}=28$

따라서 구하는 경우의 수는 $10\times9\times28=2520$

43 내일 비가 오지 않을 경우 이길 확률은

$\left(1-\frac{60}{100}\right)\times\frac{3}{5}=\frac{40}{100}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{25}$

내일 비가 올 경우 이길 확률은

$\frac{60}{100}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{10}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{25}+\frac{3}{10}=\frac{27}{50}$

44 여자 회원의 수를 n이라고 할 때,

회장이 여자일 확률은 $\frac{n}{16}$

부회장이 여자일 확률은 $\frac{n-1}{15}$

이때 회장과 부회장이 모두 여자일 확률이 $\frac{3}{8}$이므로

$\frac{n}{16}\times\frac{n-1}{15}=\frac{3}{8}$, $n\times(n-1)=90$ $\quad\therefore n=10$

따라서 여자 회원은 모두 10명이다.

45 2번 문제를 맞힐 확률을 p라고 하면 1번과 2번 중 적어도 한 문제를 맞힐 확률은

1−(1번과 2번 모두 틀릴 확률)

$=1-\frac{3}{5}(1-p)=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}p$

이때 $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}p=\frac{2}{3}$이므로

$\frac{3}{5}p=\frac{4}{15}$ $\quad\therefore p=\frac{4}{9}$

3번 문제를 맞힐 확률을 q라고 하면 같은 방법으로

$1-\frac{3}{5}(1-q)=\frac{2}{5}+\frac{3}{5}q=\frac{3}{4}$이므로

$\frac{3}{5}q=\frac{7}{20}$ $\quad\therefore q=\frac{7}{12}$

즉, 2번과 3번 문제 모두 틀릴 확률은

$\left(1-\frac{4}{9}\right)\times\left(1-\frac{7}{12}\right)=\frac{5}{9}\times\frac{5}{12}=\frac{25}{108}$

따라서 구하는 확률은

1−(2번과 3번 문제 모두 틀릴 확률)

$=1-\frac{25}{108}=\frac{83}{108}$

학업성취도 테스트

학업성취도 테스트 [1회] 129~132쪽

01 ③	**02** ③	**03** ①	**04** ③	**05** ⑤
06 ④	**07** ④	**08** ③	**09** ①, ③	**10** ②
11 ③	**12** ①	**13** ①	**14** ②	**15** ②
16 ③	**17** ②	**18** ③	**19** ③	**20** 14π
21 9초	**22** 54 cm^2		**23** $\frac{2}{5}$	**24** 4
25 20 cm^2				

01 하루에 기차는 7번, 버스는 9번 있으므로
구하는 경우의 수는 $7+9=16$

02 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle CAF=\angle BAF=40^\circ$
점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\angle ADE=90^\circ$, $\angle AFC=90^\circ$
즉, $\triangle AFC$에서 $\angle ACF=180^\circ-(90^\circ+40^\circ)=50^\circ$
$\triangle DGC$에서 $\angle DGC=180^\circ-(90^\circ+50^\circ)=40^\circ$
$\therefore \angle y=40^\circ$
또, $\angle DCE=\frac{1}{2}\angle ACF=\frac{1}{2}\times 50^\circ=25^\circ$이므로
$\triangle DCE$에서 $\angle x=90^\circ+25^\circ=115^\circ$
$\therefore \angle x-\angle y=115^\circ-40^\circ=75^\circ$

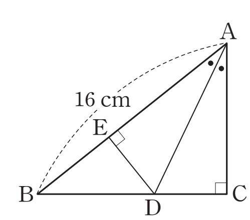
03 (i) 두 눈의 수의 곱이 4의 배수인 경우
곱이 4인 경우: $(1, 4), (2, 2), (4, 1)$
곱이 8인 경우: $(2, 4), (4, 2)$
곱이 12인 경우: $(2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)$
곱이 16인 경우: $(4, 4)$
곱이 20인 경우: $(4, 5), (5, 4)$
곱이 24인 경우: $(4, 6), (6, 4)$
곱이 36인 경우: $(6, 6)$
즉, 두 눈의 수의 곱이 4의 배수가 되는 경우는 15가지
(ii) 두 눈의 수의 곱이 6의 배수인 경우
곱이 6인 경우: $(1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1)$
곱이 12인 경우: $(2, 6), (3, 4), (4, 3), (6, 2)$
곱이 18인 경우: $(3, 6), (6, 3)$
곱이 24인 경우: $(4, 6), (6, 4)$
곱이 30인 경우: $(5, 6), (6, 5)$
곱이 36인 경우: $(6, 6)$
즉, 두 눈의 수의 곱이 6의 배수가 되는 경우는 15가지
이때 4와 6의 공배수인 12, 24, 36은 중복되므로 전체 경우의 수에서 한 번 빼주어야 한다.
따라서 구하는 경우의 수는 $15+15-7=23$

04 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle A=2\angle CAE=2\times 35^\circ=70^\circ$
또, 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\angle BOC=2\angle BAC=2\times 70^\circ=140^\circ$
이때 $\triangle OBC$에서 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로
$\angle OBC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-140^\circ)=20^\circ$
$\therefore \angle B=\angle ABO+\angle OBC=20^\circ+20^\circ=40^\circ$
따라서 $\triangle ABD$에서
$\angle ADE=20^\circ+40^\circ=60^\circ$

05 모든 경우의 수는 $6\times 6=36$
이때 점 P가 꼭짓점 A를 출발하여 두 눈의 수의 합만큼 시계 반대 방향으로 움직일 때, 점 P가 꼭짓점 C에 오게 되는 경우는 두 눈의 수의 합이 2 또는 7 또는 12일 때이다.
두 눈의 수의 합이 2인 경우는
$(1, 1)$의 1가지
두 눈의 수의 합이 7인 경우는
$(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)$의 6가지
두 눈의 수의 합이 12인 경우는
$(6, 6)$의 1가지
즉, 점 P가 꼭짓점 C에 오게 되는 경우의 수는
$1+6+1=8$
따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

06 $\triangle ABE$와 $\triangle ECD$에서
$\angle B=\angle C=90^\circ$, $\overline{AE}=\overline{DE}$,
$\angle BAE=90^\circ-\angle AEB=\angle CED$이므로
$\triangle ABE\equiv\triangle ECD$(RHA 합동)
$\therefore \overline{EC}=\overline{AB}=4\text{ cm}$, $\overline{BE}=\overline{CD}=10\text{ cm}$
즉, $\triangle AEB$에서 $\overline{AE}^2=4^2+10^2=116$
따라서 $\triangle AED$는 $\overline{AE}=\overline{ED}$인 직각이등변삼각형이므로
$\triangle AED=\frac{1}{2}\times\overline{AE}^2=\frac{1}{2}\times 116=58(\text{cm}^2)$

07 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 E라고 하면



$\triangle ACD$와 $\triangle AED$에서
$\angle C=\angle E=90^\circ$
$\overline{AD}$는 공통, $\angle CAD=\angle EAD$이므로
$\triangle ACD\equiv\triangle AED$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{CD}=\overline{ED}$
이때 $\triangle ABD$의 넓이가 48 cm^2이므로
$\frac{1}{2}\times 16\times\overline{ED}=48$ $\quad\therefore \overline{ED}=6\text{ cm}$
$\therefore \overline{CD}=6\text{ cm}$

08 모든 경우의 수는 $5\times4=20$

이때 두 자리의 자연수가 홀수인 경우는 일의 자리가 1 또는 3 또는 5일 때이다.

□1인 경우는 21, 31, 41, 51의 4개

□3인 경우는 13, 23, 43, 53의 4개

□5인 경우는 15, 25, 35, 45의 4개

즉, 두 자리의 자연수가 홀수인 경우의 수는

$4+4+4=12$

구하는 확률은 $\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$

09 ① $\overline{DO}$의 길이는 알 수 없다.

③ $\angle OAD=\angle OBD=25°$이므로

$\angle AOD=90°-25°=65°$

10 $\overline{BC}:\overline{B'C'}=\overline{AC}:\overline{A'C'}$이므로

$6:0.04=\overline{AC}:0.023$, $0.04\overline{AC}=0.138$

$\therefore\ \overline{AC}=3.45\text{ m}$

따라서 나무의 실제 높이는

$1.7+3.45=5.15(\text{m})$

11 $\overline{AD}=\overline{BC}=5\text{ cm}$이고 $\overline{AD}^2=\overline{HD}\times\overline{BD}$이므로

$5^2=4\times\overline{BD}$ $\quad\therefore\ \overline{BD}=\frac{25}{4}\text{ cm}$

$\therefore\ \overline{BH}=\overline{BD}-\overline{DH}=\frac{25}{4}-4=\frac{9}{4}(\text{cm})$

12 $\triangle BGE$와 $\triangle CHG$에서

$\angle B=\angle C$, $\angle GEB=90°-\angle BGE=\angle HGC$이므로

$\triangle BGE\backsim\triangle CHG$(AA 닮음)

$\overline{CG}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times16=8(\text{cm})$이므로

닮음비는 $\overline{BE}:\overline{CG}=6:8=3:4$

이때 $\triangle BEG$에서 $\overline{EG}^2=6^2+8^2=100$ $\quad\therefore\ \overline{EG}=10\text{ cm}$

따라서 $\overline{EG}:\overline{GH}=10:\overline{GH}=3:4$이므로

$3\overline{GH}=40$ $\quad\therefore\ \overline{GH}=\frac{40}{3}\text{ cm}$

13 ① $\overline{AB}:\overline{HI}=\overline{AE}:\overline{HL}$이므로

$12:\overline{HI}=10:6$, $10\overline{HI}=72$ $\quad\therefore\ \overline{HI}=\frac{36}{5}\text{ cm}$

14 $\triangle ABC$의 넓이가 60 cm^2이고 $\overline{ED}=\frac{1}{6}\overline{AC}$이므로

$\triangle BDE=\frac{1}{6}\times60=10(\text{cm}^2)$

이때 $\overline{BG}:\overline{GD}=2:1$이므로

$\triangle EDG=\frac{1}{3}\triangle BDE=\frac{1}{3}\times10=\frac{10}{3}(\text{cm}^2)$

15 $\triangle ADF$에서 $\overline{AF}^2=10^2-6^2=64$ $\quad\therefore\ \overline{AF}=8$

$\triangle ABE$와 $\triangle ADF$에서

$\angle AEB=\angle AFD$, $\angle B=\angle D$이므로

$\triangle ABE\backsim\triangle ADF$(AA 닮음)

닮음비는 $\overline{AE}:\overline{AF}=\frac{32}{5}:8=4:5$이므로

$\overline{AB}:\overline{AD}=(6+\overline{CF}):10=4:5$

$30+5\overline{CF}=40$ $\quad\therefore\ \overline{CF}=2$

16 $\overline{AE}=\overline{AD}=5\text{ cm}$

$\triangle ABE$에서 $\overline{BE}^2=5^2-3^2=16$ $\quad\therefore\ \overline{BE}=4\text{ cm}$

$\therefore\ \overline{CE}=\overline{BC}-\overline{BE}=5-4=1(\text{cm})$

$\triangle ABE$와 $\triangle ECF$에서

$\angle B=\angle C$, $\angle EAB=90°-\angle BEA=\angle FEC$이므로

$\triangle ABE\backsim\triangle ECF$(AA 닮음)

닮음비는 $\overline{AB}:\overline{EC}=3:1$이므로

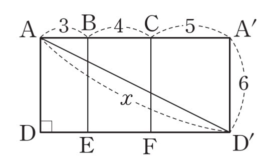
$\overline{AE}:\overline{EF}=5:\overline{EF}=3:1$, $3\overline{EF}=5$

$\therefore\ \overline{EF}=\frac{5}{3}\text{ cm}$

17 삼각기둥의 밑면인 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC}^2=3^2+4^2=25$ $\quad\therefore\ \overline{AC}=5$

삼각기둥의 옆면의 전개도는 오른쪽 그림과 같고, 최단 거리 x는 $\overline{AD'}$이므로 $\triangle ADD'$에서



$\overline{AD'}^2=6^2+(3+4+5)^2$

$=180$

$\therefore\ x^2=180$

18 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6(\text{cm})$이므로

$\triangle AMD$에서 $\overline{DM}^2=8^2+6^2=100$ $\quad\therefore\ \overline{DM}=10\text{ cm}$

$\angle CDN=\angle AND$(엇각), $\angle CDN=\angle NDM$이므로

$\angle AND=\angle NDM$

즉, $\triangle MND$는 $\overline{MN}=\overline{MD}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{MN}=\overline{DM}=10\text{ cm}$

$\therefore\ \overline{BN}=\overline{MN}-\overline{MB}=10-6=4(\text{cm})$

이때 $\triangle AND$와 $\triangle BNE$에서

$\angle DAN=\angle EBN$, $\angle N$은 공통이므로

$\triangle AND\backsim\triangle BNE$(AA 닮음)

닮음비는 $\overline{AN}:\overline{BN}=(12+4):4=4:1$이므로

$\overline{AD}:\overline{BE}=8:\overline{BE}=4:1$, $4\overline{BE}=8$

$\therefore\ \overline{BE}=2\text{ cm}$

$\therefore\ \triangle BNE=\frac{1}{2}\times4\times2=4(\text{cm}^2)$

19 $\overline{AB}=a$, $\overline{AC}=b$, $\overline{BC}=c$라고 하면

$\overline{DA}=\overline{AB}=a$이므로

$\overline{BD}^2=a^2+a^2=2a^2$

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times a\times a=\frac{1}{2}a^2$이고, 이때 넓이가 4이므로

$\frac{1}{2}a^2=4$ $\quad\therefore\ a^2=8$

또한, $\overline{BD}^2:\overline{AC}^2=2:5$이므로

$2a^2 : b^2=16 : b^2=2 : 5$, $2b^2=80$ $\quad \therefore b^2=40$

$\triangle$ABC에서 $c^2=a^2+b^2=8+40=48$

$\therefore \triangle BCF=\frac{1}{2}\times c\times c=\frac{1}{2}c^2=\frac{1}{2}\times 48=24$

20 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로

외접원의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\times 10=5$이고,

외접원의 둘레의 길이는 $2\times\pi\times 5=10\pi$

내접원의 반지름의 길이를 r라고 하면

$(8-r)+(6-r)=10$, $14-2r=10$ $\quad \therefore r=2$

즉, 내접원의 둘레의 길이는 $2\times\pi\times 2=4\pi$

따라서 구하는 합은 $10\pi+4\pi=14\pi$

21 점 Q가 출발한 지 x초 후 점 P는 $(x+3)$초 동안 움직인 다. 즉, 점 P가 움직인 거리는 $3(x+3)$cm, 점 Q가 움직인 거리는 $4x$ cm이므로

$\overline{AP}=(3x+9)$ cm, $\overline{CQ}=4x$ cm

이때 $\overline{AQ}/\!/\overline{PC}$이면 □APCQ는 평행사변형이므로

$\overline{AP}=\overline{CQ}$이어야 한다.

$3x+9=4x$ $\quad \therefore x=9$

따라서 9초 후에 $\overline{AQ}/\!/\overline{PC}$가 된다.

22 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{DC}$이므로

$12^2=16\times\overline{DC}$ $\quad \therefore \overline{DC}=9$ cm

$\therefore \triangle ADC=\frac{1}{2}\times 9\times 12=54(\text{cm}^2)$

23 C가 당첨 제비를 뽑는 경우는 다음과 같다.

(i) A, B 모두 당첨 제비를 뽑는 경우

$\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{2}{8}=\frac{1}{30}$

(ii) A는 당첨 제비를 뽑고, B는 당첨 제비를 뽑지 않는 경우

$\frac{4}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{10}$

(iii) A는 당첨 제비를 뽑지 않고, B는 당첨 제비를 뽑는 경우

$\frac{6}{10}\times\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}=\frac{1}{10}$

(iv) A, B 모두 당첨 제비를 뽑지 않는 경우

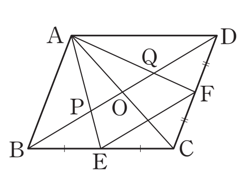
$\frac{6}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}=\frac{1}{6}$

(i)~(iv)에서 C가 당첨 제비를 뽑을 확률은

$\frac{1}{30}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{6}=\frac{2}{5}$

24 네 명 중에서 순서를 생각하지 않고 3명을 뽑는 경우의 수와 같으므로 구하는 경우의 수는 $\frac{4\times3\times2}{3\times2\times1}=4$

25 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그어 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 O라고 하면 점 P와 Q는 각각 $\triangle$ABC와 $\triangle$ACD의 무게중심이다.



$\triangle APQ=16\text{ cm}^2$이므로

$\triangle APO=\triangle AQO=\frac{1}{2}\triangle APQ=\frac{1}{2}\times 16=8(\text{cm}^2)$

$\triangle BPE=\triangle DQF=\triangle APO=8\text{ cm}^2$이고

$\triangle ABC=6\triangle APO=6\times 8=48(\text{cm}^2)$이므로

$\square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD=48+48=96(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle BCD=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times 96=48(\text{cm}^2)$

한편 $\triangle$CBD와 $\triangle$CEF에서

$\overline{CB} : \overline{CE}=\overline{CD} : \overline{CF}=2 : 1$, $\angle$C는 공통이므로

$\triangle CBD \backsim \triangle CEF$(SAS 닮음)

닮음비는 $2 : 1$이므로

넓이의 비는 $2^2 : 1^2=4 : 1$이다.

따라서 $\triangle CEF=\frac{1}{4}\triangle CBD=\frac{1}{4}\times 48=12(\text{cm}^2)$

$\therefore \square PEFQ=\triangle CBD-(\triangle CEF+\triangle BPE+\triangle DQF)$

$=48-(8+8+12)$

$=20(\text{cm}^2)$

학업성취도 테스트 [2회]

133~136쪽

01 ⑤	**02** ②	**03** ②	**04** ⑤	**05** ①
06 ②	**07** ①	**08** ⑤	**09** ④	**10** ③
11 ④	**12** ③	**13** ⑤	**14** ③	**15** ⑤
16 ②	**17** ③	**18** ②	**19** ①	**20** 96
21 2	**22** 50 cm^2		**23** 15 cm^2	
24 31	**25** 16			

01 남학생이 10명, 여학생이 15명 지원하였으므로

구하는 경우의 수는 $10\times 15=150$

02 $x : 6=3 : 5$이므로

$5x=18$ $\quad \therefore x=3.6$

$\triangle$ABC와 $\triangle$AEF에서

$\angle ABC=\angle AEF$, $\angle$A는 공통이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle AEF$(AA 닮음)

닮음비는 $\overline{AB} : \overline{AE}=6 : 3=2 : 1$이므로

$\overline{AC} : \overline{AF}=5 : y=2 : 1$

$2y=5$ $\quad \therefore y=2.5$

$\therefore x+y=3.6+2.5=6.1$

03 3의 배수를 뽑는 경우는 3, 6, 9, 12, 15, 18의 6가지이고, 5의 배수를 뽑는 경우는 5, 10, 15, 20의 4가지이다.
이때 15가 중복되므로 전체 경우의 수에서 1을 빼주어야 한다.
따라서 구하는 경우의 수는 $6+4-1=9$

04 전구에 불이 들어오려면 스위치 A, B가 모두 닫혀 있어야 하므로 구하는 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$

05 토요일과 일요일에 연속해서 비가 올 확률은
$0.3\times0.4=0.12$

06 처음 물통을 A, 밑면의 반지름의 길이가 A의 3배인 물통을 B라고 하면 물통 A, B의 닮음비는 $1:3$이므로
부피의 비는 $1^3:3^3=1:27$이다.
물통 A에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간이 15분이므로
물통 B에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 t분이라고 하면
$15:t=1:27 \quad \therefore t=405$
따라서 물통 B에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간은 405분이다.

07 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
점 I는 $\triangle ABC$의 내심이므로
$\angle ACB=2\angle OCI=2\times30^\circ=60^\circ$
따라서 $\angle AOC$에서
$\angle AOB=60^\circ+60^\circ=120^\circ$

08 $\angle BAC:\angle ABC:\angle ACB=2:3:4$이므로
$\angle ACB=\frac{4}{9}\times180^\circ=80^\circ$
$\therefore \angle AOB=2\angle ACB=160^\circ$

09 $\square BHIC=\overline{BC}^2=25\text{ cm}^2$이므로
$\overline{BC}=5\text{ cm}$
$\square AFGB=\overline{AB}^2=89-25=64(\text{cm}^2)$이므로
$\overline{AB}=8\text{ cm}$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times5=20(\text{cm}^2)$

10 ③ $\angle ABD=\angle CDB$이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$
$\angle ADB=\angle CBD$이므로 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$
두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

11 $\overline{BO}=\overline{DO}$, $\overline{BE}=\overline{FD}$이므로
$\overline{EO}=\overline{BO}-\overline{BE}=\overline{DO}-\overline{FD}=\overline{FO}$
이때 $\overline{AO}=\overline{CO}$이므로 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
따라서 $\square AECF$는 평행사변형이다.
①, ②, ③ $\square AECF$가 마름모일 때의 성질이다.
⑤ $\triangle AEF=\frac{1}{3}\triangle ABD=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\square ABCD$
$=\frac{1}{6}\square ABCD$

12 $\triangle ABD$는 $\overline{AB}=\overline{AD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BDA=\angle DBA=40^\circ$
$\triangle AOD$는 직각삼각형이므로
$\angle DAO=180^\circ-(90^\circ+40^\circ)=50^\circ \quad \therefore \angle x=50^\circ$
$\angle ABD=\angle CDB$(엇각)이므로
$\angle y=40^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=50^\circ+40^\circ=90^\circ$

13 ⑤ $\overline{BG}:\overline{GF}=2:1$이므로
$\triangle ABG:\triangle AGF=2:1$

14 $\triangle AFE\backsim\triangle ABC$이고 $\overline{AB}:\overline{BC}=6:8=3:4$이므로
$\overline{AF}:\overline{FE}=3:4$
$\square FBDE$는 마름모이므로 $\overline{EF}=\overline{ED}$
$\therefore \overline{AF}:\overline{ED}=\overline{AF}:\overline{FE}=3:4$
따라서 $\triangle AFE$와 $\triangle EDC$의 닮음비는 $3:4$이다.

15 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하면
$(8-r)+(15-r)=17$, $23-2r=17 \quad \therefore r=3$
따라서 내접원의 넓이는 $\pi\times3^2=9\pi(\text{cm}^2)$

16 직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로
$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times(8+2)=5$
이때 $\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}$이므로
$\overline{AH}^2=8\times2=16 \quad \therefore \overline{AH}=4$
또한, $\overline{AH}^2=\overline{AQ}\times\overline{AM}$이므로
$4^2=\overline{AQ}\times5 \quad \therefore \overline{AQ}=\frac{16}{5}$

17 $\overline{EF}/\!/\overline{DC}$이고 $\triangle AGE$와 $\triangle ACD$에서
$\angle A$는 공통, $\angle AGE=\angle ACD$(동위각)이므로
$\triangle AGE\backsim\triangle ACD$(AA 닮음)
닮음비는 $\overline{AE}:\overline{AD}=1:3$이므로
넓이의 비는 $1^2:3^2=1:9$이다.
이때 $\square ABCD=360\text{ cm}^2$이므로
$\triangle AGE=\frac{1}{9}\triangle ACD=\frac{1}{9}\times\frac{1}{2}\square ABCD$
$=\frac{1}{18}\times360=20(\text{cm}^2)$
같은 방법으로 하면 $\triangle BCD\backsim\triangle BFH$(AA 닮음)이고,
닮음비는 $1:3$, 넓이의 비는 $1^2:3^2=1:9$이므로
$\triangle HBF=\frac{1}{9}\triangle BCD=\frac{1}{9}\times\frac{1}{2}\square ABCD$
$=\frac{1}{18}\times360=20(\text{cm}^2)$
$\overline{AG}:\overline{GC}=1:2$, $\overline{AO}=\overline{CO}$이므로
$\overline{AG}=k$라고 하면 $\overline{GC}=2k$, $\overline{AC}=3k$, $\overline{CO}=\frac{3}{2}k$
즉, $\overline{GO}=2k-\frac{3}{2}k=\frac{1}{2}k$이므로
$\overline{AG}:\overline{GO}=k:\frac{1}{2}k=2:1$

이때 $\triangle$GHO와 $\triangle$ABO에서

$\angle$O는 공통, $\angle OGH=\angle OAB$(동위각)이므로

$\triangle GHO \backsim \triangle ABO$(AA 닮음)

닮음비는 $\overline{OG}:\overline{OA}=1:(1+2)=1:3$이므로

넓이의 비는 $1^2:3^2=1:9$이다.

$\therefore \triangle GHO=\frac{1}{9}\triangle ABO=\frac{1}{9}\times\frac{1}{4}\square ABCD$

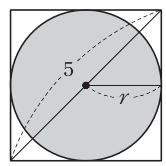
$=\frac{1}{36}\times 360=10(cm^2)$

따라서 색칠한 세 삼각형의 넓이의 합은

$\triangle AGE+\triangle GHO+\triangle HBF=20+10+20$

$=50(cm^2)$

18 원의 반지름의 길이를 r라고 하면



$(2r)^2+(2r)^2=5^2$, $8r^2=25$

$\therefore r^2=\frac{25}{8}$

따라서 원의 넓이는 $\pi r^2=\pi\times\frac{25}{8}=\frac{25}{8}\pi$

19 $\triangle$ABD와 $\triangle$ACD의 넓이의 비가 $4:9$이므로

$\overline{BD}=4k$, $\overline{CD}=9k$라고 하면

$\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로

$5^2=4k\times 9k=36k^2$, $k^2=\frac{25}{36}$ $\quad\therefore k=\frac{5}{6}$

즉, $\overline{BD}=4\times\frac{5}{6}=\frac{10}{3}$, $\overline{CD}=9\times\frac{5}{6}=\frac{15}{2}$

$\triangle$ABD에서 $\overline{AB}^2=5^2+\left(\frac{10}{3}\right)^2=\frac{325}{9}$

따라서 $S_1=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2=\frac{\pi}{8}\overline{BC}^2$,

$S_2=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2=\frac{\pi}{8}\overline{AC}^2$이므로

$S_1-S_2=\frac{\pi}{8}\overline{BC}^2-\frac{\pi}{8}\overline{AC}^2=\frac{\pi}{8}(\overline{BC}^2-\overline{AC}^2)$

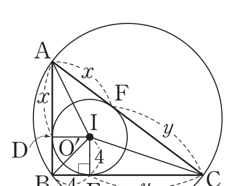
$=\frac{\pi}{8}\overline{AB}^2=\frac{\pi}{8}\times\frac{325}{9}$

$=\frac{325}{72}\pi$

20 직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로

$\overline{AC}=2\overline{CO}=2\times 10=20$

오른쪽 그림과 같이 $\triangle$ABC의 세 변과 내접원의 교점을 각각 점 D, E, F라 하고



이때 $\overline{AF}=x$, $\overline{FC}=y$라고 하면

$x+y=\overline{AC}=20$이고,

$\triangle ABC=\triangle ABI+\triangle BCI+\triangle ACI$

이므로

$\frac{1}{2}\times 4\times(2x+2y+8)=4(x+y+4)$

$=4\times(20+4)=96$

21 전체 구슬은 $(8+x+y)$개

임의로 한 개의 구슬을 꺼낼 때,

빨간 구슬이 나올 확률이 $\frac{1}{3}$이므로

$\frac{8}{8+x+y}=\frac{1}{3}$

$24=x+y+8$ $\quad\therefore x+y=16$

노란 구슬이 나올 확률이 $\frac{3}{8}$이므로

$\frac{x}{8+x+y}=\frac{3}{8}$

$8x=3(8+x+y)$ $\quad\therefore 5x-3y=24$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $x=9$, $y=7$

$\therefore x-y=9-7=2$

22 $\triangle$ABD와 $\triangle$CAE에서

$\angle D=\angle E=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{AC}$,

$\angle ABD=90^\circ-\angle BAD=\angle CAE$이므로

$\triangle ABD\equiv\triangle CAE$(RHA 합동)

$\therefore \overline{BD}=\overline{AE}$, $\overline{AD}=\overline{CE}$

즉, $\overline{BD}+\overline{CE}=\overline{AE}+\overline{AD}=\overline{DE}=10$ cm이므로

$\square BCED=\frac{1}{2}\times 10\times 10=50(cm^2)$

23 $\overline{AE}/\!/\overline{DC}$이므로 $\triangle AED=\triangle AEC$

$\triangle ABC=\triangle ABE+\triangle AEC$

$=\triangle ABE+\triangle AED$

$=\square ABED=25\ cm^2$

이때 $\overline{BE}:\overline{EC}=2:3$이므로

$\triangle AED=\triangle AEC=\frac{3}{5}\triangle ABC$

$=\frac{3}{5}\times 25=15(cm^2)$

24 $\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$이므로

$\overline{GD}=\frac{1}{2}\overline{AG}=\frac{1}{2}\times 18=9$ $\quad\therefore x=9$

$\overline{BG}:\overline{GE}=2:1$이므로

$\overline{BG}=2\overline{GE}=2\times 11=22$ $\quad\therefore y=22$

$\therefore x+y=9+22=31$

25 $\triangle$OPC와 $\triangle$OQD에서

$\overline{OC}=\overline{OD}$, $\angle OCP=\angle ODQ=45^\circ$,

$\angle COP=90^\circ-\angle COQ=\angle DOQ$이므로

$\triangle OPC\equiv\triangle OQD$(ASA 합동)

$\therefore \square OPCQ=\triangle OPC+\triangle OCQ=\triangle OQD+\triangle OCQ$

$=\triangle OCD$

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 8이므로

$\square OPCQ=\triangle OCD=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times 8\times 8=16$

MEMO

MEMO

MEMO