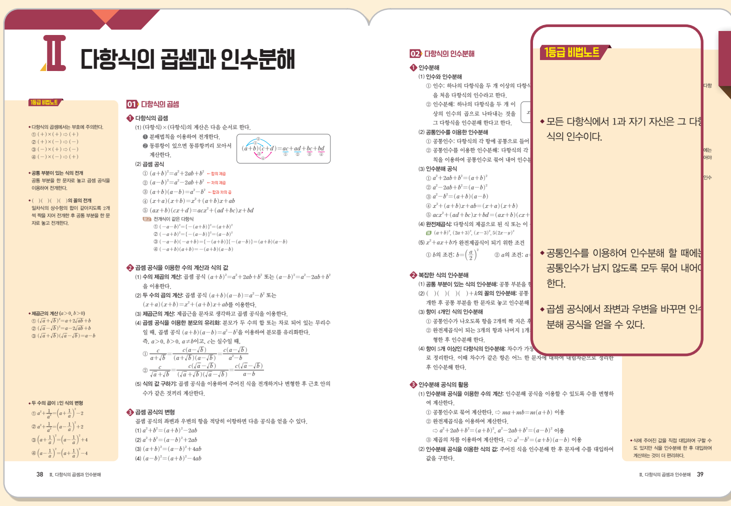
최고난도

중학수학 3-1

이 책의

구성과 특징



대단원 개념 정리

단원 핵심 내용 정리와 1등급 비법노트

대단원별 알아야 할 핵심 개념을 담았습니다. 또, 개념을 더 쉽게 이해할 수 있도록 예, 참고 등을 수록하여 정리하였습니다.

1등급 비법노트

새로 학습하는 개념과 연결되는 반드시 기억해야 할 내용과 문제를 풀 때 도움이 되는 실전 tip을 구조화하여 제공하였습니다.

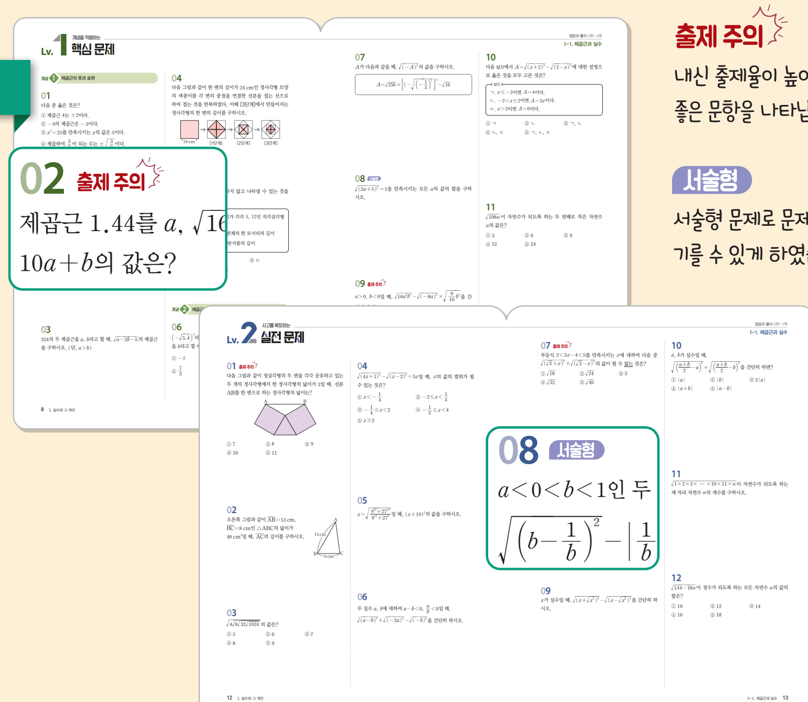
핵심 문제와 실전 문제

Lv. 1

중단원별 개념을 적용하여 내신 유형 학습에 적합한 핵심 문제를 담았습니다.

Lv. 2

중단원별 변별력과 사고력을 길러 주는 엄선된 문제를 담았습니다.



출제 주의

내신 출제율이 높아 한 번 더 풀어보면 좋은 문항을 나타냅니다.

서술형

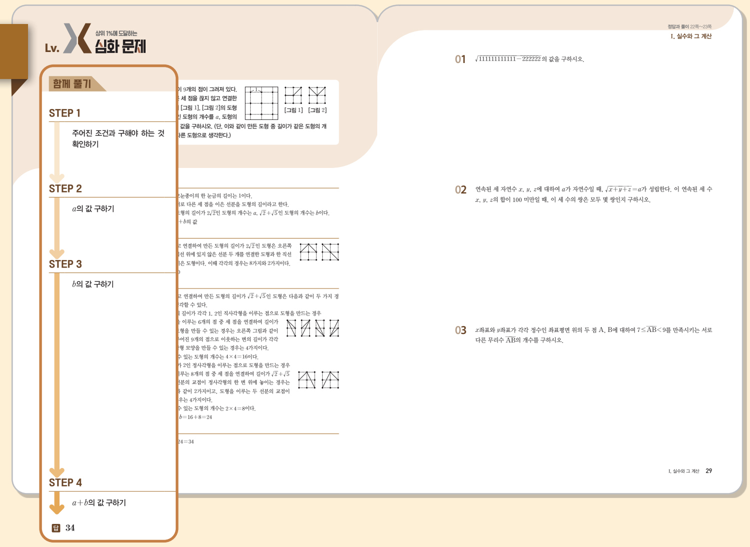
서술형 문제로 문제해결력을 기를 수 있게 하였습니다.

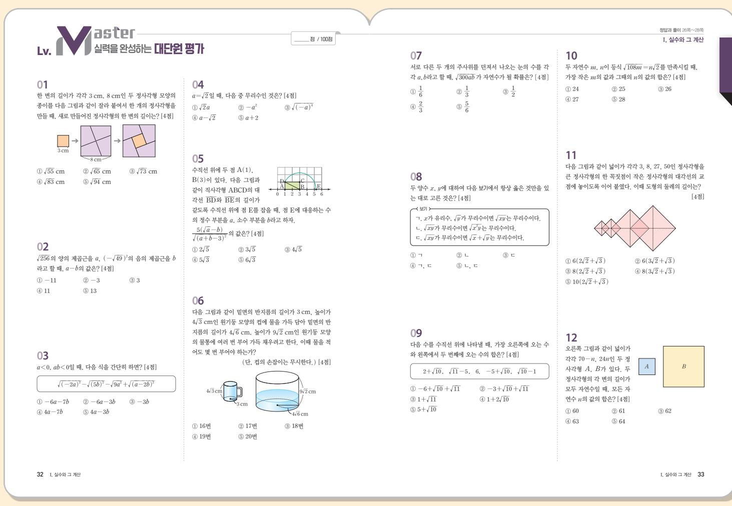
최상위권을 위한 심화 문제

대단원별 문제해결력과 응용력을 기를 수 있는 고난도 문제를 담았습니다.
또, 이전에 배운 개념과 여러 가지 수학적 개념이 포함된 복합 유형 문제로 구성하여 종합적 사고력을 기를 수 있습니다.

함께 풀기

이 단원의 대표적인 고난도 문제를 함께 차근차근 풀어보며 문제 해결을 위한 접근 방법을 익힐 수 있습니다.



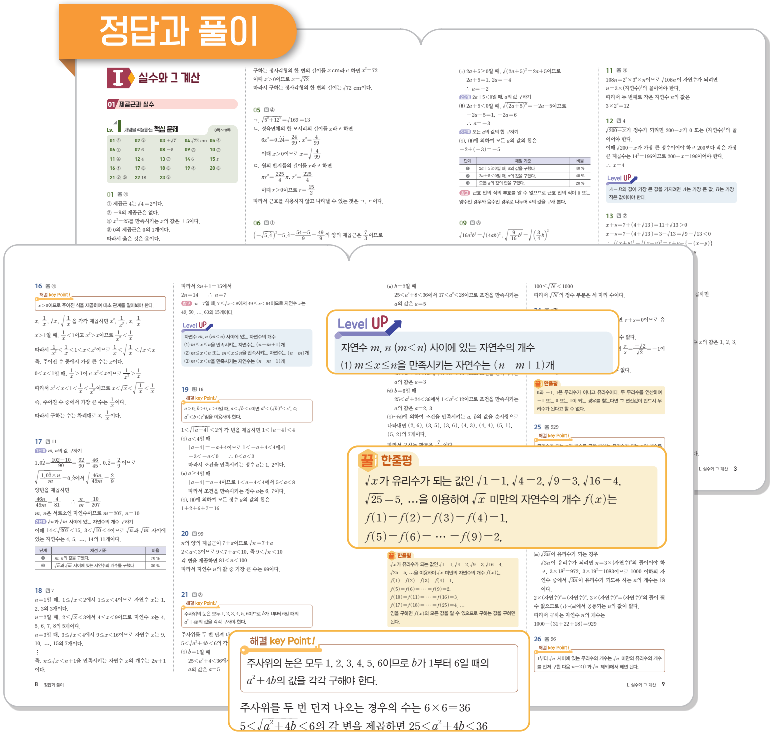


시험 대비 평가 문제

최종 점검을 위한 마무리 평가 문제

실력을 확인하고 완성할 수 있도록 수준 높은 문제로 대단원별 마무리 평가 문제를 담았습니다. 학교 시험과 유사하게 객관식, 주관식, 서술형 문제와 더불어 배점이 높은 변별력 있는 문제까지 담았습니다.

정답과 풀이



읽기만 해도 이해할 수 있는 쉽고 자세한 풀이를 제시하였습니다. 또, 참고와 다른 풀이를 담아 풀이 방법을 점검하고 사고력을 기를 수 있도록 하였으며, 서술형 문제에 대한 단계별 풀이와 채점표를 담았습니다.

해결 key Point!

문제 풀이의 접근법을 제시하여 스스로 해결할 수 있도록 실마리를 제공하였습니다.

Level UP

풀이 과정 중 필요한 첨삭이나 사고력 향상에 도움이 되는 개념을 담았습니다.

꿀 한줄평

문제를 풀 때 유의해야 할 핵심 내용을 수록하여 문제의 중요한 부분을 짚어주었습니다.

이 책의

차례

Ⅰ

실수와 그 계산

I 실수와 그 계산

01 제곱근과 실수

❶ 제곱근의 뜻과 표현

(1) **제곱근:** 어떤 수 x를 제곱하여 a가 될 때, 즉 $x^2=a$일 때, x를 a의 제곱근이라고 한다.

(2) **제곱근의 개수**

① 양수의 제곱근은 양수와 음수 2개가 있고, 그 절댓값은 서로 같다.

② 음수의 제곱근은 없고, 0의 제곱근은 0의 1개이다.

(3) **제곱근의 표현**

① 제곱근은 기호 $\sqrt{}$ (근호)를 사용하여 나타내고, 이것을 '제곱근' 또는 '루트'라고 읽는다.

② 양수 a의 제곱근 중 양수인 것을 양의 제곱근, 음수인 것을 음의 제곱근이라 하고, 양의 제곱근은 $\sqrt{a}$, 음의 제곱근은 $-\sqrt{a}$로 나타낸다.

❷ 제곱근의 성질

(1) **제곱근의 성질:** $a>0$일 때

① $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$ → a의 제곱근 $\sqrt{a}$와 $-\sqrt{a}$는 제곱하면 a가 된다.

② $\sqrt{a^2}=a$, $\sqrt{(-a)^2}=a$ → 근호 안의 수가 어떤 수의 제곱이면 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있다.

(2) **$\sqrt{a^2}$의 성질:** $\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a & (a\ge 0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$

❸ 제곱근의 대소 관계

$a>0$, $b>0$일 때

(1) $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$　　(2) $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이면 $a<b$　　(3) $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이면 $-\sqrt{a}>-\sqrt{b}$

❹ 무리수와 실수

(1) **무리수:** 유리수가 아닌 수, 즉 순환소수가 아닌 무한소수로 나타내어지는 수

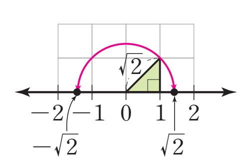
(2) **실수:** 유리수와 무리수를 통틀어 실수라고 한다.

(3) **실수의 분류:** 실수 $\begin{cases} \text{유리수} \begin{cases} \text{정수} \begin{cases} \text{양의 정수 (자연수)}: 1,\ 2,\ 3,\ \cdots \\ 0 \\ \text{음의 정수}: -1,\ -2,\ -3,\ \cdots \end{cases} \\ \text{정수가 아닌 유리수}: \underbrace{0.5,\ -1.3,\ \frac{7}{3},\ \cdots}_{\text{유한소수, 순환소수}} \end{cases} \\ \text{무리수}: \underbrace{\sqrt{3},\ \pi,\ -\sqrt{7},\ \cdots}_{\text{순환소수가 아닌 무한소수}} \end{cases}$

❺ 실수와 수직선

(1) **무리수를 수직선 위에 나타내기:** 직각삼각형의 빗변의 길이를 이용하면 무리수를 수직선 위에 나타낼 수 있다.

예 $-\sqrt{2}$와 $\sqrt{2}$를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



(2) **실수의 대소 관계**

① 수직선 위에서 오른쪽에 있는 수가 왼쪽에 있는 수보다 크다.

② 양수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 크고 음수끼리는 절댓값이 큰 수가 더 작다.

1등급 비법노트

◆ 제곱근의 개수

수	제곱근의 개수
양수	2
0	1
음수	0

◆ a의 제곱근과 제곱근 a (단, $a>0$)

a의 제곱근	제곱근 a
제곱하여 a가 되는 수	a의 양의 제곱근
$\sqrt{a}$, $-\sqrt{a}$	$\sqrt{a}$

→ 한꺼번에 $\pm\sqrt{a}$로 나타내기도 한다.

◆ (1) $a\ge b$이면 $a-b\ge 0$이므로
$\sqrt{(a-b)^2}=a-b$
(2) $a<b$이면 $a-b<0$이므로
$\sqrt{a-b}=-(a-b)$

◆ a와 $\sqrt{b}$의 대소 비교
$a>0$, $b>0$일 때, a와 $\sqrt{b}$의 대소를 비교하려면 $a=\sqrt{a^2}$이므로 $\sqrt{a^2}$과 $\sqrt{b}$의 대소를 비교한다.

◆ 근호를 사용하여 나타낸 수라도 근호를 없앨 수 있는 수는 유리수이다.

◆ 모든 실수는 각각 수직선 위의 한 점에 대응하고, 또 수직선 위의 한 점에는 한 실수가 반드시 대응한다.
즉, 유리수와 무리수에 대응하는 점들로 수직선을 완전히 메울 수 있다.

◆ 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.

02 근호를 포함한 식의 계산

1 제곱근의 곱셈과 나눗셈

(1) **제곱근의 곱셈:** $a>0$, $b>0$이고 m, n이 유리수일 때

① $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$　　② $m\sqrt{a}\times n\sqrt{b}=mn\sqrt{ab}$

(2) **제곱근의 나눗셈:** $a>0$, $b>0$이고 m, n이 유리수일 때

① $\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$　　② $m\sqrt{a}\div n\sqrt{b}=\dfrac{m}{n}\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ (단, $n\neq0$)

(3) **근호가 있는 식의 변형:** $a>0$, $b>0$일 때

① $\sqrt{a^2b}=\sqrt{a^2}\sqrt{b}=a\sqrt{b}$　　② $\sqrt{\dfrac{a}{b^2}}=\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b^2}}=\dfrac{\sqrt{a}}{b}$

2 분모의 유리화

(1) **분모의 유리화:** 분수의 분모가 근호를 포함한 무리수일 때, 분모와 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하여 분모를 유리수로 고치는 것

(2) **분모를 유리화하는 방법:** $a>0$, $b>0$일 때, $\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}=\dfrac{\sqrt{b}\times\sqrt{a}}{\sqrt{a}\times\sqrt{a}}=\dfrac{\sqrt{ab}}{a}$

3 제곱근표

(1) **제곱근표:** 1.00부터 99.99까지의 수의 양의 제곱근의 값을 반올림하여 소수점 아래 셋째 자리까지 나타낸 표

(2) **제곱근표를 읽는 방법:** 처음 두 자리 수의 가로줄과 끝자리 수의 세로줄이 만나는 곳에 적힌 수를 읽는다.

수	0	1	2
1.0	1.000	1.005	1.010
1.1	1.049	1.054	1.058
1.2	1.095	1.100	1.105

(3) **제곱근표에 없는 제곱근의 값 구하기**

① 100보다 큰 수의 제곱근의 값: $\sqrt{100a}=10\sqrt{a}$, $\sqrt{10000a}=100\sqrt{a}$, …의 꼴로 고친 후 구한다.

② 0보다 크고 1보다 작은 수의 제곱근의 값: $\sqrt{\dfrac{a}{100}}=\dfrac{\sqrt{a}}{10}$, $\sqrt{\dfrac{a}{10000}}=\dfrac{\sqrt{a}}{100}$, … 의 꼴로 고친 후 구한다.

4 제곱근의 덧셈과 뺄셈

l, m, n이 유리수이고 $\sqrt{a}$는 무리수일 때

(1) $m\sqrt{a}+n\sqrt{a}=(m+n)\sqrt{a}$　　(2) $m\sqrt{a}-n\sqrt{a}=(m-n)\sqrt{a}$

5 근호를 포함한 복잡한 식의 계산

(1) **분배법칙을 이용한 식의 계산:** $a>0$, $b>0$, $c>0$일 때

① $\sqrt{a}(\sqrt{b}\pm\sqrt{c})=\sqrt{ab}\pm\sqrt{ac}$ (복호동순)

② $(\sqrt{a}\pm\sqrt{b})\sqrt{c}=\sqrt{ac}\pm\sqrt{bc}$ (복호동순)

(2) **분모의 유리화를 이용한 식의 계산:** $a>0$, $b>0$, $c>0$일 때

$$\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{c}}=\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})\times\sqrt{c}}{\sqrt{c}\times\sqrt{c}}=\frac{\sqrt{ac}+\sqrt{bc}}{c}$$

(3) **근호를 포함한 복잡한 식의 계산**

❶ 괄호가 있으면 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.

❷ $\sqrt{a^2b}\ (a>0,\ b>0)$의 꼴이 있으면 $a\sqrt{b}$의 꼴로 변형한다.

❸ 분모에 근호를 포함한 무리수가 있으면 분모를 유리화한다.

❹ 곱셈, 나눗셈을 먼저 계산한 후 덧셈, 뺄셈을 계산한다.

1등급 비법노트

- $a>0$, $b>0$, $c>0$일 때 $\sqrt{a}\sqrt{b}\sqrt{c}=\sqrt{abc}$
- $a\sqrt{b}$의 꼴로 나타낼 때, 보통 근호 안의 수는 가장 작은 자연수가 되도록 한다.
- $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$임을 이용하여 제곱인 인수를 근호 밖으로 꺼낸 후 분모를 유리화한다.
- 제곱근표에 있는 제곱근의 값은 대부분 반올림한 값이지만 등호를 사용하여 나타낸다.
- $a>0$, $b>0$, $a\neq b$일 때
  (1) $\sqrt{a}+\sqrt{b}\neq\sqrt{a+b}$
  (2) $\sqrt{a}-\sqrt{b}\neq\sqrt{a-b}$
- $\sqrt{a^2b}$의 꼴이 포함된 경우는 $a\sqrt{b}$의 꼴로 변형한 후 계산한다.
- a, b, c가 유리수이고 $\sqrt{m}$이 무리수일 때
  (1) $a+b\sqrt{m}=c$이면 $a=c$, $b=m$
  (2) $a+b\sqrt{m}=c\sqrt{m}$이면 $a=0$, $b=c$
- **분배법칙**
  (1) $a(b+c)=ab+ac$
  (2) $(a+b)c=ac+bc$

개념을 적용하는

Lv. 1 핵심 문제

개념 1 제곱근의 뜻과 표현

01

다음 중 옳은 것은?

① 제곱근 4는 ± 2이다.

② -9의 제곱근은 -3이다.

③ $x^2=25$를 만족시키는 x의 값은 5이다.

④ 제곱하여 $\frac{3}{7}$이 되는 수는 $\pm\sqrt{\frac{3}{7}}$이다.

⑤ 음수가 아닌 수의 제곱근은 2개이고, 두 제곱근의 합은 0이다.

02 출제 주의

제곱근 1.44를 a, $\sqrt{16}$의 음의 제곱근을 b라고 할 때, $10a+b$의 값은?

① 6　② 8　③ 10

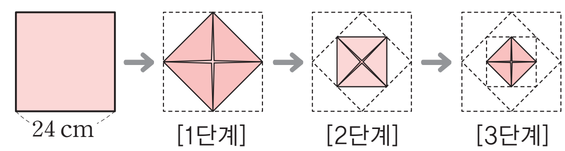
④ 12　⑤ 14

03

324의 두 제곱근을 a, b라고 할 때, $\sqrt{a-2b-5}$의 제곱근을 구하시오. (단, $a>b$)

04

다음 그림과 같이 한 변의 길이가 24 cm인 정사각형 모양의 색종이를 각 변의 중점을 연결한 선분을 접는 선으로 하여 접는 것을 반복하였다. 이때 [3단계]에서 만들어지는 정사각형의 한 변의 길이를 구하시오.



05

다음 보기에서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것을 모두 고른 것은?

〈 보기 〉

ㄱ. 직각을 낀 두 변의 길이가 각각 5, 12인 직각삼각형의 빗변의 길이

ㄴ. 겉넓이가 $0.\dot{2}\dot{4}$인 정육면체의 한 모서리의 길이

ㄷ. 넓이가 $\frac{225}{4}\pi$인 원의 반지름의 길이

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ

④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄴ, ㄷ

개념 2 제곱근의 성질

06

$\left(-\sqrt{5.\dot{4}}\right)^2$의 양의 제곱근을 a, $\sqrt{(-9)^2}$의 음의 제곱근을 b라고 할 때, ab의 값은?

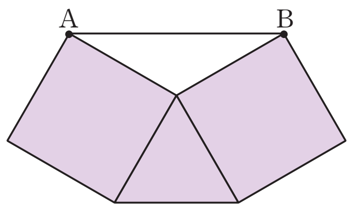
① -7　② $-\frac{2}{3}$　③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{7}{3}$　⑤ 7

사고를 확장하는
Lv. 2 실전 문제

01 출제 주의

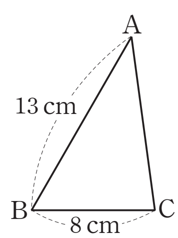
다음 그림과 같이 정삼각형의 두 변을 각각 공유하고 있는 두 개의 정사각형에서 한 정사각형의 넓이가 3일 때, 선분 AB를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는?



① 7　　② 8　　③ 9
④ 10　　⑤ 11

02

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=13\text{ cm}$, $\overline{BC}=8\text{ cm}$인 $\triangle ABC$의 넓이가 48 cm^2일 때, $\overline{AC}$의 길이를 구하시오.



03

$\sqrt{4\sqrt{8\sqrt{32\sqrt{1024}}}}$ 의 값은?

① 5　　② 6　　③ 7
④ 8　　⑤ 9

04

$\sqrt{(4x+1)^2}-\sqrt{(x-2)^2}=5x$일 때, x의 값의 범위가 될 수 있는 것은?

① $x<-\frac{1}{4}$　　② $-2\le x<\frac{1}{4}$
③ $-\frac{1}{4}\le x<2$　　④ $-\frac{1}{2}\le x<4$
⑤ $x\ge 2$

05

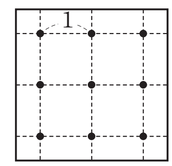
$x=\sqrt{\frac{9^{10}+27^{10}}{9^{11}+27^{4}}}$ 일 때, $(x+19)^2$의 값을 구하시오.

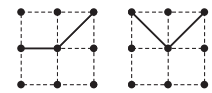
06

두 실수 a, b에 대하여 $a-b<0$, $\frac{a}{b}<0$일 때,
$\sqrt{(a-b)^2}+\sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{(-b)^2}$을 간단히 하시오.

Lv. X 상위 1%에 도달하는 **심화 문제**

대표 문제





[그림 1] [그림 2]

한 눈금의 길이가 1인 모눈종이 위에 오른쪽 그림과 같이 9개의 점이 그려져 있다. 이 점들을 선분으로 연결하여 도형을 만들 때, 서로 다른 세 점을 끊지 않고 연결한 두 선분의 길이의 합을 도형의 길이라고 하자. 예를 들어 [그림 1], [그림 2]의 도형의 길이는 각각 $1+\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$이다. 도형의 길이가 $2\sqrt{2}$인 도형의 개수를 a, 도형의 길이가 $\sqrt{2}+\sqrt{5}$인 도형의 개수를 b라고 할 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, 이와 같이 만든 도형 중 길이가 같은 도형의 개수를 셀 때, 도형의 모양이 같아도 위치가 다르면 서로 다른 도형으로 생각한다.)

함께 풀기

STEP 1

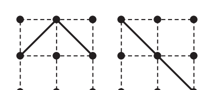
주어진 조건과 구해야 하는 것 확인하기

주어진 조건: ① 모눈종이의 한 눈금의 길이는 1이다.
② 서로 다른 세 점을 이은 선분을 도형의 길이라고 한다.
③ 도형의 길이가 $2\sqrt{2}$인 도형의 개수는 a, $\sqrt{2}+\sqrt{5}$인 도형의 개수는 b이다.

구해야 하는 것: $a+b$의 값

STEP 2

a의 값 구하기



세 점을 끊지 않고 연결하여 만든 도형의 길이가 $2\sqrt{2}$인 도형은 오른쪽 그림과 같이 한 직선 위에 있지 않은 선분 두 개를 연결한 도형과 한 직선 위의 두 선분을 이은 도형이다. 이때 각각의 경우는 8가지와 2가지이다.

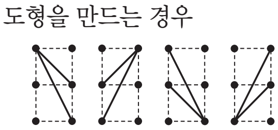
$\therefore\ a=8+2=10$

STEP 3

b의 값 구하기

세 점을 끊지 않고 연결하여 만든 도형의 길이가 $\sqrt{2}+\sqrt{5}$인 도형은 다음과 같이 두 가지 경우로 나누어서 생각할 수 있다.

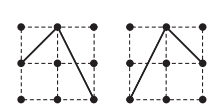
(ⅰ) 이웃하는 변의 길이가 각각 1, 2인 직사각형을 이루는 점으로 도형을 만드는 경우



한 직사각형을 이루는 6개의 점 중 세 점을 연결하여 길이가 $\sqrt{2}+\sqrt{5}$인 도형을 만들 수 있는 경우는 오른쪽 그림과 같이 4가지이고, 주어진 9개의 점으로 이웃하는 변의 길이가 각각 1, 2인 직사각형 모양을 만들 수 있는 경우는 4가지이다.

따라서 만들 수 있는 도형의 개수는 $4\times4=16$이다.

(ⅱ) 한 변의 길이가 2인 정사각형을 이루는 점으로 도형을 만드는 경우



정사각형을 이루는 8개의 점 중 세 점을 연결하여 길이가 $\sqrt{2}+\sqrt{5}$인 도형 중 선분의 교점이 정사각형의 한 변 위에 놓이는 경우는 오른쪽 그림과 같이 2가지이고, 도형을 이루는 두 선분의 교점이 될 수 있는 경우는 4가지이다.

따라서 만들 수 있는 도형의 개수는 $2\times4=8$이다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $b=16+8=24$

STEP 4

$a+b$의 값 구하기

$\therefore\ a+b=10+24=34$

답 34

01 $\sqrt{111111111111-222222}$의 값을 구하시오.

02 연속된 세 자연수 x, y, z에 대하여 a가 자연수일 때, $\sqrt{x+y+z}=a$가 성립한다. 이 연속된 세 수 x, y, z의 합이 100 미만일 때, 이 세 수의 쌍은 모두 몇 쌍인지 구하시오.

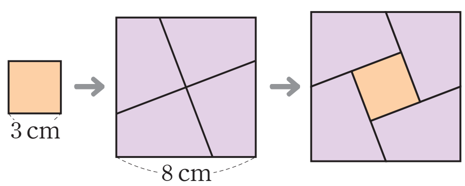
03 x좌표와 y좌표가 각각 정수인 좌표평면 위의 두 점 A, B에 대하여 $7\le\overline{\mathrm{AB}}<9$를 만족시키는 서로 다른 무리수 $\overline{\mathrm{AB}}$의 개수를 구하시오.

Lv. Master 실력을 완성하는 대단원 평가

______ 점 / 100점

01

한 변의 길이가 각각 3 cm, 8 cm인 두 정사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 잘라 붙여서 한 개의 정사각형을 만들 때, 새로 만들어진 정사각형의 한 변의 길이는? [4점]



① $\sqrt{55}$ cm ② $\sqrt{65}$ cm ③ $\sqrt{73}$ cm
④ $\sqrt{83}$ cm ⑤ $\sqrt{94}$ cm

02

$\sqrt{256}$의 양의 제곱근을 a, $(-\sqrt{49})^2$의 음의 제곱근을 b라고 할 때, $a-b$의 값은? [4점]

① -11 ② -3 ③ 3
④ 11 ⑤ 13

03

$a<0$, $ab<0$일 때, 다음 식을 간단히 하면? [4점]

$$\sqrt{(-2a)^2}-\sqrt{(5b)^2}-\sqrt{9a^2}+\sqrt{(a-2b)^2}$$

① $-6a-7b$ ② $-6a-3b$ ③ $-3b$
④ $4a-7b$ ⑤ $4a-3b$

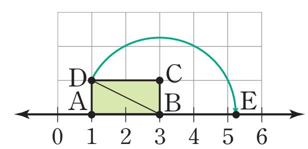
04

$a=\sqrt{2}$일 때, 다음 중 무리수인 것은? [4점]

① $\sqrt{2}a$ ② $-a^2$ ③ $\sqrt{(-a)^4}$
④ $a-\sqrt{2}$ ⑤ $a+2$

05

수직선 위에 두 점 A(1), B(3)이 있다. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD의 대각선 $\overline{BD}$와 $\overline{BE}$의 길이가 같도록 수직선 위에 점 E를 잡을 때, 점 E에 대응하는 수의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라고 하자.



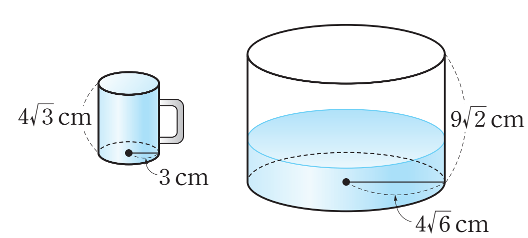
$\dfrac{5(\sqrt{a}-b)}{\sqrt{(a+b-3)^2}}$의 값은? [4점]

① $2\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $4\sqrt{5}$
④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

06

다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3 cm, 높이가 $4\sqrt{3}$ cm인 원기둥 모양의 컵에 물을 가득 담아 밑면의 반지름의 길이가 $4\sqrt{6}$ cm, 높이가 $9\sqrt{2}$ cm인 원기둥 모양의 물통에 여러 번 부어 가득 채우려고 한다. 이때 물을 적어도 몇 번 부어야 하는가?

(단, 컵의 손잡이는 무시한다.) [4점]



① 16번 ② 17번 ③ 18번
④ 19번 ⑤ 20번

07

서로 다른 두 개의 주사위를 던져서 나오는 눈의 수를 각각 a, b라고 할 때, $\sqrt{300ab}$가 자연수가 될 확률은? [4점]

① $\frac{1}{6}$　② $\frac{1}{3}$　③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{2}{3}$　⑤ $\frac{5}{6}$

08

두 양수 x, y에 대하여 다음 보기에서 항상 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보기 〉
ㄱ. x가 유리수, $\sqrt{y}$가 무리수이면 $\sqrt{xy}$는 무리수이다.
ㄴ. $\sqrt{xy}$가 무리수이면 $\sqrt{x^2y}$는 무리수이다.
ㄷ. $\sqrt{xy}$가 무리수이면 $\sqrt{x}+\sqrt{y}$는 무리수이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄴ, ㄷ

09

다음 수를 수직선 위에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 오는 수와 왼쪽에서 두 번째에 오는 수의 합은? [4점]

$2+\sqrt{10}$,　$\sqrt{11}-5$,　6,　$-5+\sqrt{10}$,　$\sqrt{10}-1$

① $-6+\sqrt{10}+\sqrt{11}$　② $-3+\sqrt{10}+\sqrt{11}$
③ $1+\sqrt{11}$　④ $1+2\sqrt{10}$
⑤ $5+\sqrt{10}$

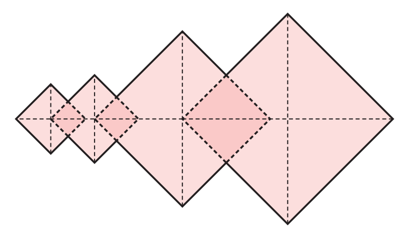
10

두 자연수 m, n이 등식 $\sqrt{108m}=n\sqrt{2}$를 만족시킬 때, 가장 작은 m의 값과 그때의 n의 값의 합은? [4점]

① 24　② 25　③ 26
④ 27　⑤ 28

11

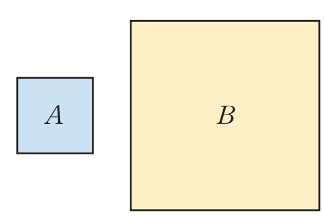
다음 그림과 같이 넓이가 각각 3, 8, 27, 50인 정사각형을 큰 정사각형의 한 꼭짓점이 작은 정사각형의 대각선의 교점에 놓이도록 이어 붙였다. 이때 도형의 둘레의 길이는? [4점]



① $6(2\sqrt{2}+\sqrt{3})$　② $6(3\sqrt{2}+\sqrt{3})$
③ $8(2\sqrt{2}+\sqrt{3})$　④ $8(3\sqrt{2}+\sqrt{3})$
⑤ $10(2\sqrt{2}+\sqrt{3})$

12

오른쪽 그림과 같이 넓이가 각각 $70-n$, $24n$인 두 정사각형 A, B가 있다. 두 정사각형의 각 변의 길이가 모두 자연수일 때, 모든 자연수 n의 값의 합은? [4점]



① 60　② 61　③ 62
④ 63　⑤ 64

I 실수와 그 계산

01 제곱근과 실수

Lv. 1 개념을 적용하는 핵심 문제 8쪽~11쪽

01 ④	02 ③	03 $\pm\sqrt{7}$	04 $\sqrt{72}$ cm	05 ④
06 ①	07 6	08 -5	09 ③	10 ②
11 ④	12 4	13 ②	14 6	15 z
16 ①	17 ⑤	18 ⑤	19 ④	20 ⑤
21 ②, ⑤	22 18	23 ③		

01 답 ④

① 제곱근 4는 $\sqrt{4}=2$이다.
② -9의 제곱근은 없다.
③ $x^2=25$를 만족시키는 x의 값은 ±5이다.
⑤ 0의 제곱근은 0의 1개이다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

02 답 ③

제곱근 1.44는 $\sqrt{1.44}=1.2$이므로 $a=1.2$
$\sqrt{16}=4$의 음의 제곱근은 -2이므로 $b=-2$
$\therefore\ 10a+b=10\times1.2+(-2)=10$

03 답 $\pm\sqrt{7}$

324의 두 제곱근은 18, -18이다.
이때 $a>b$이므로 $a=18$, $b=-18$
$\therefore\ \sqrt{a-2b-5}=\sqrt{18-2\times(-18)-5}$
$=\sqrt{49}=7$
따라서 7의 제곱근은 $\pm\sqrt{7}$이다.

04 답 $\sqrt{72}$ cm

한 변의 길이가 24 cm인 정사각형의 넓이는
$24\times24=576(\text{cm}^2)$
1번 접었을 때 생긴 정사각형의 넓이는
$576\times\frac{1}{2}=288(\text{cm}^2)$
2번 접었을 때 생긴 정사각형의 넓이는
$288\times\frac{1}{2}=144(\text{cm}^2)$
3번 접었을 때 생긴 정사각형의 넓이는
$144\times\frac{1}{2}=72(\text{cm}^2)$
구하는 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 하면 $x^2=72$
이때 $x>0$이므로 $x=\sqrt{72}$
따라서 구하는 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{72}$ cm이다.

05 답 ④

ㄱ. $\sqrt{5^2+12^2}=\sqrt{169}=13$
ㄴ. 정육면체의 한 모서리의 길이를 x라고 하면
$6x^2=0.\dot{2}\dot{4}=\frac{24}{99}$, $x^2=\frac{4}{99}$
이때 $x>0$이므로 $x=\sqrt{\frac{4}{99}}$
ㄷ. 원의 반지름의 길이를 r라고 하면
$\pi r^2=\frac{225}{4}\pi$, $r^2=\frac{225}{4}$
이때 $r>0$이므로 $r=\frac{15}{2}$
따라서 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 것은 ㄱ, ㄷ이다.

06 답 ①

$\left(-\sqrt{5.\dot{4}}\right)^2=5.\dot{4}=\frac{54-5}{9}=\frac{49}{9}$의 양의 제곱근은 $\frac{7}{3}$이므로
$a=\frac{7}{3}$
$\sqrt{(-9)^2}=\sqrt{81}=9$의 음의 제곱근은 -3이므로 $b=-3$
$\therefore\ ab=\frac{7}{3}\times(-3)=-7$

Level UP

순환소수를 분수로 나타내기
분모는 순환마디의 숫자의 개수만큼 9를, 그 뒤에 소수점 아래 순환하지 않는 숫자의 개수만큼 0을 쓰고, 분자는 전체의 수에서 순환하지 않는 부분의 수를 빼면 된다.

$$a.bcdcdcd\cdots=a.b\dot{c}\dot{d}=\frac{abcd-ab}{990}$$

07 답 6

$A=\sqrt{256}\times\left\{-\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2}\right\}^3-\sqrt{16}$
$=\sqrt{16^2}\times\left(-\frac{1}{2}\right)^3-\sqrt{4^2}$
$=16\times\left(-\frac{1}{8}\right)-4$
$=-2-4=-6$
$\therefore\ \sqrt{(-A)^2}=\sqrt{\{-(-6)\}^2}=6$

08 답 -5

1단계 $2a+5\geq0$일 때, a의 값 구하기

(ⅰ) $2a+5\geq 0$일 때, $\sqrt{(2a+5)^2}=2a+5$이므로

$2a+5=1$, $2a=-4$

$\therefore a=-2$

2단계 $2a+5<0$일 때, a의 값 구하기

(ⅱ) $2a+5<0$일 때, $\sqrt{(2a+5)^2}=-2a-5$이므로

$-2a-5=1$, $-2a=6$

$\therefore a=-3$

3단계 모든 a의 값의 합 구하기

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 모든 a의 값의 합은

$-2+(-3)=-5$

단계	채점 기준	비율
❶	$2a+5\geq 0$일 때, a의 값을 구했다.	40 %
❷	$2a+5<0$일 때, a의 값을 구했다.	40 %
❸	모든 a의 값의 합을 구했다.	20 %

참고 근호 안의 식의 부호를 알 수 없으므로 근호 안의 식이 0 또는 양수인 경우와 음수인 경우로 나누어 a의 값을 구해 본다.

09 답 ③

$\sqrt{16a^2b^2}=\sqrt{(4ab)^2}$, $\sqrt{\frac{9}{16}b^2}=\sqrt{\left(\frac{3}{4}b\right)^2}$

이때 $a>0$, $b<0$이므로 $4ab<0$, $-8a<0$, $\frac{3}{4}b<0$

$\therefore \sqrt{16a^2b^2}-\sqrt{(-8a)^2}\times\sqrt{\frac{9}{16}b^2}$

$=\sqrt{(4ab)^2}-\sqrt{(-8a)^2}\times\sqrt{\left(\frac{3}{4}b\right)^2}$

$=-4ab-\{-(-8a)\}\times\left(-\frac{3}{4}b\right)$

$=-4ab-8a\times\left(-\frac{3}{4}b\right)$

$=-4ab+6ab=2ab$

10 답 ②

ㄱ. $x\leq -2$이면

$x+2\leq 0$, $2-x>0$

$\therefore A=\sqrt{(x+2)^2}-\sqrt{(2-x)^2}$

$=-(x+2)-(2-x)=-4$

ㄴ. $-2<x\leq 2$이면

$x+2>0$, $2-x\geq 0$

$\therefore A=\sqrt{(x+2)^2}-\sqrt{(2-x)^2}$

$=(x+2)-(2-x)=2x$

ㄷ. $x>2$이면

$x+2>0$, $2-x<0$

$\therefore A=\sqrt{(x+2)^2}-\sqrt{(2-x)^2}$

$=(x+2)-\{-(2-x)\}=4$

따라서 옳은 것은 ㄴ이다.

11 답 ④

$108n=2^2\times3^3\times n$이므로 $\sqrt{108n}$이 자연수가 되려면

$n=3\times(\text{자연수})^2$의 꼴이어야 한다.

따라서 두 번째로 작은 자연수 n의 값은

$3\times2^2=12$

12 답 4

$\sqrt{200-x}$가 정수가 되려면 $200-x$가 0 또는 (자연수)^{2}의 꼴이어야 한다.

이때 $\sqrt{200-x}$가 가장 큰 정수이어야 하고 200보다 작은 가장 큰 제곱수는 $14^2=196$이므로 $200-x=196$이어야 한다.

$\therefore x=4$

Level UP

$A-B$의 값이 가장 큰 값을 가지려면 A는 가장 큰 값, B는 가장 작은 값이어야 한다.

13 답 ②

$x+y=7+(4+\sqrt{13})=11+\sqrt{13}>0$

$x-y=7-(4+\sqrt{13})=3-\sqrt{13}=\sqrt{9}-\sqrt{13}<0$

$\therefore \sqrt{(x+y)^2}-\sqrt{(x-y)^2}=x+y-\{-(x-y)\}$

$=x+y+x-y$

$=2x$

$=2\times7=14$

14 답 6

$-5<-\sqrt{4x+1}<-2$의 각 변에 -1을 곱하면

$2<\sqrt{4x+1}<5$

각 변을 제곱하면

$4<4x+1<25$, $3<4x<24$

$\therefore \frac{3}{4}<x<6$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 자연수 x의 값은 1, 2, 3, 4, 5이므로 $M=5$, $m=1$

$\therefore M+m=5+1=6$

15 답 z

$x-y=(2+\sqrt{11})-(\sqrt{11}+\sqrt{7})$

$=2-\sqrt{7}$

$=\sqrt{4}-\sqrt{7}<0$

$\therefore x<y$

$y-z=(\sqrt{11}+\sqrt{7})-(\sqrt{7}+4)$

$=\sqrt{11}-4$

$=\sqrt{11}-\sqrt{16}<0$

$\therefore y<z$

따라서 $x<y<z$이므로 가장 큰 수는 z이다.