친절한 교과서 해설을 통한
내신 준비서

자습서

중학교

수학 2

장경윤 교과서편

머리말

“수학은
보이지 않는 것을
볼 수 있게 만든다.”

| 케이드 데블린 |

우리는 주변의 여러 현상과 상황 속에서 수, 도형, 자료, 또 이들 사이의 관계와 변화를 다루는 수학을 만납니다. 수학의 언어는 보이지 않는 것을 볼 수 있게 해 줍니다. 건축 설계 및 시공, 운동과 변화 등 일상과 활동에서, 때로 무질서하게 보이는 현상과 방대한 자료 속에서 수학의 언어는 상황을 해석하고 설명하며 문제를 해결할 수 있게 하는 중요한 도구입니다. 최근 주목받고 있는 인공지능(AI)의 기계 학습이나 딥러닝을 위한 프로그램도 알고리즘 등 수학적 언어 발달이 이뤄낸 결과입니다.

수학은 문제 해결을 위해 고안된 학문으로, 학교에서 학습하는 수학은 우리의 생활과 밀접한 관계가 있습니다. 수학의 언어는 만국 공통이며 새로운 언어를 사용하려면 문법을 학습해야 하듯이 수학의 언어 사용을 위해서도 학습이 필요합니다. 우리는 학습을 통하여 수학의 여러 분야의 용어와 기호, 개념, 원리, 법칙을 이해하고 기능을 습득하여 논리적으로 사고하고 소통하며 합리적으로 문제를 해결하는 능력과 태도를 기를 수 있습니다.

이 자습서는 2022 개정 교육과정에 따라 집필된 교과서를 토대로 학생들의 적극적인 활동을 유도하여 수학을 쉽게 이해할 수 있도록 저술되었습니다. 이 자습서의 기획 방향은 다음과 같습니다.

첫째, 친절한 개념 정리로 교과서 내용의 깊은 이해가 가능하도록 하였습니다.
둘째, 자세한 문제 풀이로 스스로 학습이 가능하도록 하였습니다.
셋째, 대단원별 '교과서 문제 뛰어넘기'로 문제 해결 능력을 향상시킬 수 있도록 하였습니다.
넷째, 추가로 제공되는 실전 대비 문제로 내신을 정복할 수 있도록 하였습니다.

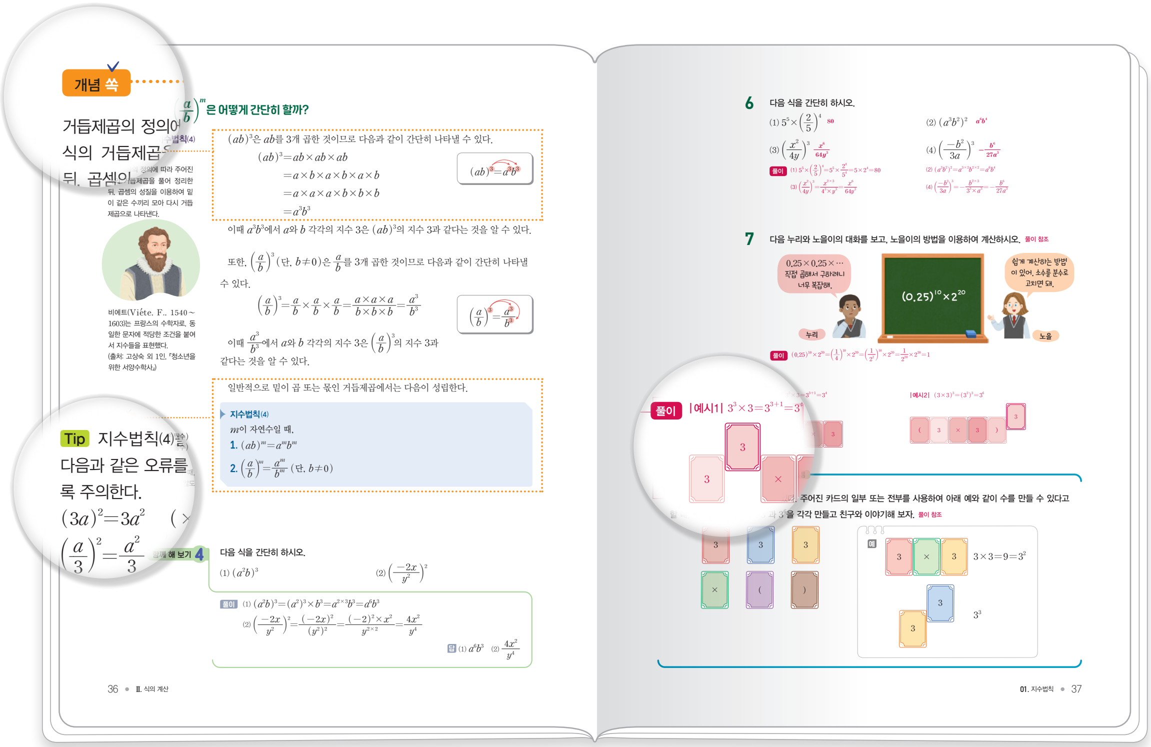
학생들이 이 자습서를 통하여 수학에 관심을 가지고, 창의적 인성과 수학적 역량을 갖춘 미래 사회의 주역의 주역으로 성장해 나아가길 기원합니다.

저자 일동

구성과 특징

이 자습서는 2022 개정 교육과정에 따라 집필된 교과서를 토대로 학생들이 손쉽게 자기주도적 학습을 할 수 있도록 하였습니다.

특히, 친절한 교과서 개념 정리와 자세한 문제 풀이를 하였고, 부록으로 실전 대비 문제를 수록하여 수학에 대한 흥미와 자신감을 가지고 내신을 정복할 수 있도록 구성하였습니다.



〔 개념 쏙 〕

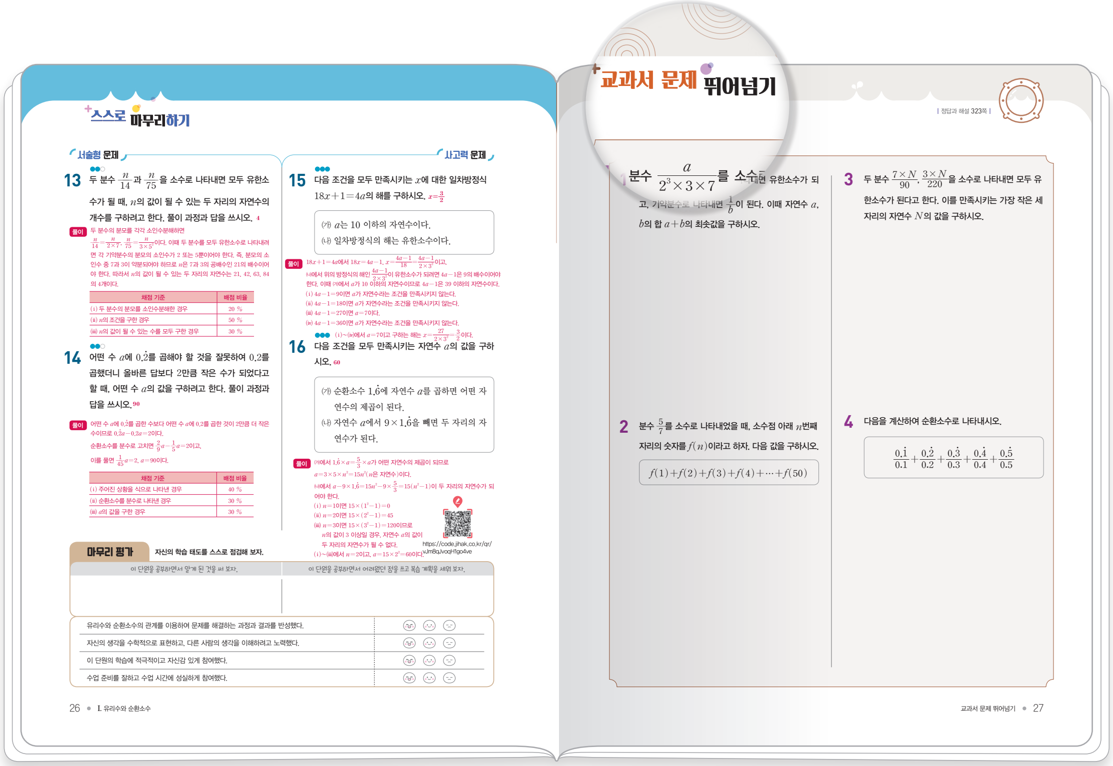
교과서 본문의 개념이나 '함께 해 보기'에서 꼭 알아야 할 핵심 내용들을 정리하였습니다.

〔 Tip 〕

본문 내용 중에 꼭 알아야 하거나 주의해야 하는 내용을 한 번 더 짚어 주었습니다.

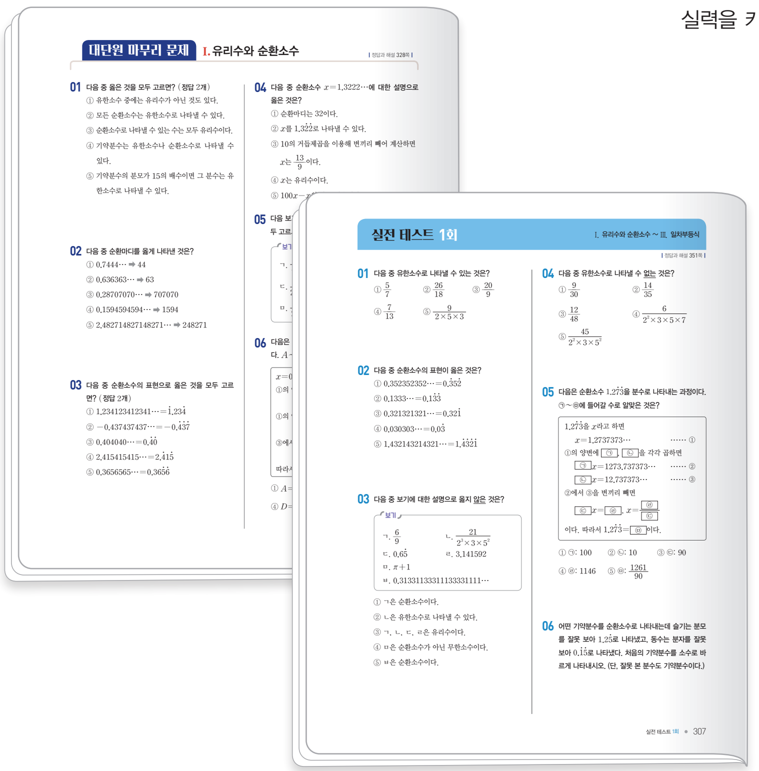
〔 문제 풀이 〕

본문에 수록된 문제의 풀이를 자세하게 설명하였습니다.



(교과서 문제 뛰어넘기)

대단원별로 꼭 알아야 하는 문제 또는 교과서 심화 문제로
실력을 키울 수 있도록 하였습니다.



(실전 대비 문제)

대단원 마무리 문제, 실전 테스트를 부록으로 제공하여
학교 시험에 대비할 수 있도록 하였습니다.

차례

V 일차함수

VI 삼각형과 사각형의 성질

VII 도형의 닮음

VIII 확률

부록

I
유리수와 순환소수

01 유리수의 소수 표현

02 순환소수의 분수 표현

단원 이야기

일상 생활에서 어떤 물건을 나누고 그 결과를 표현할 때 분수가 자주 사용되고, 정확한 양을 측정하거나 수의 크기를 비교할 때 소수가 유용하게 사용된다.

이 단원에서는 유리수를 분수나 소수로 나타내는 과정을 통해 유리수와 소수 사이의 관계를 배운다.

| 배운 내용 |

초5~6
- 분수와 소수의 관계

중1
- 소인수분해
- 정수와 유리수

| 이어질 내용 |

중3
- 제곱근과 실수


8
5
7

이것만은 알고 가기

초 5~6 분수와 소수의 관계 　잘함 보통 모름

1 다음 분수를 소수로 나타내시오.

(1) $\frac{3}{10}$ 0.3　　(2) $\frac{79}{100}$ 0.79

(3) $\frac{13}{20}$ 0.65　　(4) $\frac{7}{5}$ 1.4

풀이 (1) $\frac{3}{10}=0.3$　(2) $\frac{79}{100}=0.79$

(3) $\frac{13}{20}=\frac{65}{100}=0.65$　(4) $\frac{7}{5}=\frac{14}{10}=1.4$

• 분수를 소수로 나타낼 때에는 분모를 10, 100, 1000, … 과 같이 10의 거듭제곱의 꼴로 바꾼 후 소수로 나타낸다.

초 5~6 분수와 소수의 관계 　잘함 보통 모름

2 다음 소수를 기약분수로 나타내시오.

(1) 0.7 $\frac{7}{10}$　　(2) 0.6 $\frac{3}{5}$

(3) 0.25 $\frac{1}{4}$　　(4) 1.32 $\frac{33}{25}$

풀이 (1) $0.7=\frac{7}{10}$　(2) $0.6=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

(3) $0.25=\frac{25}{100}=\frac{1}{4}$　(4) $1.32=\frac{132}{100}=\frac{33}{25}$

• 분모와 분자의 공약수가 1뿐인 분수를 기약분수라고 한다.

중 1 소인수분해 　잘함 보통 모름

3 다음 자연수를 소인수분해하시오.

(1) 27 3^3　　(2) 36 $2^2\times3^2$

(3) 120 $2^3\times3\times5$　　(4) 280 $2^3\times5\times7$

풀이 (1) $27=3\times9=3\times3\times3=3^3$

(2) $36=2\times18=2\times2\times9=2\times2\times3\times3=2^2\times3^2$

(3) $120=2\times60=2\times2\times30=2\times2\times2\times15=2\times2\times2\times3\times5=2^3\times3\times5$

(4) $280=2\times140=2\times2\times70=2\times2\times2\times35=2\times2\times2\times5\times7=2^3\times5\times7$

• 1보다 큰 자연수 중에서 약수가 1과 자기 자신뿐인 수를 소수라고 한다.
• 1보다 큰 자연수를 소인수들만의 곱으로 나타내는 것을 소인수분해한다고 한다.

중 1 정수와 유리수 　잘함 보통 모름

4 다음 수 중에서 아래에 알맞은 수를 모두 찾으시오.

$-2,\quad 1,\quad -\frac{3}{5},\quad 0.8,\quad 0,\quad \frac{7}{2}$

(1) 양의 정수　　(2) 음의 유리수　　(3) 정수가 아닌 유리수

1　　$-2,\ -\frac{3}{5}$　　$-\frac{3}{5},\ 0.8,\ \frac{7}{2}$

• 자연수에 양의 부호 +를 붙인 수인 양의 정수와 0 그리고 자연수에 음의 부호 −를 붙인 수인 음의 정수를 통틀어 정수라고 한다.
• 분자, 분모가 자연수인 분수에 양의 부호 +를 붙인 수인 양의 유리수와 0 그리고 분자, 분모가 자연수인 분수에 음의 부호 −를 붙인 수인 음의 유리수를 통틀어 유리수라고 한다.

01 유리수의 소수 표현

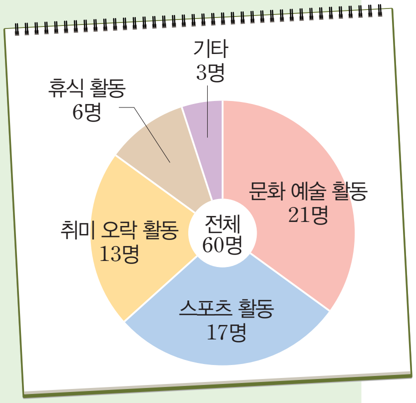
이 단원에서 배우는 용어와 기호
유한소수, 무한소수, 순환소수, 순환마디, 순환소수 표현 (예: $7.\dot{2}1\dot{5}$)

[학습 목표] 순환소수의 뜻을 안다.

유한소수, 무한소수, 순환소수는 무엇일까?

생각 펼치기

오른쪽 그림은 어느 해 60명의 청소년을 대상으로 지난 1년 동안 어떤 여가 활동에 가장 많이 참여했는지 조사한 결과를 나타낸 것이다. 다음 물음에 답해 보자.



1. 문화 예술 활동과 스포츠 활동으로 응답한 청소년의 비율을 각각 분수로 나타내 보자. $\frac{7}{20}$, $\frac{17}{60}$

2. 1에서 나타낸 분수를 각각 소수로 나타내고, 두 소수의 차이점을 말해 보자. 풀이 참조

풀이 1. 문화 예술 활동으로 응답한 청소년의 비율은 $\frac{21}{60}=\frac{7}{20}$이고, 스포츠 활동으로 응답한 청소년의 비율은 $\frac{17}{60}$이다.
2. $\frac{7}{20}=0.35$, $\frac{17}{60}=0.28333\cdots$으로 0.35는 소수점 아래에 0이 아닌 숫자가 유한 번 나타나고, 0.28333…은 소수점 아래에 0이 아닌 숫자가 무한 번 나타난다.

유한소수와 무한소수

생각 펼치기에서 문화 예술 활동과 스포츠 활동에 참여했다고 응답한 청소년의 비율을 나타낸 두 수 $\frac{7}{20}$, $\frac{17}{60}$과 같이 분수 $\frac{a}{b}$(단, a, b는 정수, $b\neq0$)로 나타낼 수 있는 수를 유리수라고 한다. 이러한 분수는 분자를 분모로 나누어 정수 또는 소수로 나타낼 수 있다. 예를 들어

$$\frac{7}{20}=7\div20=0.35,\ \frac{17}{60}=17\div60=0.28333\cdots$$

이다. 이때 0.35와 같이 소수점 아래에 0이 아닌 숫자가 유한 번 나타나는 소수를 **유한소수**라 하고, 0.28333…과 같이 소수점 아래에 0이 아닌 숫자가 무한 번 나타나는 소수를 **무한소수**라고 한다.

```
      0.2833…
60 ) 17
     120
     500
     480
      200
      180
       200
       180
        20
         ⋮
```

개념 쏙

소수 { 유한소수, 무한소수 }

확인하기
(1) 0.5는 (유한소수, 무한소수)이다.
(2) 2.1666…은 (유한소수, 무한소수)이다.

1 다음 분수를 소수로 나타내고, 유한소수와 무한소수로 구분하시오.

(1) $\frac{1}{20}$ 0.05, 유한소수

(2) $-\frac{4}{3}$ $-1.333\cdots$, 무한소수

(3) $\frac{3}{16}$ 0.1875, 유한소수

(4) $-\frac{6}{11}$ $-0.545454\cdots$, 무한소수

순환소수

무한소수 중에서 $0.333\cdots$, $0.1232323\cdots$, $7.215215215\cdots$와 같이 소수점 아래의 어떤 자리에서부터 일정한 숫자의 배열이 한없이 되풀이되는 것을 **순환소수**라고 한다. 이때 한없이 되풀이되는 가장 짧은 한 부분을 **순환마디**라고 한다.

무한소수 중에는 원주율 $\pi=3.141592\cdots$, $0.1010010001\cdots$과 같이 순환소수가 아닌 무한소수도 있다.

순환소수는 첫 번째 순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어 다음과 같이 간단히 나타낸다.

$$0.333\cdots=\mathbf{0.\dot{3}} \qquad \text{순환마디: } 3$$

$$0.1232323\cdots=\mathbf{0.1\dot{2}\dot{3}} \qquad \text{순환마디: } 23$$

$$7.215215215\cdots=\mathbf{7.\dot{2}1\dot{5}} \qquad \text{순환마디: } 215$$

순환소수 $7.215215215\cdots$를 $7.2\dot{1}5\dot{2}$ 또는 $7.\dot{2}1521\dot{5}$ 또는 $7.\dot{2}\dot{1}\dot{5}$와 같이 나타내지 않는다.

확인하기

(1) $2.222\cdots$의 순환마디는 $\boxed{2}$이고, 순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어 $\boxed{2.\dot{2}}$(으)로 나타낸다.

(2) $0.030303\cdots$의 순환마디는 $\boxed{03}$이고, 순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어 $\boxed{0.\dot{0}\dot{3}}$(으)로 나타낸다.

2 다음 순환소수의 순환마디를 말하고, 순환마디에 점을 찍어 간단히 나타내시오.

(1) $0.797979\cdots$ 79, $0.\dot{7}\dot{9}$

(2) $1.6474747\cdots$ 47, $1.6\dot{4}\dot{7}$

(3) $-3.4555\cdots$ 5, $-3.4\dot{5}$

(4) $-1.030030030\cdots$ 030, $-1.\dot{0}3\dot{0}$

어떤 유리수를 유한소수로 나타낼 수 있을까?

생각 펼치기

다음 표는 기약분수의 분모의 소인수를 구하고, 기약분수를 소수로 나타낸 것이다. 물음에 답해 보자.

기약분수	$\frac{4}{5}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{4}{11}$
분모의 소인수	5	2, 5	2, 3	2	11
소수	0.8	0.35	$0.8\dot{3}$	0.125	$0.\dot{3}\dot{6}$

1. 위의 표를 완성해 보자.

2. 위의 표에서 유한소수를 찾고, 유한소수에서 분모의 소인수가 어떤 공통된 특징을 가지고 있는지 말해 보자. 풀이 참조

풀이 유한소수는 0.8, 0.35, 0.125이고, 유한소수가 되는 기약분수는 모두 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이다.

개념 쏙 모든 유한소수는 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 나타낼 수 있다. 10^n을 소인수분해하면 $10^n=2^n\times5^n$이므로 분모는 아무리 약분해도 2 또는 5만을 소인수로 갖게 되므로 유한소수를 분수로 고치면 분모의 소인수는 2나 5뿐이다.

유한소수로 나타낼 수 있는 유리수

네이피어(Napier, J., 1550∼1617)는 영국의 수학자로, 오늘날 우리가 사용하는 것과 똑같은 소수 표기법을 발명했다.
(출처: 고상숙 외 1인, 『청소년을 위한 서양수학사』)

생각 펼치기 에서 유한소수는 다음과 같이 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 나타낼 수 있다.

$$0.8=\frac{8}{10},\quad 0.35=\frac{35}{100},\quad 0.125=\frac{125}{1000}$$

이때 분모를 각각 소인수분해하면

$$10=2\times5,\ 10^2=2^2\times5^2,\ 10^3=2^3\times5^3$$

과 같이 소인수가 2 또는 5뿐임을 알 수 있다.

한편, 분수 $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{1}{8}$은 다음과 같이 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\frac{4}{5}=\frac{4\times2}{5\times2}=\frac{8}{10}=0.8$$

$$\frac{7}{20}=\frac{7}{2^2\times5}=\frac{7\times5}{2^2\times5\times5}=\frac{35}{10^2}=0.35$$

$$\frac{1}{8}=\frac{1}{2^3}=\frac{5^3}{2^3\times5^3}=\frac{125}{10^3}=0.125$$

더 이상 약분되지 않는 분수를 기약분수라고 한다.

이와 같이 정수가 아닌 유리수를 기약분수로 나타냈을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 분모와 분자에 2 또는 5의 거듭제곱을 적당히 곱하여 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 고칠 수 있으므로 그 유리수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

유한소수로 나타낼 수 있는 유리수

정수가 아닌 유리수를 기약분수로 나타냈을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 그 유리수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지는 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 없다.

함께 해 보기 1

다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾으시오.

$$\frac{3}{3\times5},\qquad \frac{21}{56},\qquad -\frac{12}{180}$$

개념 쏙 분모의 소인수가 2나 5뿐이라는 것은 2와 5를 모두 소인수로 가진다는 뜻이 아니라 2만 가지거나 5만 가지거나 2와 5를 모두 가져도 된다는 의미이다. 즉, 2와 5 이외의 소인수를 가지지 않는다는 뜻이다.

풀이 분수를 각각 기약분수로 나타낸 다음 분모를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\frac{3}{3\times5}=\frac{1}{5},\ \frac{21}{56}=\frac{3}{8}=\frac{3}{2^3},\ -\frac{12}{180}=-\frac{1}{15}=-\frac{1}{3\times5}$$

따라서 주어진 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 기약분수로 나타냈을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 $\frac{3}{3\times5}$, $\frac{21}{56}$ 이다.

답 $\frac{3}{3\times5}$, $\frac{21}{56}$

Tip 기약분수가 아니라면 먼저 기약분수로 고치는 과정이 필요하다.

3 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾으시오. $\frac{21}{2^2\times5\times7}$, $-\frac{35}{112}$

$$\frac{21}{2^2\times5\times7},\quad \frac{24}{270},\quad \frac{2}{165},\quad -\frac{35}{112}$$

풀이 $\frac{21}{2^2\times5\times7}=\frac{3}{2^2\times5}$, $\frac{24}{270}=\frac{4}{45}=\frac{2^2}{3^2\times5}$, $\frac{2}{165}=\frac{2}{3\times5\times11}$, $-\frac{35}{112}=-\frac{5}{2^4}$이다. 따라서 주어진 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 기약분수로 나타냈을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 $\frac{21}{2^2\times5\times7}$, $-\frac{35}{112}$이다.

어떤 유리수를 순환소수로 나타낼 수 있을까?

순환소수로 나타낼 수 있는 유리수

분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지는 기약분수를 소수로 나타내는 과정은 다음과 같다.

예를 들어 $\frac{3}{7}$을 소수로 나타내기 위해 오른쪽과 같이 계산할 때, 각 단계에서 나머지는 7보다 작은 자연수 1, 2, 3, 4, 5, 6 중 하나로 나타난다. 따라서 적어도 7번째 안에는 앞에서 나온 나머지와 같은 수가 나타난다. 각 계산 단계에서 나머지를 차례대로 적어 보면

$$3,\ 2,\ 6,\ 4,\ 5,\ 1,\ 3,\ \cdots$$

이고, 나머지가 처음과 같이 3이 되면 그때부터 같은 몫이 되풀이되므로 순환마디가 생기게 된다.

$$
\begin{array}{r r}
 & 0.4\,2\,8\,5\,7\,1\,4\cdots \\ \hline
7\,) & 3 \\
 & 2\,8 \\ \hline
 & 2\,0 \\
 & 1\,4 \\ \hline
 & 6\,0 \\
 & 5\,6 \\ \hline
 & 4\,0 \\
 & 3\,5 \\ \hline
 & 5\,0 \\
 & 4\,9 \\ \hline
 & 1\,0 \\
 & 7 \\ \hline
 & 3 \\
 & \vdots
\end{array}
$$

같다.

즉, $\frac{3}{7}$은 다음과 같은 순환소수로 나타낼 수 있다.

$$\frac{3}{7}=0.428571428571428571\cdots$$
$$=0.\dot{4}2857\dot{1}$$

수학 호기심

각 단계에서 나머지가 0이 나타나지 않은 이유는 무엇일까?

풀이 나머지가 0이 나타나게 되면 더 이상 나눗셈을 할 수 없으므로 유한소수가 된다. 따라서 순환소수에서는 나머지가 0이 나타나지 않는다.

Tip 분모가 2나 5 이외의 소인수를 가지는 유리수 $\frac{a}{b}(b>0)$를 소수로 나타내기 위해 a를 b로 나누면 나머지가 0인 경우는 없다. 따라서 나머지로 나타날 수 있는 수는 $1, 2, \dots, b-1$의 최대 $(b-1)$개이다. 따라서 b번의 나눗셈 이내에 앞에 나왔던 나머지와 같은 나머지가 나오게 되고 그 후에는 앞의 나눗셈이 되풀이된다.

이와 같이 정수가 아닌 유리수를 기약분수로 나타냈을 때, 분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지면 그 분수는 무한소수로 나타낼 수 있으며 그 무한소수는 순환소수가 된다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

순환소수로 나타낼 수 있는 유리수

정수가 아닌 유리수를 기약분수로 나타냈을 때, 분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지는 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

함께 해 보기 2 두 분수 $\frac{11}{55}$과 $\frac{8}{15}$ 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 찾고, 이를 순환소수로 나타내시오.

Tip 분모를 소인수분해한 뒤 주어진 분수가 기약분수인가 아닌가를 우선적으로 판단하여야 한다.

풀이 분수를 각각 기약분수로 나타낸 다음 분모를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\frac{11}{55}=\frac{1}{5},\ \frac{8}{15}=\frac{8}{3\times5}$$

따라서 유한소수로 나타낼 수 없는 것은 기약분수로 나타냈을 때, 분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지는 $\frac{8}{15}$이고, 이를 순환소수로 나타내면

$$\frac{8}{15}=0.5333\cdots=0.5\dot{3}$$

이다.

답 $\frac{8}{15}$, $0.5\dot{3}$

4 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 찾고, 이를 각각 순환소수로 나타내시오. $-\frac{4}{9}=-0.\dot{4}$, $\frac{5}{11}=0.\dot{4}\dot{5}$

$$-\frac{4}{9},\quad \frac{12}{20},\quad -\frac{63}{72},\quad \frac{5}{11}$$

풀이 $-\frac{4}{9}=-\frac{4}{3^2}$, $\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$, $-\frac{63}{72}=-\frac{7}{2^3}$, $\frac{5}{11}$에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것은 기약분수로 나타냈을 때 분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지는 $-\frac{4}{9}$, $\frac{5}{11}$이다. 이를 순환소수로 나타내면 $-\frac{4}{9}=-0.\dot{4}$, $\frac{5}{11}=0.\dot{4}\dot{5}$이다.

생각 더 나아가기 추론

다음은 이안이가 자연수 중 하나인 n을 떠올리고 그 수에 대하여 설명한 것이다. 이안이가 생각한 수를 맞혀 보자. 6

- n은 10 이하의 자연수이다.
- $\frac{n}{48}$은 유한소수로 나타낼 수 있다.
- $\frac{1}{n+1}$은 순환소수로 나타낼 수 있다.

풀이 $\frac{n}{48}=\frac{n}{2^4\times3}$을 유한소수로 나타내기 위해서는 기약분수로 나타냈을 때 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 하므로 n은 3의 배수이다.
10 이하의 자연수 중 3의 배수인 것은 3, 6, 9이다.
$n=3$일 때 $\frac{1}{n+1}=\frac{1}{4}=\frac{1}{2^2}$, $n=6$일 때 $\frac{1}{n+1}=\frac{1}{7}$, $n=9$일 때 $\frac{1}{n+1}=\frac{1}{10}=\frac{1}{2\times5}$이므로
이 중에서 $\frac{1}{n+1}$을 순환소수로 나타낼 수 있는 것은 분모가 2 또는 5 이외의 소인수를 가지는 $\frac{1}{7}$뿐이다. 따라서 $n=6$이다.

스스로 점검하기

1

다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣으시오.

(1) 소수점 아래에 0이 아닌 숫자가 유한 번 나타나는 소수를 $\boxed{\text{유한소수}}$(이)라 하고, 무한 번 나타나는 소수를 $\boxed{\text{무한소수}}$(이)라고 한다.

(2) 소수점 아래의 어떤 자리에서부터 일정한 숫자의 배열이 한없이 되풀이되는 무한소수를 $\boxed{\text{순환소수}}$(이)라 하고, 되풀이되는 가장 짧은 한 부분을 $\boxed{\text{순환마디}}$(이)라고 한다.

2

다음을 유한소수와 무한소수로 구분하시오.

(1) 0.1 유한소수 (2) 1.232323⋯ 무한소수

(3) 5.77777777 유한소수 (4) 0.1223334444⋯ 무한소수

3

다음 순환소수의 순환마디를 말하고, 순환마디에 점을 찍어 간단히 나타내시오.

(1) 0.111⋯ 1, $0.\dot{1}$ (2) 2.171717⋯ 17, $2.\dot{1}\dot{7}$

(3) 0.4656565⋯ 65, $0.4\dot{6}\dot{5}$ (4) 4.614614614⋯ 614, $4.\dot{6}1\dot{4}$

4

다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾으시오. (1), (3)

(1) $\dfrac{12}{15}$ (2) $\dfrac{13}{60}$

(3) $-\dfrac{7}{28}$ (4) $\dfrac{44}{77}$

풀이 (1) $\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$, (2) $\frac{13}{60}=\frac{13}{2^2\times3\times5}$, (3) $-\frac{7}{28}=-\frac{1}{2^2}$, (4) $\frac{44}{77}=\frac{4}{7}$
에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 기약분수로 나타냈을 때 분모의 소인수가 2 또는 5 뿐인 $\frac{12}{15}$, $-\frac{7}{28}$이다.

5

분수 $\dfrac{15}{n}$를 정수 또는 유한소수로 나타낼 수 있는 20 이하의 자연수 n의 값은 모두 몇 개인지 구하시오. 12개

풀이 $\frac{15}{n}=\frac{3\times5}{n}$를 정수 또는 유한소수로 나타낼 수 있도록 하는 20 이하의 자연수 n의 값은 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 16, 20으로 12개이다.

6 사고력 UP

추론

도연이와 희경이가 자연수 5, 6, 8, 9가 하나씩 적힌 4장의 카드를 사용하여 다음 규칙에 따라 게임을 한 번 했다. 도연이가 받은 점수가 0점일 때, 희경이가 만든 분수 2개와 받은 점수를 각각 구하시오. $\frac{6}{9}$, $\frac{9}{6}$, 1점

- 각자 카드를 2장씩 나누어 갖는다.
- 자신이 가진 카드에 적힌 두 수를 a, b라고 할 때, $\dfrac{b}{a}$와 $\dfrac{a}{b}$ 중에서 순환소수로 나타낼 수 있는 것의 개수당 1점을 받는다.

풀이 도연이가 받은 점수가 0점이므로 도연이는 가진 카드로 만든 두 수 $\frac{b}{a}$, $\frac{a}{b}$를 소수로 나타내면 모두 유한소수이다.
5, $6=2\times3$, $8=2^3$, $9=3^2$이므로 도연이가 6 또는 9가 적힌 카드를 가지면 두 수 $\frac{b}{a}$, $\frac{a}{b}$ 중 적어도 하나는 기약분수로 나타냈을 때 분모가 소인수 3을 갖는 경우가 생긴다. 그러므로 도연이는 5와 8이 적힌 카드를 가졌다. 따라서 희경이가 가진 카드에 적힌 두 수는 6, 9이고, 희경이가 만든 분수는 $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$, $\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$으로 2개이다. 이 중에서 순환소수로 나타낼 수 있는 것은 $\frac{6}{9}$뿐이므로 희경이가 받은 점수는 1점이다.

자기 평가	
순환소수의 뜻을 안다.	
유한소수로 나타낼 수 있는 유리수와 순환소수로 나타낼 수 있는 유리수를 구분할 수 있다.	

수학으로 세상 보기 그림으로 순환소수 표현하기

문제 해결 의사소통 연결

학습한 수학 내용과 관련하여 자신이 이해한 수학적 개념의 의미나 특징 또는 문제 해결 방법 등을 수식이나 글로 표현하는 방법 외에 그림으로 표현하는 방법도 있다. 오른쪽 그림은 순환소수 0.1666…을 순환마디의 숫자 위에 점을 찍어 $0.1\dot{6}$으로 간단히 나타낼 수 있음을 그림으로 재치 있게 표현한 것이다.

● 다음 활동을 통해 순환소수를 그림으로 표현해 보자.

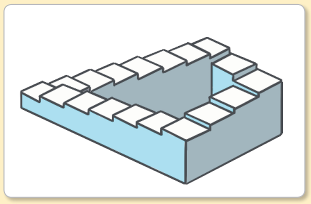
1 다음에서 그림으로 표현하는 과정을 살펴보자.

1 순환소수에 대한 내용 중에서 그림으로 표현하고 싶은 내용을 정한다.

예 유한소수로 나타낼 수 없는 유리수는 순환소수가 된다. 예를 들어 $\frac{2}{7}=0.\dot{2}8571\dot{4}$이다.

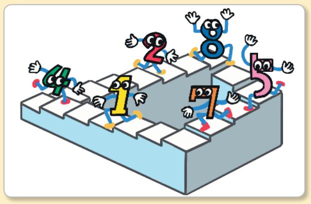
2 순환소수를 표현하기에 적합한 상황이나 소재를 생각한다.

예 오른쪽 그림은 인간의 착시를 이용해서 그린 펜로즈의 계단이다. 계단을 오르거나 내려가도 결국 제자리로 돌아오게 되어 무한히 오르내릴 수 있는 계단처럼 보인다.



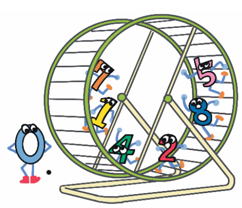
3 순환소수를 그림으로 표현한다.

예 순환소수에서 순환마디가 무한히 반복되는 특징을 무한히 오르내릴 수 있는 펜로즈의 계단에 빗대어 표현했다.



2 순환소수에 대하여 학습한 내용을 그림으로 표현해 보자.

풀이 |예시| 순환소수 $0.\dot{7}1428\dot{5}$의 순환마디 714285가 계속 반복되는 것을 쳇바퀴에서 달리는 모습으로 표현했다.



수학으로⁺ 탐험하기

순환마디의 성질 찾기

1 다음을 읽고, 분모가 7인 분수의 순환마디의 성질에 대해 알아보자.

분모가 7인 분수를 순환소수로 나타내면 순환마디를 이루는 숫자와 그 배열에서 재미있는 성질을 발견할 수 있다.

분수 $\frac{1}{7}$을 순환소수로 나타내기 위해 오른쪽 그림과 같이 나눗셈을 반복하면

$$\frac{1}{7}=0.\dot{1}4285\dot{7}$$

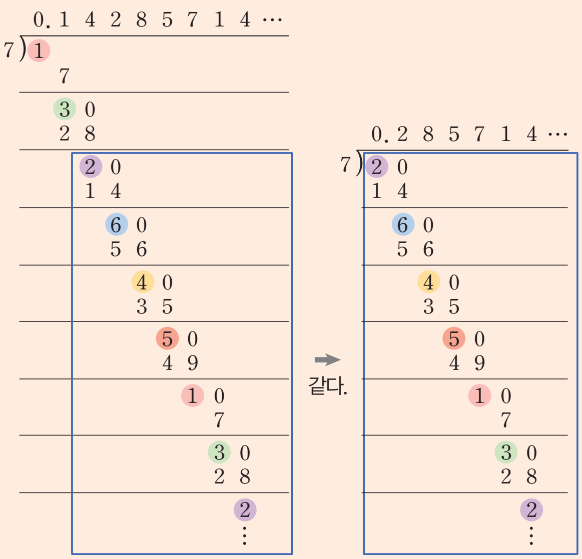
임을 알 수 있다.

이때 이 나눗셈 과정을 이용하면 $\frac{2}{7}$를 순환소수로 나타낼 수 있다.

$\frac{2}{7}=2\div7$에서 몫은 0, 나머지는 2이다. 나머지 2가 처음으로 나타나는 부분부터 그 다음에 이어지는 나눗셈 과정이 바로 $2\div7$을 구하는 과정이므로

$$\frac{2}{7}=0.\dot{2}8571\dot{4}$$

임을 알 수 있다.



(1) 위의 나눗셈 과정을 이용하여 분수를 순환소수로 나타내 보자.

	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{6}{7}$
순환소수	$0.\dot{1}4285\dot{7}$	$0.\dot{2}8571\dot{4}$	$0.\dot{4}2857\dot{1}$	$0.\dot{5}7142\dot{8}$	$0.\dot{7}1428\dot{5}$	$0.\dot{8}5714\dot{2}$

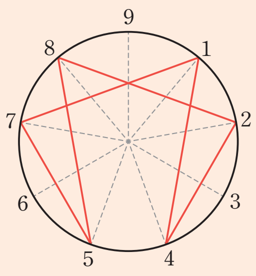
(2) 위의 나눗셈 과정을 이용하여 $\frac{20}{7}$을 순환소수로 나타내고, (1)의 표를 이용하여 구하는 방법에 대해 이야기해 보자. $\frac{20}{7}=2.\dot{8}5714\dot{2}$

풀이 [방법1] $20\div7$은 몫이 2이고 나머지가 6이다.
즉, $\frac{20}{7}=2+\frac{6}{7}$이다. 따라서 $\frac{6}{7}=0.\dot{8}5714\dot{2}$임을 이용하면 $\frac{20}{7}=2.\dot{8}5714\dot{2}$이다.
[방법2] $\frac{20}{7}=10\times\frac{2}{7}$이다. 따라서 $\frac{2}{7}=0.\dot{2}8571\dot{4}$임을 이용하면 $\frac{20}{7}=2.\dot{8}5714\dot{2}$이다.

2 다음을 읽고, 순환소수를 도형으로 나타내 보자.

인도의 베다 수학은 구전 전통 수학을 정리한 책으로 수 계산을 쉽고 빠르게 하기 위한 비법이 실려 있다. 이 책에 소개된 내용 중에는 1부터 9까지의 숫자를 간격이 같도록 시계 방향으로 기록한 베다 원 위에 순환소수에서 반복되는 숫자를 순서에 따라 선으로 연결하여 순환소수를 도형으로 나타낸 부분이 있다.

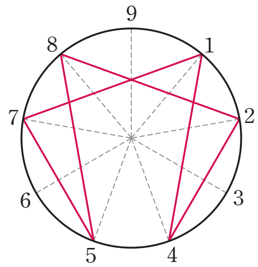
분수 $\frac{1}{7}$ 을 이러한 도형으로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



(출처: 마키노 다케후미, 『도형이 쉬워지는 인도 베다 수학』)

(1) 분모가 7이고 분자가 2, 3, 4, 5, 6 중 하나인 분수를 택하여 오른쪽 원에 위의 방법과 같이 도형으로 나타내 보자.

풀이 |예시| $\frac{3}{7}$을 도형으로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



(2) 친구가 나타낸 도형과 서로 비교해 보고, 이야기해 보자.

풀이 5개의 분수 $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$이 모두 $\frac{1}{7}$과 같은 모양으로 나타난다.

3 $\frac{1}{7}$의 순환마디와 **1**, **2**의 관계를 설명해 보자.

(1) 다음은 활동 **1**, **2**의 내용을 정리한 것이다. 빈칸에 알맞은 내용을 완성해 보자.

분모가 7이고 분자가 7의 배수가 아닌 분수를 순환소수로 나타내면 순환마디를 이루는 숫자는 [1], [4], [2], [8], [5], [7]의 6개뿐이고, 순환마디를 이루는 숫자들의 배열에서 첫 번째 숫자만 달라지고 배열 순서는 [일정하다].

(2) (1)과 같은 순환마디의 성질이 나타나는 이유를 설명해 보자.

풀이 $\frac{1}{7}$을 계산하는 과정에서 나머지로 7보다 작은 자연수인 1, 2, 3, 4, 5, 6이 모두 나타난다. 이때 몫으로 나타나는 숫자는 1, 4, 2, 8, 5, 7의 6개뿐이다. 따라서 $\frac{1}{7}$의 순환마디를 이루는 숫자는 6개뿐이고 (1)과 같은 성질이 나타난다.

| 상호 평가표 |

	평가 내용	자기 평가	친구 평가
내용	유리수와 순환소수의 관계를 다양하게 표현할 수 있다.		
	순환마디의 성질을 설명할 수 있다.		
태도	유리수와 순환소수의 관계를 다양하게 표현하는 과정에서 수 체계의 논리적 아름다움에 관심을 가진다.		

스스로 마무리하기

생각 완성하기

● 각 단원의 내용을 정리하여 빈칸에 알맞은 것을 써넣어 보자.

01 유리수의 소수 표현

• 유한소수와 무한소수
유한소수: 0.35, 무한소수: 0.28333…

• 순환소수
7.215215… → 순환마디: $\boxed{215}$
순환소수 표현: $\boxed{7.\dot{2}1\dot{5}}$

02 순환소수의 분수 표현

• 순환소수 $0.\dot{2}\dot{7}$을 분수로 나타내기

$0.\dot{2}\dot{7}=x$

$$\begin{array}{rl} \boxed{100}\,x = & 27.2727\cdots \\ -\,)\qquad x = & 0.2727\cdots \\ \hline \boxed{99}\,x = & 27 \end{array} \longrightarrow x=\frac{27}{\boxed{99}}=\frac{3}{11}$$

●○○

1 다음 분수를 소수로 나타내고, 유한소수와 무한소수로 구분하시오.

(1) $\frac{3}{4}$ 0.75, 유한소수　　(2) $\frac{7}{3}$ $2.\dot{3}$, 무한소수

(3) $\frac{17}{12}$ $1.41\dot{6}$, 무한소수　　(4) $\frac{3}{30}$ 0.1, 유한소수

풀이 (1) $\frac{3}{4}=\frac{75}{100}=0.75$, 유한소수
(2) $\frac{7}{3}=2.333\cdots=2.\dot{3}$, 무한소수
(3) $\frac{17}{12}=1.41666\cdots=1.41\dot{6}$, 무한소수
(4) $\frac{3}{30}=\frac{1}{10}=0.1$, 유한소수

●○○

2 다음 보기 중에서 순환소수의 표현이 옳은 것을 모두 고르시오. ㄷ, ㄹ

보기
ㄱ. $1.2333\cdots=1.\dot{2}\dot{3}$
ㄴ. $4.343434\cdots=\dot{4}.\dot{3}$
ㄷ. $0.356356356\cdots=0.\dot{3}5\dot{6}$
ㄹ. $1.121212\cdots=1.\dot{1}\dot{2}$

풀이 ㄱ. $1.2333\cdots=1.2\dot{3}$
ㄴ. $4.343434\cdots=4.\dot{3}\dot{4}$
ㄷ. $0.356356356\cdots=0.\dot{3}5\dot{6}$
ㄹ. $1.121212\cdots=1.\dot{1}\dot{2}$
이다. 따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

●○○

3 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾으시오. $\frac{27}{15}$, $\frac{98}{5^2\times7}$

$$\frac{4}{12},\quad \frac{27}{15},\quad \frac{98}{5^2\times7},\quad \frac{2^2\times5}{2\times3^2\times7}$$

풀이 $\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$, $\frac{27}{15}=\frac{9}{5}$, $\frac{98}{5^2\times7}=\frac{14}{5^2}$, $\frac{2^2\times5}{2\times3^2\times7}=\frac{2\times5}{3^2\times7}$이므로 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 분수를 기약분수로 나타냈을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐인 $\frac{27}{15}$, $\frac{98}{5^2\times7}$이다.

●○○

4 다음 중에서 순환소수 $x=1.\dot{3}\dot{4}$를 분수로 나타낼 때, 가장 편리한 식은? ②

① $10x-x$　　② $100x-x$
③ $100x-10x$　　④ $1000x-x$
⑤ $1000x-100x$

풀이 $x=1.\dot{3}\dot{4}$에 10의 거듭제곱을 곱해서 소수점 아래의 부분이 같은 수 중 가장 작은 수는 $100x=134.\dot{3}\dot{4}$이므로 $100x-x$가 가장 편리하다.

5 두 자연수 m, n에 대하여 분수 $\frac{7}{20}$을 $\frac{n}{10^m}$의 꼴로 고쳐서 유한소수로 나타낼 때, $m+n$의 값 중에서 가장 작은 값을 구하시오. 37

풀이 $\frac{7}{20}=\frac{7}{2^2\times5}$이므로 $\frac{n}{10^m}$의 꼴로 나타내려면 분모, 분자에 5, 5×10, 5×10^2, … 을 곱하면 된다. 따라서 분모, 분자에 5를 곱할 때 m, n이 가장 작고 $\frac{7}{20}=\frac{7\times5}{20\times5}=\frac{35}{10^2}$이므로 $m+n$의 값 중에서 가장 작은 값은 $m=2$, $n=35$일 때 $m+n=2+35=37$이다.

6 두 분수 $\frac{1}{3}$과 $\frac{4}{5}$ 사이에 있는 분모가 15인 분수 중에서 순환소수로 나타낼 수 있는 분수의 개수는? ③

① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

풀이 $\frac{1}{3}=\frac{5}{15}$, $\frac{4}{5}=\frac{12}{15}$이므로 순환소수로 나타낼 수 있는 분수는 분모가 15이고 분자가 6 이상 11 이하인 자연수 중 3의 배수가 아닌 수이다. 따라서 구하는 분수는 $\frac{7}{15}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{10}{15}$, $\frac{11}{15}$이므로 그 개수는 4이다.

7 다음 조건을 모두 만족시키는 50 이하의 모든 자연수 a의 개수를 구하시오. 3

(가) 분수 $\frac{a}{28}$를 소수로 나타내면 유한소수가 된다.
(나) 분수 $\frac{28}{a}$은 순환소수로 나타낼 수 있다.

풀이 $\frac{a}{28}=\frac{a}{2^2\times7}$가 유한소수이므로 a는 7의 배수이다. 즉, 50 이하의 자연수 중 7의 배수는 $a=7m(m=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7)$으로 나타낼 수 있다. $\frac{28}{a}=\frac{2^2\times7}{7m}=\frac{2^2}{m}$을 순환소수로 나타낼 수 있으므로 m은 2 또는 5 이외의 소인수를 가져야 한다. 즉, $m=3$ 또는 $m=6$ 또는 $m=7$이다. 따라서 a는 7×3, 7×6, 7×7이고, 그 개수는 3이다.

8 순환소수 $1.4\dot{2}=\frac{64}{a}$일 때, 자연수 a의 값을 구하시오. 45

풀이 $x=1.4\dot{2}$이라고 하면 $x=1.4222\cdots$ …… ①
①의 양변에 10을 곱하면 $10x=14.222\cdots$ …… ②
①의 양변에 100을 곱하면 $100x=142.222\cdots$ …… ③
③에서 ②를 변끼리 빼면 $90x=128$, $x=\frac{64}{45}$,
즉 $1.4\dot{2}=\frac{64}{45}$이다. 따라서 $a=45$이다.

9 $1.\dot{4}\dot{8}=0.\dot{4}\dot{9}\times x$일 때, x의 값을 구하시오. 3

풀이 $a=1.\dot{4}\dot{8}$이라고 하면 $a=1.484848\cdots$ …… ①
①의 양변에 100을 곱하면 $100a=148.484848\cdots$ …… ②
②에서 ①을 변끼리 빼면 $99a=147$, $a=\frac{49}{33}$이다.
$b=0.\dot{4}\dot{9}$라고 하면 $b=0.494949\cdots$ …… ③
③의 양변에 100을 곱하면 $100b=49.494949\cdots$ …… ④
④에서 ③을 변끼리 빼면 $99b=49$, $b=\frac{49}{99}$이다.
$1.\dot{4}\dot{8}=0.\dot{4}\dot{9}\times x$에서 $\frac{49}{33}=\frac{49}{99}x$, 따라서 $x=\frac{49}{33}\times\frac{99}{49}=3$이다.

10 순환소수 $1.\dot{5}\dot{1}$에 a를 곱하면 자연수가 될 때, a의 값이 될 수 있는 수 중 가장 작은 자연수를 구하시오. 33

풀이 $x=1.\dot{5}\dot{1}$이라고 하면 $x=1.515151\cdots$ …… ①
①의 양변에 100을 곱하면 $100x=151.515151\cdots$ …… ②
②에서 ①을 변끼리 빼면 $99x=150$, $x=\frac{50}{33}$이다.
$1.\dot{5}\dot{1}\times a=\frac{50}{33}\times a$가 자연수가 되려면 $a=33n$(단, n은 자연수)의 꼴이어야 한다. 따라서 구하는 a의 값이 될 수 있는 수 중 가장 작은 자연수는 33이다.

11 분수 $\frac{1}{22}$을 순환소수로 나타냈을 때, 소수점 아래 22번째 자리의 숫자를 구하시오. 4

풀이 $\frac{1}{22}=0.0454545\cdots$이므로 소수점 아래 짝수 번째 자리의 숫자는 항상 4이다. 따라서 소수점 아래 22번째 자리의 숫자는 4이다.

12 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면? ③, ⑤

① 모든 무한소수는 순환소수이다.
② 모든 무한소수는 유리수이다.
③ 모든 순환소수는 유리수이다.
④ 유한소수로 나타낼 수 있는 기약분수는 분모의 소인수가 2 또는 3뿐이어야 한다.
⑤ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.

풀이 ① 무한소수 중에는 π와 같이 순환소수가 아닌 것도 있다.
② 무한소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
④ 유한소수로 나타낼 수 있는 기약분수는 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다.
따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

스스로 마무리하기

서술형 문제

13 두 분수 $\frac{n}{14}$과 $\frac{n}{75}$을 소수로 나타내면 모두 유한소수가 될 때, n의 값이 될 수 있는 두 자리의 자연수의 개수를 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오. 4

풀이 두 분수의 분모를 각각 소인수분해하면
$\frac{n}{14}=\frac{n}{2\times7}$, $\frac{n}{75}=\frac{n}{3\times5^2}$이다. 이때 두 분수를 모두 유한소수로 나타내려면 각 기약분수의 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이어야 한다. 즉, 분모의 소인수 중 7과 3이 약분되어야 하므로 n은 7과 3의 공배수인 21의 배수이어야 한다. 따라서 n의 값이 될 수 있는 두 자리의 자연수는 21, 42, 63, 84의 4개이다.

채점 기준	배점 비율
(i) 두 분수의 분모를 소인수분해한 경우	20 %
(ii) n의 조건을 구한 경우	50 %
(iii) n의 값이 될 수 있는 수를 모두 구한 경우	30 %

14 어떤 수 a에 $0.\dot{2}$를 곱해야 할 것을 잘못하여 0.2를 곱했더니 올바른 답보다 2만큼 작은 수가 되었다고 할 때, 어떤 수 a의 값을 구하려고 한다. 풀이 과정과 답을 쓰시오. 90

풀이 어떤 수 a에 $0.\dot{2}$를 곱한 수보다 어떤 수 a에 0.2를 곱한 것이 2만큼 더 작은 수이므로 $0.\dot{2}a-0.2a=2$이다.
순환소수를 분수로 고치면 $\frac{2}{9}a-\frac{1}{5}a=2$이고,
이를 풀면 $\frac{1}{45}a=2$, $a=90$이다.

채점 기준	배점 비율
(i) 주어진 상황을 식으로 나타낸 경우	40 %
(ii) 순환소수를 분수로 나타낸 경우	30 %
(iii) a의 값을 구한 경우	30 %

사고력 문제

15 다음 조건을 모두 만족시키는 x에 대한 일차방정식 $18x+1=4a$의 해를 구하시오. $x=\frac{3}{2}$

> (가) a는 10 이하의 자연수이다.
> (나) 일차방정식의 해는 유한소수이다.

풀이 $18x+1=4a$에서 $18x=4a-1$, $x=\frac{4a-1}{18}=\frac{4a-1}{2\times3^2}$이고,
(나)에서 위의 방정식의 해인 $\frac{4a-1}{2\times3^2}$이 유한소수가 되려면 $4a-1$은 9의 배수이어야 한다. 이때 (가)에서 a가 10 이하의 자연수이므로 $4a-1$은 39 이하의 자연수이다.
(i) $4a-1=9$이면 a가 자연수라는 조건을 만족시키지 않는다.
(ii) $4a-1=18$이면 a가 자연수라는 조건을 만족시키지 않는다.
(iii) $4a-1=27$이면 $a=7$이다.
(iv) $4a-1=36$이면 a가 자연수라는 조건을 만족시키지 않는다.
(i)~(iv)에서 $a=7$이고 구하는 해는 $x=\frac{27}{2\times3^2}=\frac{3}{2}$이다.

16 다음 조건을 모두 만족시키는 자연수 a의 값을 구하시오. 60

> (가) 순환소수 $1.\dot{6}$에 자연수 a를 곱하면 어떤 자연수의 제곱이 된다.
> (나) 자연수 a에서 $9\times1.\dot{6}$을 빼면 두 자리의 자연수가 된다.

풀이 (가)에서 $1.\dot{6}\times a=\frac{5}{3}\times a$가 어떤 자연수의 제곱이 되므로
$a=3\times5\times n^2=15n^2$($n$은 자연수)이다.
(나)에서 $a-9\times1.\dot{6}=15n^2-9\times\frac{5}{3}=15(n^2-1)$이 두 자리의 자연수가 되어야 한다.
(i) $n=1$이면 $15\times(1^2-1)=0$
(ii) $n=2$이면 $15\times(2^2-1)=45$
(iii) $n=3$이면 $15\times(3^2-1)=120$이므로
n의 값이 3 이상일 경우, 자연수 a의 값이 두 자리의 자연수가 될 수 없다.
(i)~(iii)에서 $n=2$이고, $a=15\times2^2=60$이다.

https://code.jihak.co.kr/qr/vJm8qJvoqH1go4ve

마무리 평가

자신의 학습 태도를 스스로 점검해 보자.

이 단원을 공부하면서 알게 된 것을 써 보자.	이 단원을 공부하면서 어려웠던 점을 쓰고 복습 계획을 세워 보자.

유리수와 순환소수의 관계를 이용하여 문제를 해결하는 과정과 결과를 반성했다.	
자신의 생각을 수학적으로 표현하고, 다른 사람의 생각을 이해하려고 노력했다.	
이 단원의 학습에 적극적이고 자신감 있게 참여했다.	
수업 준비를 잘하고 수업 시간에 성실하게 참여했다.	

교과서 문제 뛰어넘기

| 정답과 해설 323쪽 |

1 분수 $\dfrac{a}{2^3\times3\times7}$를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\dfrac{1}{b}$이 된다. 이때 자연수 a, b의 합 $a+b$의 최솟값을 구하시오.

2 분수 $\dfrac{5}{7}$를 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 n번째 자리의 숫자를 $f(n)$이라고 하자. 다음 값을 구하시오.

$$f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+\cdots+f(50)$$

3 두 분수 $\dfrac{7\times N}{90}$, $\dfrac{3\times N}{220}$을 소수로 나타내면 모두 유한소수가 된다고 한다. 이를 만족시키는 가장 작은 세 자리의 자연수 N의 값을 구하시오.

4 다음을 계산하여 순환소수로 나타내시오.

$$\frac{0.\dot{1}}{0.1}+\frac{0.\dot{2}}{0.2}+\frac{0.\dot{3}}{0.3}+\frac{0.\dot{4}}{0.4}+\frac{0.\dot{5}}{0.5}$$

실전 대비 문제

01 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 유한소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.

② 모든 순환소수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

③ 순환소수로 나타낼 수 있는 수는 모두 유리수이다.

④ 기약분수는 유한소수나 순환소수로 나타낼 수 있다.

⑤ 기약분수의 분모가 15의 배수이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

02 다음 중 순환마디를 옳게 나타낸 것은?

① $0.7444\cdots \Rightarrow 44$

② $0.636363\cdots \Rightarrow 63$

③ $0.28707070\cdots \Rightarrow 707070$

④ $0.1594594594\cdots \Rightarrow 1594$

⑤ $2.482714827148271\cdots \Rightarrow 248271$

03 다음 중 순환소수의 표현으로 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $1.234123412341\cdots=\dot{1}.23\dot{4}$

② $-0.437437437\cdots=-0.\dot{4}\dot{3}\dot{7}$

③ $0.404040\cdots=0.\dot{4}\dot{0}$

④ $2.415415415\cdots=2.\dot{4}1\dot{5}$

⑤ $0.3656565\cdots=0.36\dot{5}\dot{6}$

04 다음 중 순환소수 $x=1.3222\cdots$에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 순환마디는 32이다.

② x를 $1.3\dot{2}\dot{2}$로 나타낼 수 있다.

③ 10의 거듭제곱을 이용해 변끼리 빼어 계산하면 x는 $\frac{13}{9}$이다.

④ x는 유리수이다.

⑤ $100x-x$의 값은 정수이다.

05 다음 보기 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. $\frac{5}{45}$　　ㄴ. $\frac{14}{35}$

ㄷ. $\frac{63}{2\times3^2\times7}$　　ㄹ. $\frac{84}{2^3\times3\times7^2}$

ㅁ. $\frac{121}{2^2\times5\times11}$　　ㅂ. $\frac{30}{2^4\times3\times5}$

06 다음은 순환소수 $0.1\dot{2}\dot{3}$을 분수로 나타내는 과정이다. $A\sim E$ 안에 알맞은 수로 옳지 않은 것은?

$x=0.1232323\cdots$ ...... ①

①의 양변에 $\boxed{A}$을 곱하면

$\boxed{A}x=1.232323\cdots$ ...... ②

①의 양변에 $\boxed{B}$을 곱하면

$\boxed{B}x=123.232323\cdots$ ...... ③

③에서 ②를 변끼리 빼면

$\boxed{C}x=\boxed{D}$, $x=\boxed{E}$

따라서 $0.1\dot{2}\dot{3}=\boxed{E}$이다.

① $A=10$　② $B=100$　③ $C=990$

④ $D=122$　⑤ $E=\frac{61}{495}$

07 분수 $\frac{11}{280}\times n$을 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 이때 가장 작은 자연수 n의 값은?

① 2 ② 5 ③ 7
④ 11 ⑤ 14

08 다음 중 옳은 것은?

① $0.8\dot{3}=\frac{83}{90}$ ② $1.\dot{3}=\frac{13}{9}$
③ $0.\dot{6}2\dot{1}=\frac{23}{37}$ ④ $6.0\dot{7}=\frac{60}{9}$
⑤ $0.3=\frac{1}{3}$

09 $0.\dot{6}=\frac{a}{3}$, $0.\dot{1}=\frac{1}{b}$이라고 할 때, $a+b$의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

10 다음 순환소수를 x라 하고 분수로 나타낼 때, 사용할 수 있는 식을 찾아 각각 연결하시오.

(1) $0.\dot{5}\dot{3}$ • • ㄱ. $1000x-x$
(2) $0.\dot{7}1\dot{3}$ • • ㄴ. $100x-10x$
(3) $4.1\dot{5}$ • • ㄷ. $100x-x$

11 어떤 수 A에 $0.\dot{3}$을 곱해야 할 것을 잘못하여 0.3을 곱하였더니 바르게 계산한 것보다 0.03만큼 작게 나왔다. 이때 A의 값은?

① 0.3 ② 0.5 ③ 0.6
④ 0.9 ⑤ $1.\dot{3}$

12 $\frac{8}{13}$의 소수점 아래 99번째 자리의 숫자를 구하시오.

13 분수 $\frac{5}{13}$를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 첫째 자리의 숫자부터 20번째 자리의 숫자까지의 합을 구하시오.

14 분수 $\frac{4}{7}$를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100번째 자리까지의 숫자 중 1이 나오는 횟수는?

① 16회 ② 17회 ③ 18회
④ 19회 ⑤ 20회

15 두 분수 $\frac{1}{5}$과 $\frac{2}{3}$ 사이의 정수가 아닌 유리수 중 분모가 15이고, 유한소수로 나타낼 수 있는 모든 분수의 개수는?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

16 다음 보기 중에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르시오.

보기

ㄱ. 순환소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
ㄴ. 순환소수 중에는 분모, 분자가 정수인(분모가 0이 아닌) 분수로 나타낼 수 없는 것도 있다.
ㄷ. 유리수끼리 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈(0으로 나누는 것은 제외)을 하면 그 결과는 유리수이다.
ㄹ. 모든 유리수는 유한소수로 나타낼 수 있다.
ㅁ. 유리수 중에서 정수 또는 유한소수로 나타낼 수 없는 것은 모두 순환소수로 나타낼 수 있다.

17 순환소수 $0.2\dot{3}$에 어떤 자연수를 곱하여 유한소수가 되게 하려고 한다. 어떤 자연수가 될 수 <u>없는</u> 수는?

① 2　② 3　③ 9　④ 12　⑤ 18

18 x에 대한 일차방정식 $28x-2=5a$의 해를 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때 가장 작은 자연수 a의 값을 구하시오.

19 $0.1\dot{6}$과 0.6 사이의 분수 중에서 분모가 30이고 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 모두 몇 개인가?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

20 어떤 기약분수를 순환소수로 나타내는데 서진이는 분모를 잘못 보아서 $0.8\dot{3}$이 되었고, 훈식이는 분자를 잘못 보아서 $0.3\dot{8}$이 되었다. 처음 기약분수를 소수로 나타내시오.

서술형 문제

21 두 분수 $\frac{9}{280}$, $\frac{7}{352}$에 어떤 자연수 a를 곱하여 소수로 나타내면 두 수 모두 유한소수가 될 때, 이를 만족시키는 a의 값 중 가장 작은 수를 구하시오.

22 두 분수 $\frac{17}{204}$과 $\frac{7}{110}$에 어떤 자연수 N을 곱하면 두 분수 모두 유한소수로 나타낼 수 있다고 할 때, 100보다 작은 자연수 N의 값을 모두 구하시오.

23 순환소수 $1.8\dot{3}$에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱해야 할 가장 작은 자연수를 구하시오.

24 분수 $\frac{45}{37}$를 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 30번째 자리의 숫자를 a, 순환소수 $0.00\dot{2}34812\dot{7}$의 소수점 아래 32번째 자리의 숫자를 b라고 하자. 이때 $a+b$의 값을 구하시오.

25 두 분수 $\frac{32}{120}$, $\frac{9}{2^3\times3\times5^2\times7}$에 어떤 자연수 x를 곱하면 모두 유한소수로 나타낼 수 있다. 이를 만족시키는 두 자리의 자연수 x를 모두 구하시오.

실전 테스트 1회

Ⅰ. 유리수와 순환소수 ~ Ⅲ. 일차부등식

| 정답과 해설 351쪽 |

01 다음 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것은?

① $\frac{5}{7}$ ② $\frac{26}{18}$ ③ $\frac{20}{9}$

④ $\frac{7}{13}$ ⑤ $\frac{9}{2\times5\times3}$

02 다음 중 순환소수의 표현이 옳은 것은?

① $0.352352352\cdots=0.\dot{3}5\dot{2}$

② $0.1333\cdots=0.1\dot{3}\dot{3}$

③ $0.321321321\cdots=0.32\dot{1}$

④ $0.030303\cdots=0.0\dot{3}$

⑤ $1.432143214321\cdots=1.\dot{4}\dot{3}\dot{2}\dot{1}$

03 다음 중 보기에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

보기

ㄱ. $\frac{6}{9}$ ㄴ. $\frac{21}{2^3\times3\times5^2}$

ㄷ. $0.6\dot{5}$ ㄹ. 3.141592

ㅁ. $\pi+1$

ㅂ. $0.313311333111333311111\cdots$

① ㄱ은 순환소수이다.

② ㄴ은 유한소수로 나타낼 수 있다.

③ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ은 유리수이다.

④ ㅁ은 순환소수가 아닌 무한소수이다.

⑤ ㅂ은 순환소수이다.

04 다음 중 유한소수로 나타낼 수 <u>없는</u> 것은?

① $\frac{9}{30}$ ② $\frac{14}{35}$

③ $\frac{12}{48}$ ④ $\frac{6}{2^2\times3\times5\times7}$

⑤ $\frac{45}{2^2\times3\times5^2}$

05 다음은 순환소수 $1.2\dot{7}\dot{3}$을 분수로 나타내는 과정이다. ㉠~㉤에 들어갈 수로 알맞은 것은?

$1.2\dot{7}\dot{3}$을 x라고 하면

$x=1.2737373\cdots$ …… ①

①의 양변에 $\boxed{㉠}$, $\boxed{㉡}$을 각각 곱하면

$\boxed{㉠}x=1273.737373\cdots$ …… ②

$\boxed{㉡}x=12.737373\cdots$ …… ③

②에서 ③을 변끼리 빼면

$\boxed{㉢}x=\boxed{㉣}$, $x=\frac{\boxed{㉣}}{\boxed{㉢}}$

이다. 따라서 $1.2\dot{7}\dot{3}=\boxed{㉤}$이다.

① ㉠: 100 ② ㉡: 10 ③ ㉢: 90

④ ㉣: 1146 ⑤ ㉤: $\frac{1261}{90}$

06 어떤 기약분수를 순환소수로 나타내는데 슬기는 분모를 잘못 보아 $1.2\dot{5}$로 나타냈고, 동수는 분자를 잘못 보아 $0.\dot{1}\dot{5}$로 나타냈다. 처음의 기약분수를 소수로 바르게 나타내시오. (단, 잘못 본 분수도 기약분수이다.)

07 분수 $\frac{a}{140}$를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{13}{b}$이 된다. a, b가 100 이하의 자연수일 때, $a+b$의 값을 구하시오.

08 다음 중 옳은 것은?

① $a^2\times a^3=a^6$
② $a^7\div a^2=a^5$
③ $y^2\div y^2=0$
④ $(a^2)^4=a^6$
⑤ $(ab)^3=ab^3$

09 다음 중 옳은 것은?

① $x^2+x^3=x^5$
② $a^2\times a^4=a^8$
③ $x^4\times y^3\times x=x^4\times y^3$
④ $\left(\frac{a^3}{b^2}\right)^4=\frac{a^{12}}{b^8}$ (단, $b\neq0$)
⑤ $\left(-\frac{y}{x^2}\right)^3=\frac{y^3}{x^6}$ (단, $x\neq0$)

10 $(x^2y^a)^4=x^by^{12}$일 때, 자연수 a, b의 값을 각각 구하시오.

11 $(2x^2+5x-10)-(-5x^2+x-2)$를 간단히 하였을 때, 각 항의 계수와 상수항의 합을 구하시오.

12 $(ax^2-4xy+b)\times(-2x)=-4x^3+cx^2y-16x$일 때, 세 상수 a, b, c에 대하여 $a+b+c$의 값을 구하시오.

13 $50^{30}\times4^{16}\times7$은 m자리의 수이고, 각 자리의 숫자의 합은 n이다. 이때 $m-3n$의 값을 구하시오.

14 다음 보기 중 일차부등식을 모두 고르면?

보기

ㄱ. $\frac{5}{x}+2=0$

ㄴ. $-x+1<3-2x$

ㄷ. $x^2-x-1<0$

ㄹ. $2(x-3)\le 1+2x$

ㅁ. $y-1<2y$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄴ, ㅁ

④ ㄷ, ㅁ ⑤ ㄴ, ㄹ, ㅁ

15 $a>b$일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $3a+1>3b+1$

② $\frac{a-1}{3}>\frac{b-1}{3}$

③ $\frac{a}{3}-1<\frac{b}{3}-1$

④ $-\frac{a}{3}-1<-\frac{b}{3}-1$

⑤ $-3a+1>-3b+1$

16 다음 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내시오.

(1) $x-1>-2$

(2) $x+14\ge -4x-1$

17 x가 자연수일 때, 부등식 $7+3x\le x+15$를 만족시키는 x의 값이 아닌 것은?

① 1 ② 2 ③ 3

④ 4 ⑤ 5

18 두 일차부등식 $x-2>2a$, $\frac{1}{2}x-1>\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}$의 해가 서로 같을 때, 상수 a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3

④ 4 ⑤ 5

19 민정이는 두 번의 수학 시험에서 83점과 78점을 받았다. 다음 수학 시험에서 몇 점 이상을 받아야 수학 점수의 평균이 85점 이상이 되겠는가?

① 88점 ② 91점

③ 92점 ④ 94점

⑤ 95점

실전 테스트 1회

[20~24] 다음 문제를 읽고, 식과 답을 서술하시오.

20 분수 $\dfrac{10}{27}$을 순환소수로 나타냈을 때, 소수점 아래 37번째 자리의 숫자를 구하시오.

21 다음은 서하와 한준이의 대화이다. 물음에 답하시오.

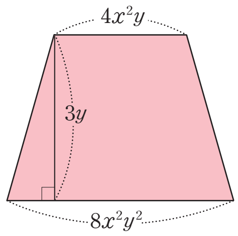
> 한준: 서하야, 기약분수를 소수로 나타내는 문제 잘 풀었어?
> 서하: 나는 분모를 잘못 봐서 $0.1\dot{8}$이 나왔어.
> 한준: 나는 분자를 잘못 봐서 $0.\dot{8}\dot{1}$이 나왔는데!
> 서하: 과연 처음 기약분수는 무엇이었을까?

(1) 서하와 한준이가 잘못 본 기약분수를 각각 구하시오.

(2) 처음에 주어진 기약분수를 소수로 나타내시오.

22 지구와 태양 사이의 거리는 약 1.6×10^8 km이고, 태양의 빛은 1초에 3.2×10^5 km를 간다고 할 때, 지구에서 사람이 보는 태양의 빛은 몇 초 전에 태양을 출발한 것이라고 할 수 있는지 구하시오.

23 다음 그림과 같이 윗변의 길이가 $4x^2y$, 아랫변의 길이가 $8x^2y^2$, 높이가 $3y$인 사다리꼴의 넓이를 구하시오.



24 현재 언니의 통장에는 60000원, 동생의 통장에는 40000원이 예금되어 있다. 다음 달부터 매달 언니는 5000원씩, 동생은 7000원씩 예금할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) x개월 후 동생이 예금한 돈이 언니가 예금한 돈보다 많아진다고 할 때, 이를 부등식으로 나타내시오.

(2) 몇 개월 후부터 동생이 예금한 돈이 언니가 예금한 돈보다 많아지는지 구하시오.