

부산자
라이트
유형

미적분



구성과 특징

05 여러 가지 미분법

1. 함수의 정의 미분법

(1) 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 미분가능하고 $g'(x) \neq 0$ 일 때

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & \frac{f(x)}{g(x)} \text{ 이면 } \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2} \\ \textcircled{2} & \frac{f(x)}{g(x)} \text{ 이면 } y' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2} \\ \textcircled{3} & \frac{f(x)}{g(x)} \text{ 이면 } y' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2} \end{aligned}$$

(2) 함수 $y = x^n$ (n 은 정수)의 도함수

$$\begin{aligned} & n이 정수일 때, $y = x^n$ 이면 $y' = nx^{n-1}$ \\ \textcircled{1} & $y = \sin x$ 이면 $y' = \cos x$ \\ \textcircled{2} & $y = \cos x$ 이면 $y' = -\sin x$ \\ \textcircled{3} & $y = \tan x$ 이면 $y' = \sec^2 x$ \\ \textcircled{4} & $y = \cot x$ 이면 $y' = -\csc^2 x$ \\ \textcircled{5} & $y = \sec x$ 이면 $y' = \sec x \tan x$ \\ \textcircled{6} & $y = \csc x$ 이면 $y' = -\csc x \cot x$ \end{aligned}$$

2. 함수의 미분법

함수 $y = f(u)$, $u = g(x)$ 가

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} \text{ 또는 } y' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

함수 $f(x)$ 가 미분가능할 때

$$(1) y = [f(x)]^n \text{ 이면 } y' = n[f(x)]^{n-1} \cdot f'(x)$$

$$(2) y = f(ax+b) \text{ 이면 } y' = af'(ax+b)$$

절댓값이 포함된 로그함수의 도함수

$$y = \ln |x| \text{ 이면 } y' = \frac{1}{x}$$

3. 역함수의 미분법

(1) 두 변수 x, y 사이의 관계가 변수 x 를 제1변수, $y = g(x)$ 의 꼴로 나타낼 때, 변수 y 를 제2변수로 하고 두 변수 $x = f(y)$, $y = g(x)$ 를 역함수로 나타낼 수 있다.

(2) 역함수로 나타낸 두 함수 $x = f(y)$, $y = g(x)$ 가 x 에 대하여 미분가능하고 $f'(x) \neq 0$ 일 때,

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)' = \frac{1}{f'(x)}$$

함수의 미분법

x 의 함수 y 가 $f(x, y) = 0$ 의 형태로 주어지면

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{f'_x}{f'_y}$$

미분하여 $\frac{dy}{dx}$ 를 구한다.

$$\text{예 } x^2 + y^2 - 1 = 0 \text{의 각 항을 } x \text{에 대하여 미분하여}$$

$$\frac{d}{dx}(x^2) + \frac{d}{dx}(y^2) - \frac{d}{dx}(1) = \frac{d}{dx}(0)$$

$$2x + 2y \frac{dy}{dx} = 0 \quad \therefore \frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}$$

5. 역함수의 미분법

미분가능한 함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 가 존재하고 미분가능할 때

$$(1) g'(x) = \frac{1}{f'(g(x))} \text{ 또는 } \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$$

$$(2) f(a) = b \text{ 즉 } g(b) = a \text{ 이면 } g'(b) = \frac{1}{f'(a)} \text{ (단, } f'(a) \neq 0 \text{)}$$

미분가능한 함수 $f(x)$ 의 역함수 $g(x)$ 가 존재하고 $g'(x)$ 가 미분가능할 때, 역함수 $f(x)$ 의 도함수

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$$

함수 $y = f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 미분가능할 때, 함수 $f'(x)$ 의 도함수

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d^2 y}{dx^2}$$

함수 $y = f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 미분가능할 때, 함수 $f'(x)$ 의 도함수

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d^2 y}{dx^2}$$

함수 $y = f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가 미분가능할 때, 함수 $f'(x)$ 의 도함수

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{dy}{dx} \right) = \frac{d^2 y}{dx^2}$$

▶ 교과서와 기본에 충실한 개념 정리

- 간결하고 이해하기 쉽게 개념 정리
- 확실한 개념 이해를 위한 **참고**와 **예**
- 배웠던 내용을 다시 보는 선수 과목 개념

기본을 다지는 유형

043

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \text{의 값은?}$$

$$\textcircled{1} -1 \quad \textcircled{2} -\frac{1}{2} \quad \textcircled{3} -\frac{1}{3}$$

$$\textcircled{4} -\frac{1}{4} \quad \textcircled{5} -\frac{1}{5}$$

044

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2} \text{의 값은?}$$

$$\textcircled{1} -5 \quad \textcircled{2} -\frac{1}{2} \quad \textcircled{3} -4$$

$$\textcircled{4} -\frac{1}{2} \quad \textcircled{5} -3$$

045 | 교육청 기출 |

함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$

$\lim_{x \rightarrow 0} x f(x)$ 의 값을 구하라.

기본을 다지는 유형

046

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \text{의 값은?}$$

$$\textcircled{1} -2 \quad \textcircled{2} -1 \quad \textcircled{3} 1$$

$$\textcircled{4} 2 \quad \textcircled{5} 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x^2} \text{의 값은?}$$

$$\textcircled{1} -5 \quad \textcircled{2} -\frac{1}{2} \quad \textcircled{3} -4$$

$$\textcircled{4} -\frac{1}{2} \quad \textcircled{5} -3$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

048

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} \text{의 값은?}$$

$$\textcircled{1} \frac{1}{100} \quad \textcircled{2} \frac{1}{200} \quad \textcircled{3} \frac{1}{300}$$

$$\textcircled{4} \frac{1}{400} \quad \textcircled{5} \frac{1}{500}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

049

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \text{의 값은?}$$

$$\textcircled{1} \frac{1}{100} \quad \textcircled{2} \frac{1}{200} \quad \textcircled{3} \frac{1}{300}$$

$$\textcircled{4} \frac{1}{400} \quad \textcircled{5} \frac{1}{500}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{임을 이용하라.}$$

실전 유형을 조금 더 쉽고 가볍게 익히자.

확실하게 개념을 잡고, 유형을 연습해서 실력을 올려요!

실력을 높이는 연습문제

01 주어진 범위에서 함수의 그래프가 항상 일정 특성을 갖는 구간을 구하여라. (단, $0 < x < 2\pi$)

① π ② $\pi, 2\pi$ ③ $\pi, 2\pi$ ④ $\pi, 2\pi$

02 주어진 $y = x^2 - 2 \sin x$ 의 변곡점에서의 접선의 방정식 $y = ax + b$ 라고 할 때, 두 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하여라. (단, $0 < x < 2\pi$)

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7

03 **※ 유형 1**
주어진 $y = ax^2 - 2 \sin 2x$ 가 변곡점을 갖도록 하는 경우 a 의 개수를 구하여라.

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7

04 주어진 $y = x^2 - \ln x$ ($x > 0$)의 변곡점의 p 좌표를 a 라 하고 할 때 $\lim_{a \rightarrow 0} \ln a$ 의 값을 구하여라.

① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{2}{e}$ ③ $\frac{3}{e}$ ④ $2e$

05 **평가원 기출**
3 이상의 자연수 n 에 대하여 $f(x) = x^n e^{-x}$ 일 때, 옳은 것을 고른 것은?

보기
ㄱ. $f'(x) = x^n e^{-x}$
ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 $x = \frac{n}{n-1}$ 에서 극대값을 갖는다.
ㄷ. 점 $(0, 0)$ 은 $f(x)$ 의 변곡점이다.

06 **※ 유형 2**
이분가능함인 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같고 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ 일 때, $f(x)$ 의 방정식을 구하여라.

07 **실력 UP | 수능 기출**
양수 a 에 대하여 닫힌구간 $[-a, a]$ 에서 $f(x) = \frac{x-5}{(x-5)^2 + 36}$ 의 최댓값을 구하여라.

08 $1 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 성립하도록 하는 두 실수 a, b 에 대하여 $b - a$ 의 최솟값을 구하여라.

09 함수 $y = \cos^2 x + \sin^2 x + \sin x + \cos x$ 의 최댓값이 5일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

10 $x > 0$ 에서 오른쪽 그림과 같이 직선 $y = e^x$ 과 곡선 $y = x$ 의 접점을 P 라 하고, 이 접점에서의 접선의 방정식을 구하여라.

11 다음 그림과 같이 변곡점의 길이가 4인 원의 일부를 잘라내고 남은 곡선 부분을 이용하여 직각삼각형의 넓이를 구하여라. 이 넓이가 몇 인가?

12 **평가원 기출**
함수 $f(x) = 2 \ln(5-x) + \frac{1}{x}$ 에 대하여 옳은 것만을 고른 것은?

실력을 높이는 연습 문제

- 유형 학습에 맞는 엄선된 유형 점검 문제로 구성
- 기본 유형을 발전시킨 응용 문제 **실력 UP**
- 실전 문제 해결력을 기르는 기출 문제

풍샘 개념 CHECK

자연수의 거듭제곱의 합 공식

(1) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(2) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

(3) $1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + n^4 = \frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$

13 주어진 함수 $f(x)$ 가 연속인 점에서 $f(x)$ 의 값을 구하여라.

14 주어진 함수 $f(x)$ 가 연속인 점에서 $f(x)$ 의 값을 구하여라.

15 주어진 함수 $f(x)$ 가 연속인 점에서 $f(x)$ 의 값을 구하여라.

16 주어진 함수 $f(x)$ 가 연속인 점에서 $f(x)$ 의 값을 구하여라.

17 주어진 함수 $f(x)$ 가 연속인 점에서 $f(x)$ 의 값을 구하여라.

18 주어진 함수 $f(x)$ 가 연속인 점에서 $f(x)$ 의 값을 구하여라.

19 주어진 함수 $f(x)$ 가 연속인 점에서 $f(x)$ 의 값을 구하여라.

풀이 과정이 보이는 명쾌한 정답과 풀이

- 풍샘 개념 CHECK로 자주 나오는 선수 개념 설명
- 문제의 해결력을 높이는 **문제 접근하기**
- 수학적 사고력을 키우는 **다른 풀이**

차례

I. 수열의 극한

01. 수열의 극한

기본을 다지는 유형	009
실력을 높이는 연습 문제	022

02. 급수

기본을 다지는 유형	027
실력을 높이는 연습 문제	039

II. 미분법

03. 지수함수와 로그함수의 미분

기본을 다지는 유형	045
실력을 높이는 연습 문제	055

04. 삼각함수의 미분

기본을 다지는 유형	059
실력을 높이는 연습 문제	073

05. 여러 가지 미분법

기본을 다지는 유형	079
실력을 높이는 연습 문제	089

06. 도함수의 활용 (1)

기분을 다지는 유형	094
실력을 높이는 연습 문제	106

07. 도함수의 활용 (2)

기분을 다지는 유형	112
실력을 높이는 연습 문제	124

Ⅲ. 적분법

08. 여러 가지 적분법

기분을 다지는 유형	129
실력을 높이는 연습 문제	139

09. 정적분

기분을 다지는 유형	144
실력을 높이는 연습 문제	156

10. 정적분의 활용

기분을 다지는 유형	162
실력을 높이는 연습 문제	174



기본 유형의 집중 학습

풍산자 라이트유형

1 실력을 다지는 유형 집중 학습에 적합한 구성

- 개념을 바로 적용할 수 있는 연산 문제 및 기출 문제의 기본 유형 제시
- 기본 유형을 충분히 연습할 수 있도록 일반 유형서의 유형을 세분화

2 최신 경향 분석으로 내신과 학력평가 대비

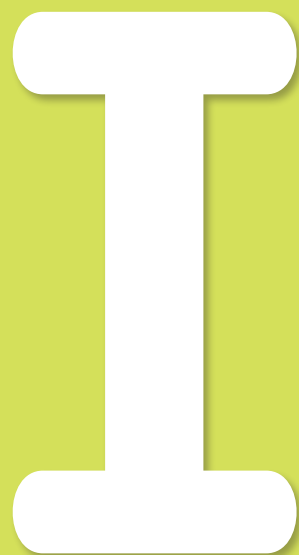
- 내신과 학력 평가 등 최신 경향을 분석하여 출제 빈도 높은 문제들로 구성
- 출제 빈도 높은 서술형 문제 제시로 서술형 평가 대비에 적합
- 최신 기출 문제 연습으로 실전 감각을 키우고 자신감을 높임

3 중상위권 도약을 위한 최적의 유형 연습용 교재

- 깔끔하지만 부족함이 없는 개념 설명과 유형 연습에 적합한 세분화된 유형 분류
- 문제 출제 원리에 부합한 유형과 문제해결 TIP으로 문제 적응력과 해결력 강화

매일 매순간 나아가는 사람이
진정한 승자가 된다.

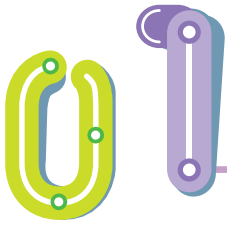




수열의 극한

01. 수열의 극한

02. 급수



수열의 극한

I. 수열의 극한

1. 수열의 수렴과 발산

- (1) 수열의 수렴: 수열 $\{a_n\}$ 에서 n 의 값이 한없이 커질 때, a_n 의 값이 일정한 값 α 에 한없이 가까워지면 수열 $\{a_n\}$ 은 α 에 수렴한다고 한다. 이때 α 를 수열 $\{a_n\}$ 의 극한 값 또는 극한이라고 한다.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha \text{ 또는 } n \rightarrow \infty \text{ 일 때 } a_n \rightarrow \alpha$$

- (2) 수열의 발산: 수열 $\{a_n\}$ 이 수렴하지 않을 때, 수열 $\{a_n\}$ 은 발산한다고 한다.

- ① 양의 무한대로 발산 $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$ ↗ 극한값은 없다.
↗ a_n 의 값이 한없이 커지는 상태
- ② 음의 무한대로 발산 $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$ ↗ a_n 의 값이 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지는 상태
- ③ 진동 ↗ 수렴하지도 않고 양의 무한대나 음의 무한대로 발산하지도 않는 경우

2. 수열의 극한에 대한 기본 성질

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 모두 수렴할 때

- (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} c a_n = c \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ (단, c 는 상수이다.)
- (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$
- (3) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n - \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$
- (4) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$
- (5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} b_n}$ (단, $b_n \neq 0$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n \neq 0$)

3. 수열의 극한값의 계산

- (1) $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴: 분모의 최고차항으로 분자, 분모를 각각 나눈다.
- (2) $\infty - \infty$ 꼴
- ① 다항식은 최고차항으로 묶는다.
- ② 무리식을 포함한 경우에는 근호가 있는 부분을 유리화한다.

참고 $\frac{\infty}{\infty} \neq 1$, $\infty - \infty \neq 0$ 임에 주의한다.

4. 수열의 극한의 대소 관계

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 모두 수렴하고 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \beta$ (α, β 는 실수)일 때

- (1) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n \leq b_n$ 이면 $\alpha \leq \beta$ 이다.
- (2) 수열 $\{c_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n \leq c_n \leq b_n$ 이고 $\alpha = \beta$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} c_n = \alpha$ 이다.

5. 등비수열의 수렴과 발산

등비수열 $\{r^n\}$ 에서

- (1) $r > 1$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n = \infty$ (발산) (2) $r = 1$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n = 1$ (수렴)
- (3) $-1 < r < 1$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n = 0$ (수렴) (4) $r \leq -1$ 일 때, $\{r^n\}$ 은 진동 (발산)

❖ $\infty, -\infty$ 는 한없이 커지는 상태와 한없이 작아지는 상태를 나타내는 기호이지 수가 아니다.

❖ 수열 $\{a_n\}$ 에서 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n = c$ (c 는 상수)일 때,
 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} c = c$

❖ 수열의 극한에 대한 기본 성질은 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 모두 수렴할 때에만 성립함에 유의한다.

❖ $\frac{\infty}{\infty}$ 꼴

(1) (분자의 차수) = (분모의 차수)
 $\Rightarrow$ 극한값은 최고차항의 계수의 비

(2) (분자의 차수) < (분모의 차수)
 $\Rightarrow$ 극한값은 0

(3) (분자의 차수) > (분모의 차수)
 $\Rightarrow \infty$ 또는 $-\infty$ 로 발산

❖ 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 $a_n < b_n$ 이라고 해서 반드시 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n < \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 이 성립하는 것은 아니다.
 $a_n < b_n$ 이지만 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 인 경우가 있다.

❖ 등비수열의 수렴 조건

(1) 등비수열 $\{r^n\}$ 이 수렴하기 위한 조건
 $\Rightarrow -1 < r \leq 1$

(2) 등비수열 $\{ar^{n-1}\}$ 이 수렴하기 위한 조건 $\Rightarrow a = 0$ 또는 $-1 < r \leq 1$

유형 01 수열의 수렴과 발산

다음 수열 중 수렴하는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $3, 2, 3, 2, 3, 2, \dots$
- ② $1, 2, 4, 8, \dots, 2^{n-1}, \dots$
- ③ $3 - \frac{1}{2}, 3 - \frac{1}{4}, 3 - \frac{1}{6}, \dots, 3 - \frac{1}{2n}, \dots$
- ④ $\frac{1}{100}, -\frac{2}{100}, -\frac{7}{100}, -\frac{14}{100}, \dots, \frac{2-n^2}{100}, \dots$
- ⑤ $1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, -\frac{1}{27}, \dots, \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}, \dots$

풀이

- ① 주어진 수열은 진동한다. 즉, 발산한다.
- ② n 의 값이 한없이 커지면 2^{n-1} 의 값도 한없이 커지므로 주어진 수열은 양의 무한대로 발산한다.
- ③ n 의 값이 한없이 커지면 $3 - \frac{1}{2n}$ 의 값은 3에 한없이 가까워지므로 주어진 수열은 3에 수렴한다. $\rightarrow \frac{1}{50} - \frac{n^2}{100}$
- ④ n 의 값이 한없이 커지면 $\frac{2-n^2}{100}$ 의 값은 음수이면서 그 절댓값이 한없이 커지므로 주어진 수열은 음의 무한대로 발산한다.
- ⑤ 홀수 번째 항 $1, \frac{1}{9}, \frac{1}{81}, \dots$ 은 0에 수렴하고, 짝수 번째 항 $-\frac{1}{3}, -\frac{1}{27}, -\frac{1}{243}, \dots$ 도 0에 수렴하므로 주어진 수열은 0에 수렴한다.

답 ③, ⑤

001

다음 수열의 수렴과 발산을 조사하고, 수렴하면 그 극한값을 구하여라.

- (1) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \dots$
- (2) $1, -1, 1, -1, \dots, (-1)^{n-1}, \dots$
- (3) $4, 4, 4, 4, 4, 4, \dots$
- (4) $2, \frac{5}{2}, \frac{10}{3}, \frac{17}{4}, \dots, \frac{n^2+1}{n}, \dots$
- (5) $5, 3, 1, -1, \dots, -2n+7, \dots$

002

다음 수열 중 수렴하는 것은?

- ① $\{3n-1\}$ ② $\left\{-\frac{n^3}{6}\right\}$ ③ $\left\{\cos \frac{n\pi}{2}\right\}$
- ④ $\left\{\frac{n^2-4}{n+1}\right\}$ ⑤ $\left\{\frac{(-1)^n}{5n}\right\}$

003

발산하는 수열인 것만을 |보기|에서 있는 대로 고른 것은?

보기	
ㄱ. $\{-n^2+5\}$	ㄴ. $\{(-1)^{2n}\}$
ㄷ. $\left\{\frac{6n-1}{n}\right\}$	ㄹ. $\left\{\frac{n}{\sqrt{n}+2}\right\}$

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄷ
- ④ ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

004

수렴하는 수열인 것만을 |보기|에서 있는 대로 고르고, 그 극한값을 구하여라.

보기	
ㄱ. $\left\{\frac{3}{n^2+2}\right\}$	ㄴ. $\left\{\sin \frac{4n-1}{2}\pi\right\}$
ㄷ. $\left\{\left(-\frac{4}{3}\right)^n\right\}$	ㄹ. $\{10-9n\}$

유형 02 수열의 극한에 대한 기본 성질

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -3$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 4$ 일

때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2a_n + b_n}{a_n b_n + 7}$ 의 값을 구하여라.

풀이

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2a_n + b_n}{a_n b_n + 7} &= \frac{-2 \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \lim_{n \rightarrow \infty} b_n + \lim_{n \rightarrow \infty} 7} \\ &= \frac{-2 \times (-3) + 4}{-3 \times 4 + 7} = -2 \end{aligned}$$

답 -2

005

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 2$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = -1$

일 때, 다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n)$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} (3a_n - 2b_n)$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} 5a_n b_n$

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-4a_n}{b_n + 6}$

006

다음 극한값을 구하여라.

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(6 + \frac{1}{n}\right)$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{n} - \frac{5}{n^2}\right)$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(8 - \frac{2}{n}\right)$

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{12 + \frac{7}{n} + \frac{2}{n^2}}{3 - \frac{1}{n^2}}$

007 | 교육청 기출 |

수렴하는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4a_n + 3}{2 - a_n} = 2$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

① $\frac{1}{8}$

② $\frac{1}{7}$

③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{1}{5}$

⑤ $\frac{1}{4}$

008

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + 2) = 5$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n(a_n - 1)$ 의 값을 구하여라.

009

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$a_n = 3 + \frac{1}{n}, \quad b_n = \frac{8}{n(n+2)} - 2$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (3a_n - 2)(7b_n + 4)$ 의 값을 구하여라.

010 서술형

수렴하는 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = 9, \lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = 3$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^2 + b_n^2)$ 의 값을 구하여라.

011

수렴하는 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - 3b_n) = 10, \lim_{n \rightarrow \infty} (6a_n + 5b_n) = 2$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n}$ 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1
④ 1 ⑤ 2

012

수렴하는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_{n+1} - 1}{a_n + 2} = 2$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하여라.

유형 03

$\frac{\infty}{\infty}$ 꼴의 극한

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + bn + 8}{4n + 1} = 3 \text{ 일 때, } a + b \text{의 값은?}$$

(단, a, b 는 상수이다.)

- ① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

풀이

$$a \neq 0 \text{ 이면 } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + bn + 8}{4n + 1} = \infty \text{ (또는 } -\infty \text{) 이므로}$$

$$a = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^2 + bn + 8}{4n + 1} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{bn + 8}{4n + 1} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b + \frac{8}{n}}{4 + \frac{1}{n}} = \frac{b}{4} \end{aligned}$$

분모의 최고차항 n 으로
분자, 분모를 각각 나눈다.

$$\text{즉, } \frac{b}{4} = 3 \text{ 이므로 } b = 12$$

$$\therefore a + b = 12$$

답 ⑤

013

다음 극한을 조사하고, 극한이 존재하면 그 극한값을 구하여라.

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-2n + 1}{n - 6}$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 4n + 11}{2n + 5}$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n + 10}{n^2 + n - 7}$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2n - 3}{9n^2 - 1}$$

$$(5) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-8n^3 + 5}{n^2 - 6n}$$