

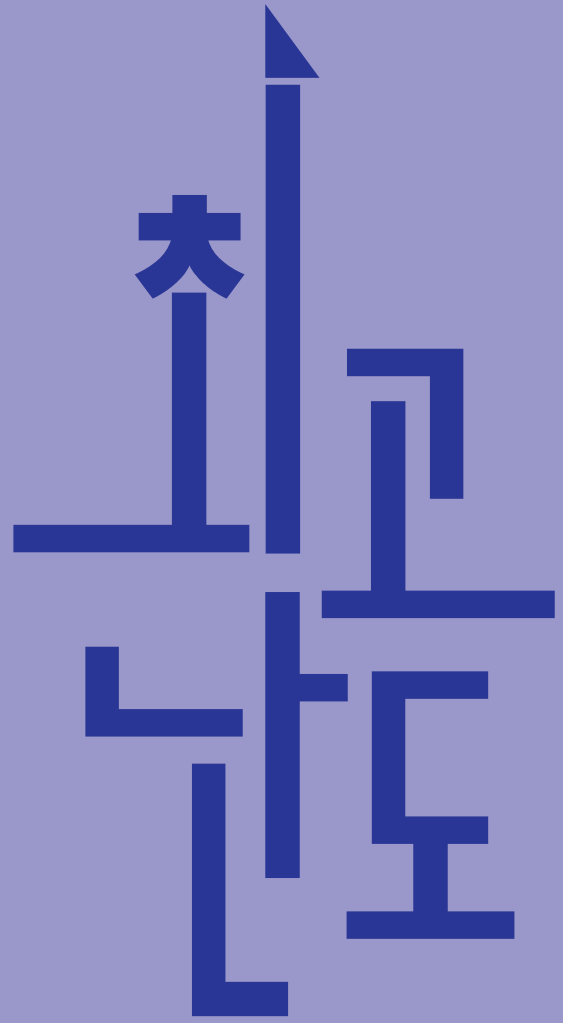
최상위권을 향한
고난도 집중 공략 프로젝트

최고난도

중학수학 2-1

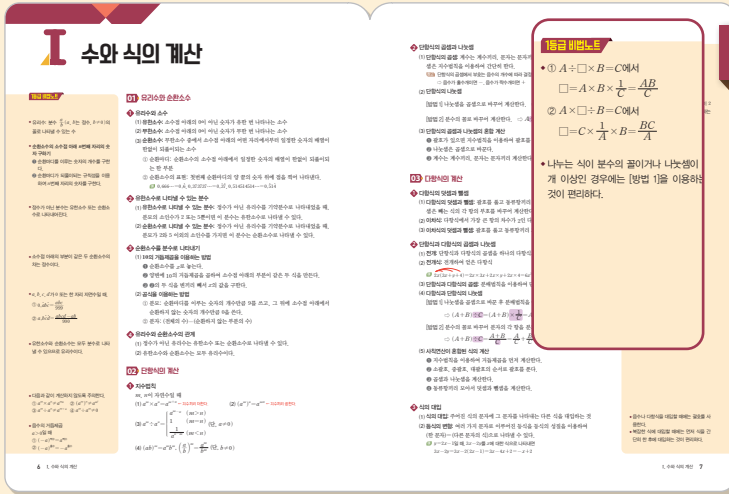


지학사



중학수학 2-1

이 책의 구성과 특징



대단원 개념 정리

단원 핵심 내용 정리와 1등급 비법노트 대단원별 알아야 할 핵심 개념을 담았습니다. 또, 개념을 더 쉽게 이해할 수 있도록 예, 참고 등을 수록하여 정리하였습니다.

1등급 비법노트

새로 학습하는 개념과 연결되는 반드시 기억해야 할 내용과 문제를 풀 때 도움이 되는 실전 tip을 구조화하여 제공하였습니다.

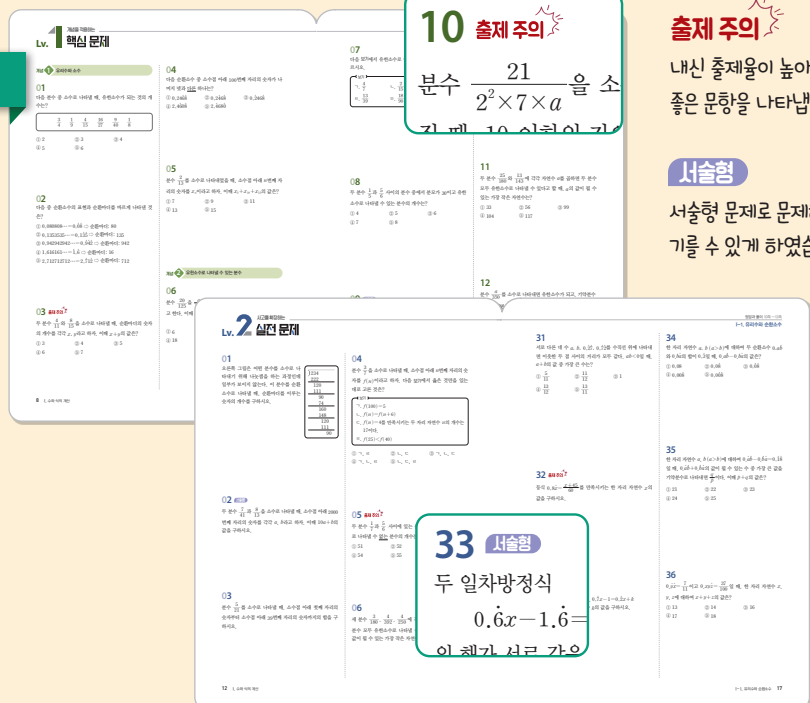
핵심 문제와 실전 문제

Lv. 1

중단원별 개념을 적용하여 내신 유형 학습에 적합한 핵심 문제를 담았습니다.

Lv. 2

중단원별 변별력과 사고력을 길러 주는 엄선된 문제를 담았습니다.



출제 주의
내신 출제율이 높아 한 번 더 풀어보면 좋은 문항을 나타냅니다.

서술형
서술형 문제로 문제해결력을 기를 수 있게 하였습니다.

33 서술형
두 일차방정식
 $0.6x - 1.6 =$
이 책가 사르 가오

최상위권을 위한 심화 문제

대단원별 문제해결력과 응용력을 기를 수 있는 고난도 문제를 담았습니다.
또, 이전에 배운 개념과 여러 가지 수학적 개념이 포함된 복합 유형 문제로 구성되어 종합적 사고력을 기를 수 있습니다.

함께 풀기

이 단원의 대표적인 고난도 문제를 함께 차근차근 풀어보며 문제 해결을 위한 접근 방법을 익힐 수 있습니다.

Lv. X 심화 문제

강림 풀기

STEP 1

주어진 조건과 구해야 하는 것 확인하기

STEP 2

이러면 분수의 계급이 되기 위한 n의 조건 구하기

STEP 3

이 유한소수가 되도록 지정을 조건 구하기

STEP 4

조건을 만족시키는 n의 값 구하기

STEP 5

조건을 만족시키는 모든 n의 값의 개수 구하기

답 1295

01 두 분수 $\frac{1}{n}$ 과 $\frac{1}{m}$ 의 분모를 나눈 나머지가 0이 되도록 하는 n, m의 개수를 구하시오.

02 한 점에 직선 n개 접하는 n각형의 내각의 합이 180도인 n의 값을 구하시오.

03 $\frac{1}{n} + \frac{1}{m} = \frac{1}{k}$ 를 만족시키는 n, m, k의 개수를 구하시오.

Lv. Master

심화 문제를 완성하는 대단원 평가

01 두 수의 합이 100이 되도록 하는 자연수 n의 개수를 구하시오.

02 $\frac{1}{n} + \frac{1}{m} = \frac{1}{k}$ 를 만족시키는 n, m, k의 개수를 구하시오.

03 $\frac{1}{n} + \frac{1}{m} = \frac{1}{k}$ 를 만족시키는 n, m, k의 개수를 구하시오.

04 양의 정수 n에 대하여 $\frac{1}{n}$ 의 분모를 나눈 나머지가 0이 되도록 하는 n의 개수를 구하시오.

05 다음을 만족시키는 n의 개수를 구하시오.

06 다음을 만족시키는 n의 개수를 구하시오.

07 $\frac{1}{n} + \frac{1}{m} = \frac{1}{k}$ 를 만족시키는 n, m, k의 개수를 구하시오.

08 다음을 만족시키는 n의 개수를 구하시오.

09 다음을 만족시키는 n의 개수를 구하시오.

10 다음을 만족시키는 n의 개수를 구하시오.

11 다음을 만족시키는 n의 개수를 구하시오.

12 다음을 만족시키는 n의 개수를 구하시오.

시험 대비 평가 문제

최종 점검을 위한 마무리 평가 문제

실력을 확인하고 완성할 수 있도록 수준 높은 문제로 대단원별 마무리 평가 문제를 담았습니다. 학교 시험과 유사하게 객관식, 주관식, 서술형 문제와 더불어 배점이 높은 변별력 있는 문제까지 담았습니다.

정답과 풀이

I 수와 식의 계산

07 유리수의 덧셈과 뺄셈

08 유리수의 곱셈과 나눗셈

09 유리수의 덧셈과 뺄셈

10 유리수의 곱셈과 나눗셈

11 유리수의 덧셈과 뺄셈

12 유리수의 곱셈과 나눗셈

31 문제 풀이

32 문제 풀이

33 문제 풀이

34 문제 풀이

35 문제 풀이

36 문제 풀이

37 문제 풀이

38 문제 풀이

39 문제 풀이

40 문제 풀이

41 문제 풀이

42 문제 풀이

43 문제 풀이

44 문제 풀이

45 문제 풀이

46 문제 풀이

47 문제 풀이

48 문제 풀이

49 문제 풀이

50 문제 풀이

51 문제 풀이

52 문제 풀이

53 문제 풀이

54 문제 풀이

55 문제 풀이

56 문제 풀이

57 문제 풀이

58 문제 풀이

59 문제 풀이

60 문제 풀이

61 문제 풀이

62 문제 풀이

63 문제 풀이

64 문제 풀이

65 문제 풀이

66 문제 풀이

67 문제 풀이

68 문제 풀이

69 문제 풀이

70 문제 풀이

71 문제 풀이

72 문제 풀이

73 문제 풀이

74 문제 풀이

75 문제 풀이

76 문제 풀이

77 문제 풀이

78 문제 풀이

79 문제 풀이

80 문제 풀이

81 문제 풀이

82 문제 풀이

83 문제 풀이

84 문제 풀이

85 문제 풀이

86 문제 풀이

87 문제 풀이

88 문제 풀이

89 문제 풀이

90 문제 풀이

91 문제 풀이

92 문제 풀이

93 문제 풀이

94 문제 풀이

95 문제 풀이

96 문제 풀이

97 문제 풀이

98 문제 풀이

99 문제 풀이

100 문제 풀이

읽기만 해도 이해할 수 있는 쉽고 자세한 풀이를 제시하였습니다. 또, **참고**와 **다른 풀이**를 담아 풀이 방법을 점검하고 사고력을 기를 수 있도록 하였으며, 서술형 문제에 대한 단계별 풀이와 채점표를 담았습니다.

해결 key Point!

문제 풀이의 접근법을 제시하여 스스로 해결할 수 있도록 실마리를 제공하였습니다.

Level UP

풀이 과정 중 필요한 첨삭이나 사고력 향상에 도움이 되는 개념을 담았습니다.

풀이 한줄평

문제를 풀 때 유의해야 할 핵심 내용을 수록하여 문제의 중요한 부분을 짚어주었습니다.

이 책의 차례

I 수와 식의 계산

1. 유리수와 순환소수	8
2. 단항식의 계산	19
3. 다항식의 계산	26
Lv. X 상위 1%에 도달하는 심화 문제	32
Lv. M 실력을 완성하는 대단원 평가	36

II 부등식

1. 일차부등식	44
2. 일차부등식의 활용	50
Lv. X 상위 1%에 도달하는 심화 문제	59
Lv. M 실력을 완성하는 대단원 평가	62

III 연립방정식

1. 연립방정식의 풀이	70
2. 연립방정식의 활용	80
Lv. X 상위 1%에 도달하는 심화 문제	87
Lv. M 실력을 완성하는 대단원 평가	90

IV 일차함수

1. 일차함수의 그래프	98
2. 일차함수와 일차방정식의 관계	110
Lv. X 상위 1%에 도달하는 심화 문제	120
Lv. M 실력을 완성하는 대단원 평가	124



수와 식의 계산

1. 유리수와 순환소수

2. 단항식의 계산

3. 다항식의 계산

Lv. **X** 상위 1%에 도달하는 심화 문제

Lv. **M** 실력을 완성하는 대단원 평가



수와 식의 계산

1등급 비법노트

◆ 유리수: 분수 $\frac{a}{b}$ (a, b 는 정수, $b \neq 0$)의 꼴로 나타낼 수 있는 수

◆ 순환소수의 소수점 아래 n 번째 자리의 숫자 구하기

- ① 순환마디를 이루는 숫자의 개수를 구한다.
- ② 순환마디가 되풀이되는 규칙성을 이용하여 n 번째 자리의 숫자를 구한다.

◆ 정수가 아닌 분수는 유한소수 또는 순환소수로 나타내어진다.

◆ 소수점 아래의 부분이 같은 두 순환소수의 차는 정수이다.

◆ a, b, c, d 가 0 또는 한 자리 자연수일 때,

- ① $0.\dot{abc} = \frac{abc}{999}$
- ② $a.b\dot{cd} = \frac{abcd - ab}{990}$

◆ 유한소수와 순환소수는 모두 분수로 나타낼 수 있으므로 유리수이다.

◆ 다음과 같이 계산하지 않도록 주의한다.

- ① $a^m \times a^n \neq a^{mn}$ ② $(a^m)^n \neq a^{mn}$
- ③ $a^m \div a^n \neq a^{m \div n}$ ④ $a^m \div a^n \neq 0$

◆ 음수의 거듭제곱

- $a > 0$ 일 때
- ① $(-a)^{\text{짝수}} = a^{\text{짝수}}$
 - ② $(-a)^{\text{홀수}} = -a^{\text{홀수}}$

01 유리수와 순환소수

1 유리수와 소수

- (1) 유한소수: 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 유한 번 나타나는 소수
- (2) 무한소수: 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 무한 번 나타나는 소수
- (3) 순환소수: 무한소수 중에서 소수점 아래의 어떤 자리에서부터 일정한 숫자의 배열이 한없이 되풀이되는 소수

- ① 순환마디: 순환소수의 소수점 아래에서 일정한 숫자의 배열이 한없이 되풀이되는 한 부분
- ② 순환소수의 표현: 첫번째 순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어 나타낸다.

예 $0.666\cdots = 0.\dot{6}$, $0.373737\cdots = 0.\dot{37}$, $0.514514514\cdots = 0.\dot{514}$

2 유한소수로 나타낼 수 있는 분수

- (1) 유한소수로 나타낼 수 있는 분수: 정수가 아닌 유리수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2 또는 5뿐이면 이 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- (2) 순환소수로 나타낼 수 있는 분수: 정수가 아닌 유리수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모가 2와 5 이외의 소인수를 가지면 이 분수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

3 순환소수를 분수로 나타내기

(1) 10의 거듭제곱을 이용하는 방법

- ① 순환소수를 x 로 놓는다.
- ② 양변에 10의 거듭제곱을 곱하여 소수점 아래의 부분이 같은 두 식을 만든다.
- ③ ②의 두 식을 변끼리 빼서 x 의 값을 구한다.

(2) 공식 이용하는 방법

- ① 분모: 순환마디를 이루는 숫자의 개수만큼 9를 쓰고, 그 뒤에 소수점 아래에서 순환하지 않는 숫자의 개수만큼 0을 쓴다.
- ② 분자: (전체의 수) - (순환하지 않는 부분의 수)

4 유리수와 순환소수의 관계

- (1) 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- (2) 유한소수와 순환소수는 모두 유리수이다.

02 단항식의 계산

1 지수법칙

m, n 이 자연수일 때

- (1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ← 지수끼리 더한다. (2) $(a^m)^n = a^{mn}$ ← 지수끼리 곱한다.

$$(3) a^m \div a^n = \begin{cases} a^{m-n} & (m > n) \\ 1 & (m = n) \\ \frac{1}{a^{n-m}} & (m < n) \end{cases} \text{ (단, } a \neq 0 \text{)}$$

$$(4) (ab)^m = a^m b^m, \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \text{ (단, } b \neq 0 \text{)}$$

2 단항식의 곱셈과 나눗셈

(1) 단항식의 곱셈: 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 곱한다. 이때 같은 문자끼리의 곱셈은 지수법칙을 이용하여 간단히 한다.

참고 단항식의 곱셈에서 부호는 음수의 개수에 따라 결정된다.

⇒ 음수가 홀수개이면 -, 음수가 짝수개이면 +

(2) 단항식의 나눗셈

[방법 1] 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산한다. $\Rightarrow A \div B = A \times \frac{1}{B} = \frac{A}{B}$

[방법 2] 분수의 꼴로 바꾸어 계산한다. $\Rightarrow A \div B = \frac{A}{B}$

(3) 단항식의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산

- ① 괄호가 있으면 지수법칙을 이용하여 괄호를 푼다.
- ② 나눗셈은 곱셈으로 바꾼다.
- ③ 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 계산한다.

03 다항식의 계산

1 다항식의 덧셈과 뺄셈

(1) 다항식의 덧셈과 뺄셈: 괄호를 풀고 동류항끼리 모아서 계산한다. 이때 다항식의 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 계산한다.

(2) 이차식: 다항식에서 가장 큰 항의 차수가 2인 다항식

(3) 이차식의 덧셈과 뺄셈: 괄호를 풀고 동류항끼리 모아서 계산한다.

2 단항식과 다항식의 곱셈과 나눗셈

(1) 전개: 단항식과 다항식의 곱셈을 하나의 다항식으로 나타내는 것

(2) 전개식: 전개하여 얻은 다항식

예 $2x(3x+y+4) = 2x \times 3x + 2x \times y + 2x \times 4 = 6x^2 + 2xy + 8x$

(3) 단항식과 다항식의 곱셈: 분배법칙을 이용하여 단항식을 다항식의 각 항에 곱한다.

(4) 다항식과 단항식의 나눗셈

[방법 1] 나눗셈을 곱셈으로 바꾼 후 분배법칙을 이용하여 계산한다.

$$\Rightarrow (A+B) \div C = (A+B) \times \frac{1}{C} = A \times \frac{1}{C} + B \times \frac{1}{C}$$

[방법 2] 분수의 꼴로 바꾸어 분자의 각 항을 분모로 나누어 계산한다.

$$\Rightarrow (A+B) \div C = \frac{A+B}{C} = \frac{A}{C} + \frac{B}{C}$$

(5) 사칙연산이 혼합된 식의 계산

- ① 지수법칙을 이용하여 거듭제곱을 먼저 계산한다.
- ② 소괄호, 중괄호, 대괄호의 순서로 괄호를 푼다.
- ③ 곱셈과 나눗셈을 계산한다.
- ④ 동류항끼리 모아서 덧셈과 뺄셈을 계산한다.

3 식의 대입

(1) 식의 대입: 주어진 식의 문자에 그 문자를 나타내는 다른 식을 대입하는 것

(2) 등식의 변형: 여러 가지 문자로 이루어진 등식을 등식의 성질을 이용하여 (한 문자) = (다른 문자의 식)으로 나타낼 수 있다.

예 $y = 2x - 1$ 일 때, $3x - 2y$ 를 x 에 대한 식으로 나타내면
 $3x - 2y = 3x - 2(2x - 1) = 3x - 4x + 2 = -x + 2$

1등급 비법노트

◆ ① $A \div \square \times B = C$ 에서

$$\square = A \times B \times \frac{1}{C} = \frac{AB}{C}$$

◆ ② $A \times \square \div B = C$ 에서

$$\square = C \times \frac{1}{A} \times B = \frac{BC}{A}$$

◆ 나누는 식이 분수의 꼴이거나 나눗셈이 2개 이상인 경우에는 [방법 1]을 이용하는 것이 편리하다.

◆ $A - (B + C) = A - B - C$

◆ a, b, c 는 상수이고 $a \neq 0$ 일 때

① $ax + b \Rightarrow$ 일차식

② $ax^2 + bx + c \Rightarrow$ 이차식

◆ 분배법칙

① $A(B+C) = AB+AC$

② $(A+B)C = AC+BC$

◆ 음수나 다항식을 대입할 때에는 괄호를 사용한다.

◆ 복잡한 식에 대입할 때에는 먼저 식을 간단히 한 후에 대입하는 것이 편리하다.

개념을 적용하는
Lv. 1 핵심문제

개념 1 유리수와 소수

01

다음 분수 중 소수로 나타낼 때, 유한소수가 되는 것의 개수는?

$$\frac{3}{4} \quad \frac{1}{9} \quad \frac{4}{15} \quad \frac{16}{27} \quad \frac{9}{40} \quad \frac{1}{8}$$

- ① 2 ② 3 ③ 4
④ 5 ⑤ 6

02

다음 중 순환소수의 표현과 순환마디를 바르게 나타낸 것은?

- ① $0.080808\cdots = 0.\dot{0}8$ ⇨ 순환마디: 80
② $0.1353535\cdots = 0.13\dot{5}$ ⇨ 순환마디: 135
③ $0.942942942\cdots = 0.\dot{9}4\dot{2}$ ⇨ 순환마디: 942
④ $1.616161\cdots = 1.\dot{6}$ ⇨ 순환마디: 16
⑤ $2.712712712\cdots = 2.\dot{7}1\dot{2}$ ⇨ 순환마디: 712

03 출제주의

두 분수 $\frac{4}{11}$ 와 $\frac{8}{15}$ 을 소수로 나타낼 때, 순환마디의 숫자의 개수를 각각 x , y 라고 하자. 이때 $x+y$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

04

다음 순환소수 중 소수점 아래 100번째 자리의 숫자가 나머지 넷과 다른 하나는?

- ① $0.24\dot{6}\dot{8}$ ② $0.2\dot{4}6\dot{8}$ ③ $0.\dot{2}46\dot{8}$
④ $2.4\dot{6}0\dot{8}$ ⑤ $2.\dot{4}68\dot{0}$

05

분수 $\frac{2}{13}$ 를 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 n 번째 자리의 숫자를 x_n 이라고 하자. 이때 $x_5 + x_{10} + x_{15}$ 의 값은?

- ① 7 ② 9 ③ 11
④ 13 ⑤ 15

개념 2 유한소수로 나타낼 수 있는 분수

06

분수 $\frac{20}{125}$ 을 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 바꾸어서 유한소수로 나타내려고 한다. 이때 $a+n$ 의 값 중 가장 작은 값은?

(단, a , n 은 자연수이다.)

- ① 6 ② 10 ③ 14
④ 18 ⑤ 22

01

오른쪽 그림은 어떤 분수를 소수로 나타내기 위해 나눴셈을 하는 과정인데 일부가 보이지 않는다. 이 분수를 순환 소수로 나타낼 때, 순환마디를 이루는 숫자의 개수를 구하시오.

$$\begin{array}{r}) 234 \\ \underline{222} \\ 120 \\ \underline{111} \\ 90 \\ \underline{74} \\ 160 \\ \underline{148} \\ 120 \\ \underline{111} \\ 90 \end{array}$$

02 서술형

두 분수 $\frac{7}{41}$ 과 $\frac{8}{13}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 2000 번째 자리의 숫자를 각각 a , b 라고 하자. 이때 $10a+b$ 의 값을 구하시오.

03

분수 $\frac{5}{21}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 첫째 자리의 숫자부터 소수점 아래 39번째 자리의 숫자까지의 합을 구하시오.

04

분수 $\frac{3}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 n 번째 자리의 숫자를 $f(n)$ 이라고 하자. 다음 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

< 보기 >

- ㄱ. $f(100) = 5$
- ㄴ. $f(n) = f(n+6)$
- ㄷ. $f(n) = 4$ 를 만족시키는 두 자리 자연수 n 의 개수는 17이다.
- ㄹ. $f(25) < f(40)$

- ① ㄱ, ㄹ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄱ, ㄴ, ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

05 출제 주의

두 분수 $\frac{1}{7}$ 과 $\frac{5}{6}$ 사이에 있는 분모가 84 이면서 유한소수로 나타낼 수 없는 분수의 개수는?

- ① 51 ② 52 ③ 53
- ④ 54 ⑤ 55

06

세 분수 $\frac{3}{180}$, $\frac{4}{392}$, $\frac{4}{250}$ 에 각각 자연수 a 를 곱하면 세 분수 모두 유한소수로 나타낼 수 있다고 한다. 이때 a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수를 구하시오.

대표 문제

다음 조건을 만족시키는 모든 n 의 값의 합을 구하시오. (단, n 은 자연수이다.)

- (가) $\frac{n}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 은 $\left(\frac{b}{a}\right)^2$ 의 꼴로 나타낼 수 있다. (단, a, b 는 서로소이다.)
 (나) $\frac{n}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 은 유한소수로 나타낼 수 없다.
 (다) $n \leq 500$

함께 풀기

STEP 1

주어진 조건과 구해야 하는 것
확인하기

- 주어진 조건: ① $\frac{n}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 은 $\left(\frac{b}{a}\right)^2$ 의 꼴로 나타낼 수 있다.
 ② $\frac{n}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 은 유한소수로 나타낼 수 없다.
 ③ $n \leq 500$

구해야 하는 것: 모든 n 의 값의 합

STEP 2

$\frac{n}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 이 어떤 분수의 제
곱이 되기 위한 n 의 조건 구하
기

$\frac{n}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 이 $\left(\frac{b}{a}\right)^2$ 의 꼴로 나타내기 위해서는 기약분수로 나타내었을 때, 분모와 분자의
소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 한다. 분모의 소인수 $2^2, 3^2$ 은 지수가 짝수이고, 분모의
소인수 5는 지수가 홀수이므로 n 은 5의 배수이어야 한다.
따라서 $n=5k^2$ (k 는 자연수)의 꼴로 나타낼 수 있다.

STEP 3

$\frac{n}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되
지 않을 조건 구하기

$n=5k^2$ 을 $\frac{n}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 에 대입하면 $\frac{n}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{5k^2}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{k^2}{2^2 \times 3^2}$
 이때 $\frac{k^2}{2^2 \times 3^2}$ 은 유한소수로 나타낼 수 없으므로 기약분수로 나타내었을 때, 분모에 소인수 3
 이 존재해야 한다.
 즉, k 는 3의 배수가 아니어야 한다.

STEP 4

조건을 만족시키는 n 의 값 구
하기

$n=5k^2 \leq 500$ 이므로 $k^2 \leq 100$, 즉 k 는 10 이하인 자연수 중 3의 배수가 아닌 수이므로 모든
 k 의 값은 1, 2, 4, 5, 7, 8, 10이고 그때의 $n=5k^2$ 의 값은
 $5 \times 1^2=5, 5 \times 2^2=20, 5 \times 4^2=80, 5 \times 5^2=125, 5 \times 7^2=245, 5 \times 8^2=320, 5 \times 10^2=500$

STEP 5

조건을 만족시키는 모든 n 의
값의 합 구하기

따라서 모든 n 의 값의 합은
 $5 + 20 + 80 + 125 + 245 + 320 + 500 = 1295$

답 1295

01 두 분수 $A = \frac{1136}{3333}$, $B = \frac{227}{666}$ 을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 n 번째 자리의 숫자를 각각 a_n , b_n 이라고 하자. $1 \leq n \leq 150$ 일 때, $a_n = b_n$ 을 만족시키는 n 의 개수를 구하시오.

02 한 자리 자연수 x 에 대하여 $a = 0.x\dot{x}$, $b = 0.\dot{x}$ 이다. $(a+b) \times y$ (y 는 자연수)가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, x 의 값에 대하여 이를 만족시키는 가장 작은 자연수 y 의 값이 세 자리 자연수가 되게 하는 모든 x 의 값의 합을 구하시오.

03 $\frac{1}{9} + \frac{2}{99} + \frac{3}{999} + \cdots + \frac{9}{10^9 - 1}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 30번째 자리의 숫자를 구하시오.

01

두 수

$$A = \frac{1}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{3}{10^4} + \frac{3}{10^6} + \dots,$$

$$B = \frac{4}{10^2} + \frac{5}{10^3} + \frac{4}{10^4} + \frac{5}{10^5} + \frac{4}{10^6} + \frac{5}{10^7} + \dots$$

에 대하여 $A \div B$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{37}{15}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ $\frac{14}{5}$
- ④ $\frac{43}{15}$ ⑤ $\frac{46}{15}$

02

$0.1\dot{6} = 9 \times a$, $b = 5 \times 0.\dot{0}2$ 에 대하여 $a + b$ 의 값을 순환소수로 나타낼 때, 소수점 아래 200번째 자리의 숫자는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 6 ⑤ 9

03

다음 중 □ 안에 들어갈 수가 가장 작은 것은? [4점]

- ① $(x^2y^\square)^3 = x^6y^{12}$ ② $(x^3)^3 \times x^\square = x^{14}$
- ③ $x^\square \div (x^4)^2 = \frac{1}{x^2}$ ④ $x^6 \times x^\square \div x^3 = x^8$
- ⑤ $x^{15} \div x^7 \div (x^3)^\square = x^2$

04

양수 A 에 대하여 $A^2 = 108^4$ 일 때, A 를 소인수분해하면 $2^a \times 3^b$ 이다. 자연수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 9 ③ 8
- ④ 7 ⑤ 6

05

다음 네 수를 작은 것부터 순서대로 올바르게 나열한 것은? [4점]

2^{80} 3^{60} 5^{40} 10^{30}

- ① $2^{80} < 3^{60} < 5^{40} < 10^{30}$
- ② $2^{80} < 5^{40} < 3^{60} < 10^{30}$
- ③ $5^{40} < 2^{80} < 3^{60} < 10^{30}$
- ④ $5^{40} < 3^{60} < 2^{80} < 10^{30}$
- ⑤ $10^{30} < 5^{40} < 3^{60} < 2^{80}$

06

다음 조건을 만족시키는 두 식 A, B 에 대하여 $\frac{5A}{B^2}$ 를 계산한 것은? (단, $x \neq 0, y \neq 0$) [4점]

(가) $3x^3 \times A = 12x^7y^2$
 (나) $-20x^5y^6 \div B = -4xy^3$

- ① $\frac{4}{5x^4y^4}$ ② $\frac{5}{4x^4y^4}$ ③ $\frac{4}{5x^2y^2}$
- ④ $\frac{5}{4x^2y^2}$ ⑤ $\frac{4}{5x^4y^2}$

I. 수와 식의 계산

07

$5x-4y+7$ 의 2배에서 어떤 다항식 A 의 3배를 빼면 $4x+y+2$ 가 된다. 다항식 A 의 x 항의 계수를 a , y 항의 계수를 b , 상수항을 c 라고 할 때, $a-b+c$ 의 값은? [4점]

- ① -5 ② -1 ③ 1
- ④ 5 ⑤ 9

08

다음 식을 계산하면 $ax+by$ 일 때, $a+b$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.) [4점]

$$(0.2x^2y - 1.6xy^2) \div \frac{5}{9}xy - 4x^2y \left(\frac{1}{5xy} - \frac{5}{4x^2} \right)$$

- ① $-\frac{12}{5}$ ② $-\frac{8}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$
- ④ $\frac{8}{5}$ ⑤ $\frac{12}{5}$

09

분수 $\frac{1}{2800}$ 을 소수로 나타내면 $0.0003\dot{5}7142\dot{8}$ 이다. 분수 $\frac{1}{2800}$ 의 소수점 아래 n 번째 자리의 숫자를 a_n 이라고 할 때, $a_1+a_2+a_3+\dots+a_{40}$ 의 값은? [4점]

- ① 150 ② 165 ③ 180
- ④ 195 ⑤ 210

10

분수 $\frac{a}{840}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{3}{b}$ 이다. a 가 두 자리 자연수일 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 101 ② 102 ③ 103
- ④ 104 ⑤ 105

11

$\frac{25^5+5^{11}+125^4}{5^8+5^9+5^{10}}=5^n$ 일 때, 자연수 n 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

12

$(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 에 대하여

$$(x_1, y_1) \circledast (x_2, y_2) = x_1y_2 - x_2y_1$$

라고 한다. 다음 식을 계산하면 ax^2+bcy^2 일 때, 세 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은? [4점]

$$(3x, 2x-y) \circledast (2y, 4x+3y) + (x-2y, 5x) \circledast (3x+y, -y)$$

- ① -5 ② -3 ③ 0
- ④ 2 ⑤ 4

최고난도

중학수학 2-1

정답과 풀이

31 답 ③

해결 key Point!

두 점 사이의 거리는 모두 이웃한 두 순환소수의 차와 같음을 이용해야 한다.

$ab < 0$ 이므로 a 와 b 중 하나는 음수이다.

$a < b$ 라고 하면 $a < 0 < b$ 이고, 이웃하는 두 점 사이의 거리는

$$0.\dot{7}\dot{2} - 0.\dot{2}\dot{7} = \frac{72}{99} - \frac{27}{99} = \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$$

한편, $0.\dot{2}\dot{7} - \frac{5}{11} = \frac{27}{99} - \frac{5}{11} = -\frac{2}{11} < 0$ 이므로

$a < b < 0.\dot{2}\dot{7} < 0.\dot{7}\dot{2}$ 가 될 수 없다.

따라서 $a+b$ 의 값이 가장 크려면 $a < 0.\dot{2}\dot{7} < 0.\dot{7}\dot{2} < b$ 이어야 한다.

$$a = 0.\dot{2}\dot{7} - \frac{5}{11} = \frac{27}{99} - \frac{5}{11} = -\frac{2}{11}$$

$$b = 0.\dot{7}\dot{2} + \frac{5}{11} = \frac{72}{99} + \frac{5}{11} = \frac{13}{11}$$

따라서 $a+b$ 의 값 중 가장 큰 수는

$$-\frac{2}{11} + \frac{13}{11} = 1$$

끝! 한줄평

a, b 의 대소 관계가 정해져 있지 않으므로 $a < b$ 라고 하면 $ab < 0$ 이므로 $a < 0 < b$ 가 된다. 이때 $a < b < 0.\dot{2}\dot{7} < 0.\dot{7}\dot{2}$ 이면 $a < 0, b < 0$ 이므로 $ab < 0$ 이라는 조건을 만족시키지 않으므로 가능한 경우는 $a < 0.\dot{2}\dot{7} < b < 0.\dot{7}\dot{2}, a < 0.\dot{2}\dot{7} < 0.\dot{7}\dot{2} < b$ 이고, 이 중 $a+b$ 의 값이 큰 경우는 $a < 0.\dot{2}\dot{7} < 0.\dot{7}\dot{2} < b$ 이므로 이때의 $a+b$ 의 값만 구하면 된다.

$b < a$ 라고 하면 $ab < 0$ 이므로 $b < 0 < a$ 가 되고, 이 경우에도 같은 방법으로 $a+b$ 의 값 중 가장 큰 수는 1임을 알 수 있다.

32 답 9

$$0.8\dot{x} = \frac{(80+x)-8}{90} = \frac{72+x}{90} \text{이므로}$$

$$\frac{72+x}{90} = \frac{x+45}{60}$$

$$2(72+x) = 3(x+45)$$

$$144+2x = 3x+135$$

$$\therefore x = 9$$

33 답 $\frac{2}{3}$

1단계 x 의 값 구하기

$$0.\dot{6}x - 1.\dot{6} = 3.\dot{3} - x \text{에서}$$

$$\frac{6}{9}x - \frac{16-1}{9} = \frac{33-3}{9} - x$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{5}{3} = \frac{10}{3} - x, \frac{5}{3}x = 5$$

$$\therefore x = 3$$

2단계 k 의 값 구하기

$$x=3 \text{을 } 0.\dot{7}x - 1 = 0.\dot{2}x + k, \text{ 즉 } \frac{7}{9}x - 1 = \frac{2}{9}x + k \text{에 대입}$$

하면

$$\frac{7}{9} \times 3 - 1 = \frac{2}{9} \times 3 + k$$

$$\frac{4}{3} = \frac{2}{3} + k$$

$$\therefore k = \frac{2}{3}$$

단계	채점 기준	비율
①	x 의 값을 구했다.	50%
②	k 의 값을 구했다.	50%

34 답 ②

$$0.a\dot{b} + 0.b\dot{a} = 0.\dot{3} \text{에서}$$

$$\frac{(10a+b)-a}{90} + \frac{(10b+a)-b}{90} = \frac{3}{9}$$

$$\frac{10a+10b}{90} = \frac{1}{3}, \frac{a+b}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore a+b=3$$

이때 a, b 는 $a > b$ 인 한 자리 자연수이므로

$$a=2, b=1$$

$$\therefore 0.a\dot{b} - 0.b\dot{a} = 0.2\dot{1} - 0.1\dot{2}$$

$$= \frac{21-2}{90} - \frac{12-1}{90}$$

$$= \frac{8}{90} = 0.0\dot{8}$$

35 답 ⑤

해결 key Point!

순환소수를 분수로 나타내어 정리해 만든 a 와 b 사이의 관계식을 이용해야 한다.

$$0.\dot{a}\dot{b} - 0.b\dot{a} = 0.\dot{1}\dot{8} \text{에서}$$

$$\frac{10a+b}{99} - \frac{10b+a}{99} = \frac{18}{99}$$

$$(10a+b) - (10b+a) = 18, 9a-9b=18$$

$$\therefore a-b=2 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

한편,

$$0.\dot{a}\dot{b} + 0.b\dot{a} = \frac{10a+b}{99} + \frac{10b+a}{99}$$

$$= \frac{11a+11b}{99}$$

$$= \frac{a+b}{9}$$

이므로 $0.\dot{a}\dot{b} + 0.b\dot{a}$ 의 값이 가장 큰 값일 때에는 $a+b$ 의 값이 가장 클 때이다.

㉠을 만족시키는 한 자리 자연수 a, b 를 순서쌍 (a, b) 로 나타내면 $(9, 7), (8, 6), (7, 5), (6, 4), (5, 3), (4, 2), (3, 1)$

풀이 한줄평

주어진 $a+b = \frac{19x+5}{90}$ 가 기약분수인지 아닌지 알 수 없으므로 $y=90k$ (k 는 자연수)의 꼴로 놓고 문제를 해결하면 안된다. 이때 x 가 한자리 자연수이므로 x 에 값을 차례대로 대입하여 주어진 조건을 만족시키는 y 의 값을 찾는다.

03 ㉓ 7

해결 key Point!

$\frac{1}{9} + \frac{2}{99} + \frac{3}{999} + \dots$ 에서 소수점 아래 30번째 자리의 숫자를 구하기 위해 각 분수를 순환소수로 나타낸 후 순환마디를 이루는 숫자의 개수를 구하고 그 규칙을 파악한다.

$\frac{1}{9} = 0.\dot{1}$ 의 순환마디를 이루는 숫자의 개수가 1이므로 소수점 아래 30번째 자리의 숫자는 1이다.
 $\frac{2}{99} = 0.\dot{0}2$ 의 순환마디를 이루는 숫자의 개수가 2이고 $30 = 2 \times 15$ 이므로 소수점 아래 30번째 자리의 숫자는 순환마디의 두 번째 숫자인 2이다.
 $\frac{3}{999} = 0.\dot{0}03$ 의 순환마디를 이루는 숫자의 개수가 3이고 $30 = 3 \times 10$ 이므로 소수점 아래 30번째 자리의 숫자는 순환마디의 세 번째 숫자인 3이다.
 $\frac{4}{9999} = 0.\dot{0}004$ 의 순환마디를 이루는 숫자의 개수가 4이고 $30 = 4 \times 7 + 2$ 이므로 소수점 아래 30번째 자리의 숫자는 순환마디의 두 번째 숫자인 0이다.
 즉, $\frac{n}{999\dots 9}$ 에서 분모가 n 자리 수이고 그 수가 모두 9이면 순환마디가 $\underbrace{00\dots 0n}_{0이(n-1)개}$ 인 순환소수이고 n 이 30의 약수가 될 때, 소수점 아래 30번째 자리의 숫자는 n 이다.
 또, n 이 30의 약수가 아닐 때, 소수점 아래 30번째 자리의 숫자는 0이다.
 9 이하의 30의 약수는 1, 2, 3, 5, 6이므로 $n=1, 2, 3, 5, 6$ 일 때 $\frac{n}{999\dots 9}$ 의 소수점 아래 30번째 자리의 숫자는 n 이고 $n=1, 2, 3, 5, 6$ 이 아닐 때 소수점 아래 30번째 자리의 숫자는 0이다.
 따라서 $\frac{1}{9}, \frac{2}{99}, \frac{3}{999}, \dots, \frac{9}{10^9-1}$ 의 소수점 아래 30번째 자리의 숫자의 합은 $1+2+3+0+5+6+0+0+0=17$
 한편, 31은 소수이므로 9 이하의 31의 약수는 1뿐이므로 소수점 아래 31번째 숫자의 합은 $1+0+0+0+0+0+0+0+0=1$
 즉, 주어진 소수점 아래 31번째 자리에서 받아들임 되는 숫자

는 없으므로 $\frac{1}{9} + \frac{2}{99} + \frac{3}{999} + \dots + \frac{9}{10^9-1}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 30번째 자리의 숫자는 7이다.

풀이 한줄평

소수점 아래 수들의 합을 구할 때 받아들임 되는 수가 있는지 주의해서 살펴봐야 한다. 즉, 30번째 자리의 숫자를 구하는 것이므로 31번째 자리의 숫자의 합이 10이 넘는지 확인해야 한다.

04 ㉓ ③

해결 key Point!

가장 간단한 분수의 꼴부터 차례대로 계산한다.

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x+1}} &= 1 - \frac{1}{\frac{x+1}{x+1} + \frac{1}{x+1}} \\ &= 1 - \frac{1}{\frac{x+2}{x+1}} \\ &= 1 - \frac{x+1}{x+2} \\ &= \frac{x+2}{x+2} - \frac{x+1}{x+2} \\ &= \frac{1}{x+2} \end{aligned}$$

이때 $0.1\dot{3}6 = \frac{136-1}{990} = \frac{3}{22}$ 이므로

$$\frac{1}{x+2} = \frac{3}{22}, 3x+6=22$$

$$3x=16 \quad \therefore x = \frac{16}{3}$$

한편, $x=5.\dot{a}=5+0.\dot{a}=5+\frac{a}{9}$ 이므로

$$5 + \frac{a}{9} = \frac{16}{3}, \frac{a}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore a=3$$

Level UP

$\frac{\frac{d}{c}}{\frac{b}{a}}$ 는 다음과 같이 계산한다.
 $\frac{\frac{d}{c}}{\frac{b}{a}} = \frac{d}{c} \div \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \times \frac{a}{b} = \frac{ad}{bc}$ (단, $abc \neq 0$)
 특히, $\frac{1}{\frac{b}{a}} = 1 \div \frac{b}{a} = 1 \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$ (단, $ab \neq 0$)

05 ㉓ 6

해결 key Point!

부호를 결정하는 -1과 소수로 나누어 분자, 분모를 각각 전개하여 정리한 후 좌변과 우변을 비교한다.

지학사는 좋은 책을 만들기 위해 최선을 다합니다.

완벽한 교재를 위한 노력

- 도서 오류 신고는 「홈페이지 > 참고서 > 해당 참고서 페이지 > 오류 신고」에서 하실 수 있습니다.
- 발간 이후에 발견되는 오류는 「홈페이지 > 참고서 > 학습 자료실 > 정오표」에서 알려드립니다.

고객 만족 서비스

- 홈페이지에 문의하신 사항에 대한 답변이 등록되면 수신 체크가 되어 있는 경우 문자 메시지가 발송됩니다.

고난도 문제로 수학 실력을 완성하는 최고난도 중학수학 2-1

지은이 풍산자수학연구소

개발 총괄 오세중 | 개발 책임 김경수

편집 이승화, 조영미, 석정아, 서지은, 김예슬, 이도희, 김소리, 이승현, 신은서

영업 마케팅 최규명, 김혁래, 이상현, 김윤제, 문조윤

마케팅 성인영, 이상무, 김규리, 김윤희

디자인 책임 김의수 | 표지 디자인 이창훈, 이수현 | 본문 디자인 이창훈, 이수현

컷 이석봉 | 조제판 보문씨앤씨 | 인쇄 제본 벽호

발행인 권준구 | 발행처 (주)지학사 (등록번호: 1957.3.18 제 13-11호)

04056 서울시 마포구 신촌로6길 5

발행일 2026년 5월 20일 [초판 1쇄]

구입 문의 TEL 02-330-5300 | FAX 02-325-8010

구입 후에는 철회되지 않으며, 잘못된 제품은 구입처에서 교환해 드립니다.

내용 문의 www.jihak.co.kr 전화번호는 홈페이지 > 고객센터 → 담당자 안내)

이 책에 대한 저작권은 (주)지학사에 있습니다.

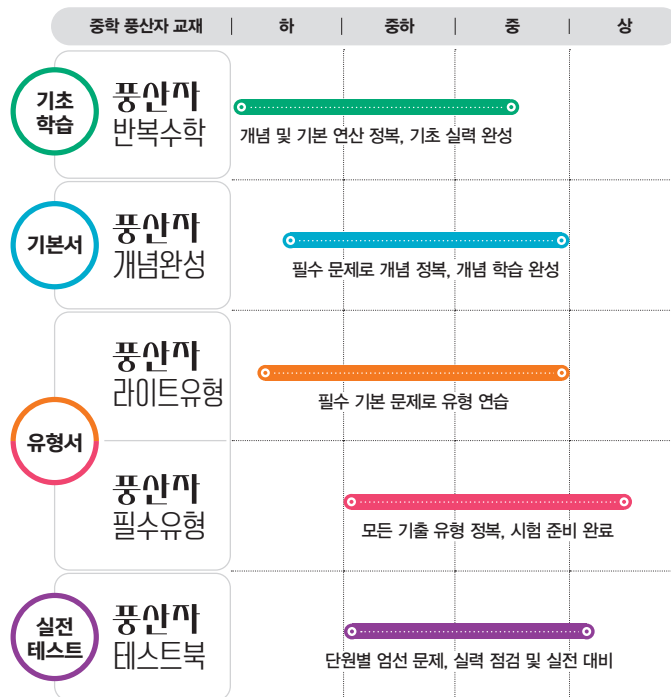
(주)지학사의 서면 동의 없이는 이 책의 제재와 내용 중 일부나 전부를 모방 또는 복사, 전재할 수 없습니다.

정가 17,000원



ISBN 978-89-05-05967-5

중학 풍산자 로드맵



중학 최고난도

